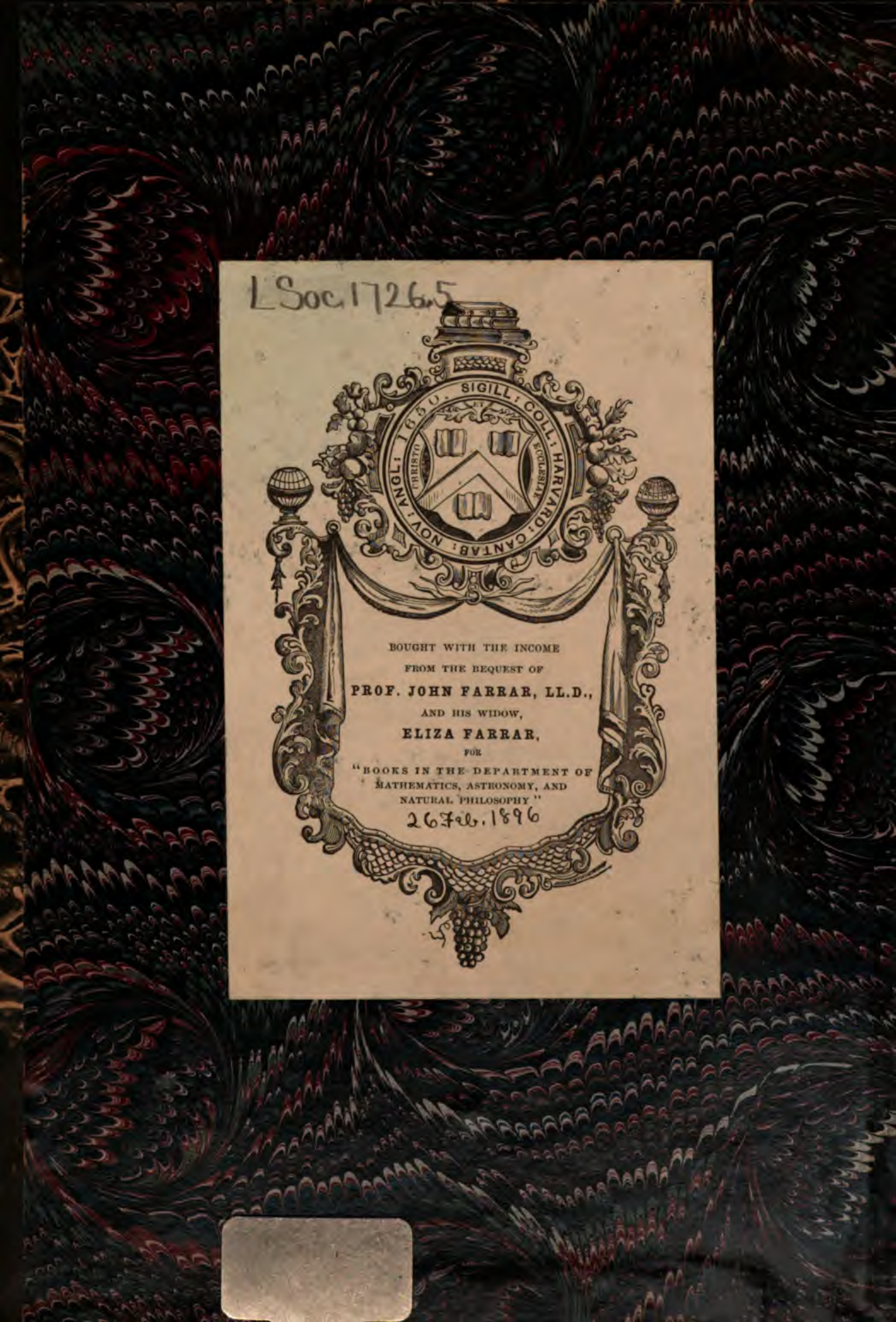




L Soc 1726.5
SIGILL: COLL: HARVARD: CANTAB: NOV: ANGL: 1650
CHRISTO ET ECCLESIAE
BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"
26 Feb. 1896







ABHANDLUNGEN

SIEBENUNDDREISSIGSTER BAND.

ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



SIEBENUNDDREISSIGSTER BAND.

MIT 12 TAFELN UND 32 ABBILDUNGEN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL

1895.

ABHANDLUNGEN

DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

MIT 12 TAFELN UND 32 ABBILDUNGEN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL

1895.

INHALT.

INHALT.

I. Die Phosphoritknollen des Leipziger Mitteloligocäns.

1. Ihr geologischer Horizont und ihre Verbreitung.

In den Jahren 1890 und 1891 erfolgte das Absinken zweier, für den Abbau des unteroligocänen Braunkohlenflötzes bestimmten Schächte bei Zwenkau, 12 km südlich von Leipzig, welche zu diesem Zwecke sämmtliche Stufen des Leipziger Oligocäns zu durchteufen hatten. Mit der Beobachtung der hierdurch gebotenen geologischen Aufschlüsse und dem Sammeln der zu Tage geförderten organischen Reste beauftragte ich meinen damaligen Amanuensis Herrn Proft. Wie von vornherein zu erwarten war, stimmte der Aufbau und die Fossilführung des durchsunkenen Schichtencomplexes vollkommen überein mit den Resultaten über die Gliederung des Oligocäns, wie sie in den nur 5 und 8 km entfernten Schächten von Grossstädteln und Gautzsch, sowie durch bereits früher und neuerlich in Leipzig und seiner Umgegend geschlagene Bohrlöcher erzielt worden waren[1]).

Auf Grund der von Cand. Proft erstatteten Berichte und der gefälligen Mittheilungen des jene Schachtabteufungen leitenden Ingenieurs, des Herrn Haeuser, sowie nach den eingelieferten Gesteinsproben und den in grosser Zahl gesammelten Fossilien lässt sich fol-

1) H. Credner: Das Oligocän des Leipziger Kreises mit besonderer Berücksichtigung des marinen Mitteloligocäns. Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1878. S. 615. — Das »Marine Oberoligocän« bei Leipzig. Ebend. 1886. S. 493. — Geologische Profile durch den Boden der Stadt Leipzig. 2 Tafeln nebst erläuterndem Text. Leipzig, 1883. — Die geologischen Verhältnisse der Stadt Leipzig, in »Leipzig in sanitärer Beziehung«. Festschrift. Leipzig, 1891. S. 13. — Elemente der Geologie. 7. Aufl. Leipzig, 1891. S. 686.

gendes Bild von der Entwicklung und Gliederung des am äussersten Südrande der Leipziger Bucht abgelagerten Oligocäns von Zwenkau gewinnen.

Das Oberoligocän

wird repräsentirt durch 17 m mächtige, feine, graugrüne Glimmersande (obere Meeressande), die wie überall im Gebiete des Leipziger Oligocäns organische Reste nicht enthalten.

Die obere (miocäne) Braunkohlenformation, welche sich erst weiter im NO auf das Oberoligocän auflagert und an der Stelle ihrer grössten Mächtigkeit im Höhenzuge von Liebertwolkwitz—Stötteritz ihren topographischen Ausdruck findet, fehlt bei Zwenkau noch vollständig.

Das Mitteloligocän

gliedert sich in Übereinstimmung mit den übrigen Aufschlüssen der Leipziger Gegend in den Septarienthon und den Stettiner Sand oder unteren Meeressand, nur dass sich hier deren weiter im Norden beträchtlichere Mächtigkeit auf 3 und 9 m reducirt hat.

Der Septarienthon erwies sich als ausserordentlich reich an Conchylienresten, die freilich nur von einer verhältnissmässig geringen Zahl von Arten abstammen. Neben Leda Deshayesiana, Nucula Chastelii, Astarte Kickxii, Cardium cingulatum, Fusus multisulcatus, Aporrhais speciosa, Dentalium Kickxii und anderen schon aus dem Septarienthon von Gautzsch und Grossstädteln beschriebenen Mollusken waltet ebenso wie dort Cyprina rotundata durch die ausserordentliche Zahl der meist getrennten, oft aber auch noch fest geschlossenen beiden Klappen beträchtlich vor. Dieselben sind dann im Vereine mit den erstgenannten Conchylien zuweilen schichtweise massenhaft angehäuft. Im mittleren Niveau des Septarienthones wurde in dem einen der beiden Schächte eine unregelmässige Bank, also eine sich flächenhaft durch den ganzen Schachtquerschnitt erstreckende Septarie von lichtgrauem, splitterigem Kalkstein mit Resten der oben genannten Meeresfauna durchsunken.

Der unter dem Septarienthon folgende 9 m mächtige, graue, einzelne Glimmerblättchen, auch wohl isolirte Glaukonitkörner führende, feine Quarzsand, der untere Meeressand oder Stettiner Sand erwies sich bis auf einige wenige Fragmente von Cyprina

rotundata frei von organischen Resten. Nur sein oberster und sein unterster Horizont machen hiervon eine Ausnahme. Ersterer führt in einer Mächtigkeit von 1,5 m eine Anzahl vielgestaltiger Knollen, nämlich knolliger Concretionen von durch reichliches Cement verkittetem Quarzsand, deren jede entweder den Abdruck und Steinkern von Cyprina rotundata oder von Aporrhais speciosa, am häufigsten aber von Pectunculus Philippii, — oder aber Reste und zwar Schuppen, Zähne oder Knochenfragmente von Fischen umschliesst.

Die Basis dieses unteren Meeressandes hingegen bildet eine metermächtige Bank von dünnschichtigem und ebenplattigem leberbraunem Thon, auf den Schichtflächen mit Sandkörnchen, Glimmerblättchen und zahlreichen, aber bereits stark macerirten, z. Th. noch schwarz glänzenden Fischschuppen, ferner mit Lamna-Zähnen, hier und dort auch mit dem undeutlichen Abdrucke zusammenhängender Partien eines Fischskeletes.

Das Unteroligocän

wird durch seine terrestre Facies, die untere Braunkohlenformation des Leipziger Tertiärs vertreten und beginnt von oben gerechnet mit sandigem Thon, der namentlich nach unten zu durch Braunkohlenstaub dunkel gefärbt ist, unter welchem drei durch Thonbänke getrennte Braunkohlenflötze von 6, 2 und 13 m Mächtigkeit und dann wiederum fette, gelblichbraune Thone folgen.

Unter der beim Abteufen der Zwenkauer Schächte gemachten geologischen und palaeontologischen Ausbeute befanden sich mehr als hundert der oben erwähnten kugelig-knolligen Concretionen aus dem unteren Meeressande. Bei ihrer specielleren Durchsicht gelangte ich auf die Vermuthung, in dem die Quarzkörner verbindenden Cemente derselben eine phosphoritische Substanz zu erblicken. Durch eine in dieser Richtung ausgeführte chemische Prüfung wurde in der That Phosphorsäure und Calcium als Hauptbestandtheile des Bindemittels jener Knollen nachgewiesen und damit die Natur der letzteren als phosphoritischer Quarzsandstein festgestellt.

Bereits beim Abteufen der jetzt wieder zu Bruche gegangenen

Braunkohlenschächte bei Grossstädteln und Gautzsch südlich von Leipzig wurden während der Jahre 1876 und 77 in dem oberen Horizont des mitteloligocänen Meeressandes, also genau in demselben Niveau wie bei Zwenkau, nuss- bis über apfelgrosse, kugelrunde, sowie z. Th. noch grössere ellipsoidische oder keulig verdickte Concretionen angetroffen, welche angeblich aus durch angewitterten Schwefelkies verkittetem Quarzsand bestehen sollten und auf jenen Werken als »Schwefelkieskugeln« bekannt waren, eine Bezeichnung, die sich leider auch in die Literatur eingeschlichen hat.

Auf Grund der Ermittelungen an den gleichalterigen und in jeder Hinsicht gleichartigen Knollen des Zwenkauer Mitteloligocäns lag es nahe, auch in den aus den Schächten zu Grossstädteln und Gautzsch geförderten »Schwefelkieskugeln« phosphoritische Concretionen zu vermuthen. Die daraufhin gerichtete chemische Untersuchung einiger in der Sammlung der geologischen Landesanstalt von Sachsen aufbewahrter, von dort stammender Exemplare bestätigte diese Annahme.

Auch bei Grossstädteln und Gautzsch concentriren sich diese Phosphoritknollen auf die oberste Bank des dort 13 m mächtigen unteren Meeressandes, während die von dort angeführten Conchylien (namentlich Pectunculus Philippii und Aporrhais speciosa) sich erst in dessen liegenderen Niveaus, dann aber in ausserordentlicher Fülle einstellen, in den Zwenkauer Schächten aber vermisst werden.

Kugelige Phosphoritknollen wurden auch in dem benachbarten Zöbigker beim Abteufen eines im Ober- und Mitteloligocän angesetzten Brunnenschachtes zu Tage gefördert.

Endlich ist auch von dem Mitteloligocän der Markranstädter Gegend und speciell der Braunkohlenwerke von Albersdorf, 8 km südwestlich von Leipzig durch ältere Aufschlüsse bekannt geworden, dass dessen unterer Meeressand zahlreiche bis über apfelgrosse kugelige Concretionen führt[1]). Aus den gefälligen Mittheilungen des derzeitigen Directors der dortigen Werke, des Herrn A. HOFFMANN, geht hervor, dass diese Knollen denen von Zwenkau petro-

---

1) Vergl. Erläuterungen zur geol. Specialkarte von Sachsen. Section Zwenkau. Von J. HAZARD. 1883. S. 9.

graphisch sehr ähnlich sind und deshalb, sowie nach Analogie ihres Auftretens gleichfalls phosphoritischer Natur sein werden.

Die Vertheilung der Aufschlüsse von Zwenkau, Grossstädteln, Zöbigker, Gautzsch und Albersdorf macht es höchst wahrscheinlich, dass der mitteloligocäne Meeressand innerhalb seines ganzen Verbreitungsgebietes in der Leipziger Gegend sich als Phosphorithorizont bewähren wird.

2. Die morphologische und petrographische Beschaffenheit der Phosphoritknollen.

Ihre Gestalt und Grösse. Die anscheinend wirre Vielgestaltigkeit der Phosphoritknollen des Leipziger Mitteloligocäns löst sich in drei Grundformen auf, in denen eine später zu erörternde genetische Gesetzmässigkeit zum Ausdrucke gelangt.

Am häufigsten sind Concretionen von entweder vollkommen kugeliger oder ellipsoidischer, zuweilen brodlaibartiger Gestalt und einem Durchmesser von 3—6, seltener bis 10 oder 12 cm. Ihnen reihen sich zweitens solche Gebilde an, die gewissermaassen aus der Aggregation zweier Individuen des ersten Typus hervorgegangen zu sein scheinen und je nach der Kürze oder Länge des Verbindungsstückes beider Körper entweder die Gestalt zweier nahe ihrer Peripherie in einander verfliessender Ellipsoide, oder aber diejenige einer an ihren Enden dick aufgeblähten Doppelkeule besitzen und dann bis 20 cm lang werden können. Seltener sind 3 oder 4 Ballen zu einem traubigen oder mehrarmigen Agglomerat verschmolzen. Weniger häufig als obige Gestalten sind drittens 15—20 cm lange cylindrische Concretionen mit zugespitzten oder abgerundeten Enden, also von spindel- oder wurmförmigem Aussehen.

Die Oberfläche aller dieser concretionären Gebilde ist scharf begrenzt und zwar eben, aber nicht glatt, sondern fühlt sich rauh an und besitzt einen feinkörnigen, sandsteinartigen Habitus.

Als Zeichen beginnender Anwitterung macht sich an der Peripherie der kugeligen Concretionen zuweilen die Neigung zu einer blätterigen, concentrisch-schaligen Ablösung bemerklich, während

deren Inneres stets von einer vollkommen gleichmässigen und einheitlichen Structur beherrscht wird.

Die Farbe der Concretionen ist an deren Oberfläche eine gleichmässig graue, im Inneren hingegen eine viel dunklere, fast schwarzgraue.

Das Gefüge der Knollen ist ein ausserordentlich zähes, so dass zu ihrem Zerschlagen sehr kräftige Hammerschläge erforderlich sind.

Ihre petrographische Beschaffenheit. Auf dem Querbruche macht das, wie gesagt, schwarzgraue Gestein zunächst einen fast krystallinen Eindruck, giebt sich jedoch schon bei Betrachtung mit der Lupe als ein sandsteinartiges Aggregat von kleinsten Quarzkörnchen zu erkennen, die durch ein fast schwarz erscheinendes Cement so fest zusammengehalten werden, dass sie sich aus diesem beim Zerschlagen der Knollen meist nicht herauslösen, sondern zerreissen und durch den Glanz ihrer Bruchflächen jenen täuschenden krystallinen Schimmer des Gesteines verursachen. Sobald aber doch eine Ablösung der Quarzkörner erfolgt, verleiht ihnen oft ein hauchartiger Ueberzug des Bindemittels einen messinggelben Schein, der früher zu der irrthümlichen Annahme einer kiesigen Natur dieser Concretionen verführt hat.

Man ersieht aus dieser obigen Beschreibung, dass die Leipziger Phosphoritknollen in ihrer äusseren Erscheinungsweise nicht die geringste Aehnlichkeit mit denen des Oligocäns von Ost- und Westpreussen sowie der Magdeburg-Helmstedter Gegend aufzuweisen haben. Vielmehr besitzt die Mehrzahl der letzteren eine sehr wechselvolle und völlig gesetzlose, knollige, traubig-nierenförmige Gestalt mit glatter, narbiger oder warziger Oberfläche und dunkelem, z. Th. tiefschwarzem, firnissglänzendem Ueberzug. In ihrem Inneren erscheinen sie gelblich bis dunkelbraun gefärbt oder gelb und braun gefleckt, in der Hauptmasse dicht und derb, enthalten in dieser mehr oder weniger reichliche Glaukonit- und Sandkörner und umschliessen oft die wohlerhaltenen Schalen von Conchylien.

Bei mikroskopischer Untersuchung wiederholt sich in allen Dünnschliffen von Leipziger Phosphoritknollen ausnahmslos folgendes Bild. Die Masse der Knollen besteht zunächst aus z. Th. vollkommen abgerollten oder kantengerundeten, z. Th. eckigen Quarzkörnern. Hier und dort trifft man auf ein isolirtes Muscovitblättchen, noch seltener

auf ein minimales, lebhaft grün durchscheinendes Glaukonitkorn. Die letzteren sind dann stets oval und von einer zarten Hülle schwarzer, organischer Substanz gänzlich oder theilweise überzogen und durch diese gegen das Phosphoritcement abgegrenzt. Nirgends machen sich dieselben durch Besonderheiten ihrer Gestalt oder durch eine innere Kammerung als Foraminiferen-Steinkerne kenntlich. Die Gesammtheit dieser Körner wird verkittet durch ein phosphoritisches Cement von gelblichbrauner Farbe, welches sich in Form dünner Säume um alle klastischen Elemente herum und zwischen denselben hindurch zieht, sich in den Lücken zwischen grösseren Körnern etwas reichlicher staut und nur local grössere Ansammlungen bildet, in denen dann kleinste Quarzkörnchen suspendirt liegen. Die phosphoritische Masse umschliesst sehr zahlreiche feinste, schwarze Pünktchen, sowie in geringerer Zahl grössere, ebenfalls opake, spratzige Fetzen von organischer Substanz.

Bei starker, 500—600facher Vergrösserung gewahrt man, dass die Adern von phosphoritischem Bindemittel, welche sich zwischen dem dichten Accumulate von Quarzkörnern hindurch winden und dieselben verkitten, nicht selten eine sehr zierliche Lagenstructur besitzen (Figur 1 der Tafel). Diese zarten, durch abwechselnd hellere und dunkelere Färbung unterschiedenen Lamellen wiederholen sich zwischen je zwei Quarzkörnern bilateral-symmetrisch, schmiegen sich der Oberfläche der letzteren an und können deshalb, wo sich deren Zwischenräume erweitern, minimale Hohlräume offen lassen, deren Wandungen oft ein aus nierenförmigen Wölbungen zusammengesetztes Relief aufweisen. In dieser structurellen Erscheinung findet der allmähliche Absatz des Phosphorites auf der Oberfläche jedes der locker aufeinander liegenden, von Mineralsolutionen umkreisten Quarzkörner seinen Ausdruck.

Das phosphoritische Bindemittel ist scheinbar amorph, zeigt jedoch im polarisirten Lichte eine im Allgemeinen sehr schwache Doppelbrechung, besitzt also feinstkrystalline Structur. Für die lagenförmig gegliederten Säume ist eine etwas stärkere Aggregatpolarisation charakteristisch.

Nach allen diesen Beobachtungen müsste das Material der Phosphoritknollen im Leipziger Mitteloligocän streng genommen als phosphoritischer Quarzsandstein bezeichnet werden. Jedoch ist für

die oft ganz ähnlich struirten phosphathaltigen Concretionen der übrigen norddeutschen Tertiärformation, die z. Th. einen noch geringeren Gehalt an Calciumphosphat und eine noch grössere Menge von Quarzkörnern umschliessen[1]), schon längst die Benennung: Phosphoritknollen gebräuchlich, welche deshalb auf die analogen Gebilde des Leipziger Oligocäns übertragen worden ist.

Ueberzieht man einen ohne Deckgläschen gelassenen Dünnschliff dieser Gesteinsmasse mit verdünnter Salzsäure, so nimmt man unter dem Mikroskop wahr, wie sich aus den phosphoritischen Bändern und deren Verdickungen in ganz gleichmässiger Vertheilung minimale Kohlensäurebläschen entwickeln. Diese Erscheinung stimmt mit dem analytischen Nachweise einer Beimengung von Calciumcarbonat überein und führt dessen innige Mischung mit dem Phosphate vor Augen.

3. Die chemische Zusammensetzung der Phosphoritknollen.

Die chemische Prüfung des in Säuren leicht löslichen Cementes der beschriebenen Concretionen ergab Phosphorsäure und Calcium als dessen wesentlichste Bestandtheile. Zugleich aber bewies, wie soeben erwähnt, das leichte Aufbrausen, welches sich beim Bestreichen der Bruchflächen und Dünnschliffe der Knollen mit Salzsäure auf diesen bemerklich machte, die gleichzeitige Anwesenheit eines Carbonates, so dass sich das Cement bereits mit Hülfe dieser Voruntersuchung im Wesentlichen als ein inniges Gemenge von Calciumphosphat und Calciumcarbonat zu erkennen gab.

Die im I. chemischen Laboratorium hiesiger Universität unter Leitung des Herrn Assistent Dr. B. Rassow ausgeführten sechs quantitativen Analysen des Gesteines verschiedener Concretionen bestätigten diese obigen Ergebnisse in vollem Maasse und ergänzten dieselben in mancherlei Richtung.

Als Mittel aus je zweien der ersten 4 Analysen ergab sich zunächst folgende Zusammensetzung der gesammten Gesteinsmasse:

---

1) Vergl. A. JENTZSCH, Festschrift der phys.-ökon. Ges. Königsberg, 1879. S. 28. — H. B. GEINITZ, Isis 1883. S. 41 u. a.

	I.	II.[1]
Organ. Subst. und H_2O . . .	0,60	1,08
CO_3	5,52	5,30
PO_4	21,86	21,86
Fe	2,10	0,99
Al	0,60	—
Ca	13,95	14,39
SiO_2 als Quarz	55,98	56,88
Fl	—	—
	100,61	100,50

Diesen Analysen würden entsprechen:

	I.	II.
Organ. Subst. und H_2O . . .	0,60	1,08
$CaCO_3$	9,20	8,83
$Al_2(PO_4)_2$	2,52	—
$Fe_2(PO_4)_2$	5,66	2,67
$Ca_3(PO_4)_2$	18,62	18,32
$CaHPO_4$	8,02	12,78
SiO_2 als Quarz	55,98	56,88
	100,60	100,56

Hieraus ergiebt sich, dass die phosphoritischen Knollen des Leipziger Mitteloligocäns bestehen aus etwa 56 Procent Quarzkörnern und etwa 44 Procent Cement, welches folgende procentale Zusammensetzung besitzt:

	I.	II.
Organ. Subst. und H_2O . . .	1,34	2,34
$CaCO_3$	20,62	20,24
$Al_2(PO_4)_2$	5,65	—
$Fe_2(PO_4)_2$	12,69	6,12
$Ca_3(PO_4)_2$	41,73	42,00
$CaHPO_4$	17,97	29,30
	100,00	100,00

Zwei fernere, von Herrn F. ROCHUSSEN mit fast gleichen Resultaten ausgeführte Analysen einer dritten Gesteinsprobe ergaben ausserdem übereinstimmend Spuren von Fluor.

---

1) Die Analysen I. ausgeführt von Herrn L. LASKA, — II. von Herrn G. FRIEBEL.

Aus den Ergebnissen obiger Analysen erhellt die Thatsache, dass das Cement unserer Phosphoritknollen ein Gemenge von vorwiegenden Calciumphosphaten nebst etwas Eisenphosphat und z. Th. auch Aluminiumphosphat mit etwa 20 Proc. Calciumcarbonat vorstellt, sowie dass im Gegensatze zu den bis 6,3 Proc. Fluorcalcium haltigen Phosphoriten z. B. der Lahngegend Fluor entweder gar nicht oder nur spurenhaft vorhanden ist.

Beide Eigenthümlichkeiten theilen die Leipziger Phosphoritknollen mit wohl allen denen des norddeutschen Oligocäns überhaupt. So führen die ost- und westpreussischen Phosphorite im Durchschnitte 5—6 Proc. Calciumcarbonat, Fluor hingegen meist gar nicht, in einigen Fällen spurenhaft und nur in einem einzigen Vorkommnisse bis zu 1,28 Proc.[1]), — diejenigen von Zietzow an der pommerschen Küste 9—11 Proc. Calciumcarbonat und eine Spur Fluor[2]), diejenigen von Hermsdorf bei Berlin weisen gleichfalls einen beträchtlichen Gehalt von Calciumcarbonat auf[3]), — in denjenigen der Helmstedter Mulde sind gleichfalls 5,18 Proc. dieses Carbonates, aber nur Spuren von Fluor vorhanden[4]).

Bekannt ist, dass auch gewisse Fluorphosphorite der Lahngegend bis über 9 Proc. Calciumcarbonat beigemengt enthalten und deshalb von Stein als ein besonderes Mineral unter dem Namen Staffelit eingeführt wurden.

4. Die organischen Einschlüsse der Phosphoritknollen.

Jeder Phosphoritknollen umschliesst in seinem Centrum organische Reste. Dieselben stammen entweder von Mollusken oder von Fischen ab. Der häufigste Vertreter der Conchylien ist Pectunculus Philippii Desh., der als Kern der bei weitem grössten Mehrzahl der Phosphoritknollen anzutreffen ist. Viel seltener ist Cyprina rotundata A. Braun, von welcher erst je ein Exemplar auf mehrere

1) A. Jentzsch, Festschrift der phys.-ökon. Ges. Königsberg 1879. S. 28 und 29.

2) E. Laufer, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. Berlin 1880. S. 284.

3) G. Berendt nach Lattermann l. c. 1890. S. 86.

4) H. B. Geinitz, Isis 1883. S. 9.

Dutzende des Pectunculus kommt, obwohl sie in dem direct über dem Phosphorithorizont folgenden Septarienthone in Unzahl erscheint. Noch vereinzelter sind Nucula Chastelii NYST und Fusus multisulcatus NYST als Einschlüsse der Phosphoritknollen zu beobaehten, während Aporrhais speciosa SCHLOTH. var. megapolitana BEYR. innerhalb vieler Phosphorite vorkommt und hier stets in grösserer Zahl von Individuen vergesellschaftet ist.

Von Fischen sind sowohl Reste von Haien, wie namentlich solche von Teleostiern vertreten und zwar erstere durch isolirte Zähne von Lamna cuspidata AG., letztere durch bis 15 mm grosse Ctenoidschuppen (Figur 6 und 7 der Tafel), welche in ihren Conturen und Verzierungen an diejenigen von Perciden oder von Holacanthen erinnern, ferner durch unbestimmbare, weil bereits stark macerirte Knochenfragmente. Otolithen von Fischen, mit deren Formenfülle, mit deren Vertheilung im Tertiär und mit deren systematischer Bedeutung uns bekannt gemacht zu haben, das Verdienst von E. KOKEN ist, und die nach dessen Darlegung in anderen Oligocänablagerungen Norddeutschlands in so grosser Menge vorkommen, sind in den Leipziger Phosphoritknollen durchaus nicht anzutreffen.

Wie schon S. 7 bemerkt, ist auch die vom Phosphorithorizonte nur durch 6 m durchlässigen Meeressandes getrennte, die Basis des Mitteloligocäns bildende Bank von ebenschichtigem Thon reich an Schuppen und Abdrücken von Skleletttheilen, soviel sich noch erkennen lässt, der Familie der Barsche angehöriger Fische.

Der Erhaltungszustand dieser organischen Reste. Die Schalen der vom Phosphorit umschlossenen Mollusken sind ohne Ausnahme nur im Negativ als äusserer Abdruck und Steinkern überliefert, in keinem einzigen Falle ist mir innerhalb eines Phosphoritknollens auch nur ein minimaler Rest der Schalensubstanz selbst begegnet. Die phosphoritischen Abgüsse der Conchylien sind ausserordentlich scharf, so dass sie bei Pectunculus Philippii die Ligamentfurchen der Area, die Bogen von Zähnen und die Randkerbung, anderseits die zarten concentrischen Anwachslinien der Oberfläche bis ins Kleinste wiedergeben (Figur 5 der Tafel). Gleiches gilt von der Ornamentik der Aporrhais- und Fusus-Gehäuse.

Der äussere Abdruck von Cyprina rotundata zeichnet sich

durch den spiegelnden Glanz aus, welcher von der dieser Gattung eigenthümlichen starken, hornigen Epidermis herrührt, was zugleich beweist, dass die phosphoritische Abformung erfolgt ist, noch ehe die Epidermis der Fäulniss verfallen war, also bald nach Ablagerung der die Leichname der Organismen umschliessenden Sande.

Die Steinkerne der an den Ventralrändern klaffenden Zweischaler schweben frei in ihrer die früheren Weichtheile ersetzenden Stellung innerhalb des äusseren Abdruckes, in welcher sie durch einen meist nur schmalen, die Klaffspalte ausfüllenden Steg festgehalten werden (Figur 2 der Tafel). Aehnliches gilt von den Steinkernen der Gastropoden, die an ihrer Mündung mit dem umgebenden Phosphorit in Zusammenhang stehen (Figur 4 der Tafel).

Der phosphoritische Sandstein, welcher die Abdrücke und Steinkerne der Conchylien bildet, ist dabei so vollkommen frisch und umschliesst das Negativ so continuirlich und homogen, dass an eine spätere, also nach Bildung der Knollen erfolgte Auslaugung der z. Th. sehr dicken Conchylienschalen nicht gedacht werden darf, um so weniger, als der Phosphorit selbst ein Gemenge von Calciumphosphat und -carbonat vorstellt, welche beide in kohlensäurehaltigem Wasser löslich sind und deshalb gleichfalls der Vernichtung oder theilweisen Extraction hätten verfallen müssen.

Nicht selten sind die sonst ausserordentlich scharfen und glatten phosphoritischen Abdrücke und Steinkerne der Zweischaler stellenweise oder in ihrer ganzen Ausdehnung überzogen von einem kleintraubigen, oft porösen, spröden Mineralgebilde von schwarzer Farbe. Unter der Lupe erkennt man, dass diese Kruste besteht aus einem engmaschigen, schwammigen Gewirre von sich spratzig theilenden, mattglänzenden, stalaktitischen Röhrchen mit kleintraubiger Oberfläche. Isolirte hohle Querfäden dieser Substanz durchziehen zuweilen den durch Auflösung der Schale entstandenen Spaltraum. Einzelne Abdrücke sind bedeckt von wurmförmig dahin kriechenden Röhren. An anderen Stellen bildet dieselbe Masse eine solide papierstarke Lage mit geperlter Oberfläche. Diese löst sich ebenso wie der poröse Ueberzug leicht von ihrer glatten Basis ab. Beide geben ein dunkel graubraunes Pulver, das in Säuren vollkommen löslich ist und sich bei chemischer Prüfung wesentlich als ein Gemenge von Calciumphosphat und -carbonat erweist. Diese Auskleidungen der Zwei-

schaler-Negative dürften demnach ziemlich ident sein mit dem Cemente der Phosphoritknollen.

Wie von den Mollusken im Inneren der Phosphoritconcretionen die Schalen verschwunden sind, so ist auch von den Fischen der mehr oder weniger verkalkte Knorpel der Haie und selbst der Knochen der Teleostier zum allergrössten Theile entführt worden. Nur die widerstandsfähigsten, durch einen Ueberzug von Schmelz geschützten Elemente, also Zähne und Schuppen, ferner einzelne, dann aber randlich stark angegriffene grössere Fragmente oder formlose kleinere Fetzen von Knochen sind der Vernichtung entgangen. Innerhalb derartiger Skeletresiduen ist die Mikrostructur des Dentins und der Knochenmasse z. Th. ausserordentlich scharf erhalten. Häufiger noch sind Knochenfragmente der Fische nur im Abdrucke überliefert und dann hier und dort als solche von Knochenplatten des Schädels, von Wirbeln oder von Flossenstacheln deutbar. Das oben erwähnte Fehlen von Gehörknöchelchen dürfte sich dadurch erklären, dass dieselben, die sich aus dichtgedrängten Kalkspathindividuen aufbauen, dem Auflösungsprocess durch kohlensäurehaltiges Wasser fast ebenso leicht wie die Conchylienschalen und noch leichter als die wesentlich aus Calciumphosphat bestehenden Fischskelete verfallen sind.

5. Die Abhängigkeit der Gestalt und Dimensionen der Phosphoritknollen von der Art, Grösse und Gruppirung ihrer organischen Einschlüsse.

Sämmtliche Gestalten der Phosphoritknollen des Leipziger Oligocäns haben wir S. 9 auf drei Grundformen zurückgeführt: die kugelig-sphäroidische, die brillenförmige bis doppelkeulige und die cylindrische. Dieselben sind keineswegs gesetzlose Zufälligkeiten, vielmehr spiegelt sich in ihnen regelmässig die Art, Grösse und Gruppirung ihrer organischen Einschlüsse wieder.

Die grossen kugeligen oder rundlichen Knollen bergen als Kern ausnahmlos nur das Negativ der Doppelklappe eines Pectunculus, seltener einer Cyprina (Figur 2 und 3 der Tafel), die brodlaibartigen dasjenige einer deren Einzelklappen. In den Concretionen

von brillenförmiger oder doppelkeuliger Gestalt bildet je ein mehr oder weniger weit von dem anderen entfernt liegender Abdruck den Nucleus eines der beiden aufgeblähten Enden, deren Umfang von der Grösse der Conchylien abhängt (Figur 5 der Tafel), so dass bei bedeutend differirenden Dimensionen der letzteren birnförmige Knollen entstehen. Die grossen sphäroidischen oder plump plattenförmigen Phosphoritmassen enthalten die Abdrücke von zu Ballen zusammengehäuften oder von lagenweise nebeneinander gereihten Exemplaren der Aporrhais speciosa (Figur 4 der Tafel).

In den kleineren Kugeln darf man mit ziemlicher Sicherheit einzelne oder mehrere Ctenoidschuppen (Figur 6 und 7) oder einen Lamnazahn erwarten, — in länglich ovalen Knollen hingegen Fragmente von grösseren Knochen, während die Achse der cylindrischen bis wurmförmigen Concretionen jedesmal von dem auf einen bindfadenartigen Streifen reducirten Residuum eines Fischskeletes gebildet wird, dass sich aus Schuppen- und Knochenresten, sowie aus den Abdrücken der letzteren zusammensetzt (Figur 8 der Tafel).

6. Die Genesis der Leipziger Phosphoritknollen.

Die Erklärung der Entstehungsweise der oben beschriebenen Phosphoritconcretionen musste von folgenden thatsächlichen Beobachtungen ausgehen:

1) Die Phosphoritknollen befinden sich im marinen Mitteloligocän von Leipzig auf primärer Lagerstätte;

2) die Phosphoritknollen liegen isolirt in einem dunkelgrauen Quarzsande vertheilt, der dem Wasser und wässerigen Lösungen freie Circulation gewährte und letzteren eine gegenseitige Wechselwirkung durch Diffusion ermöglichte;

3) die Phosphoritknollen bestehen aus dem nämlichen Quarzsande, der durch ein Cement von Phosphaten und zwar wesentlich von Calciumphosphat fest verkittet ist;

4) letzterem sind stets nicht unbeträchtliche Mengen von Calciumcarbonat beigemischt;

5) jeder Phosphoritknollen enthält als Nucleus entweder Abdrücke

und Steinkerne von Conchylien oder aber Zähne, Schuppen und Knochenreste von Fischen;

6) die Gestalt der Phosphoritknollen ist abhängig von der Zahl, der gegenseitigen Lage und Entfernung der von ihnen umschlossenen organischen Reste: kugelige Ballen bergen solche in ihrem Centrum, — brillenförmige oder länglich gestreckte, beiderseits keulig verdickte Knollen in ihren aufgeblähten Enden, — wurmförmige oder cylindrische Concretionen in ihrer Achse;

7) von den vom Phosphorit umschlossenen Conchylien sind nie die Schalen, sondern nur der Abdruck und Steinkern, von den Fischen nur Zähne und Schuppen, seltener Skeletreste erhalten.

Aus diesen Beobachtungen und zwar in erster Linie aus dem Gebundensein der phosphoritischen Concretionen an einen Nucleus entweder von Conchylien- oder aber von Fischresten, sowie aus dem Abhängigkeitsverhältnisse der Gestaltung der ersteren von der Zahl und Gruppirung ihrer organischen Einschlüsse ergiebt sich zunächst der Schluss, dass der Impuls zur Bildung der Concretionen, also zur Ausscheidung von phosphoritischem Cement im Sande rings um die organischen Reste von letzteren ausgegangen sein muss. Der fernere Umstand, dass in der einen Gruppe von Concretionen die Reste von Conchylien, in einer anderen solche von Fischen enthalten sind, dass aber die Schalen der ersteren vollständig und die Skelettheile der letzteren bis auf die Zähne, Schuppen und vereinzelte, jedoch ebenfalls bereits stark angegriffene Knochenfragmente gänzlich verschwunden sind, macht es ausserdem von vornherein wahrscheinlich, dass die Phosphoritbildung auf Kosten beider, also unter Betheiligung der von beiden gelieferten Substanzen unter gleichzeitiger Aufzehrung der die letzteren liefernden Harttheile vor sich gegangen ist.

Zur Entstehung dieser Phosphoritknollen genügte also keinesfalls derjenige Process, auf den die Bildung von Phosphoritconcretionen mit wohlerhaltenen Conchylienschalen oder Foraminiferengehäusen zurückzuführen ist. Das Material solcher Gebilde ist nichts als gewissermassen regenerirte Knochensubstanz, aus deren Lösung in Kohlensäure haltigem Wasser sich das Calciumphosphat um irgend einen Ansatzpunkt wieder ausschied und hierbei ebenso gut wie Glaukonit- oder Sandkörner auch die intact bleibenden Schalen von Mollusken oder Foraminiferen umschloss. Auf solche Weise mag die

Ursächlichkeit von Phosphoritconcretionen im jetzigen Meeresschlamm, sowie in der Jura-, Kreide- und Tertiärformation zu erklären sein, sobald in denselben Molluskenschalen und Foraminiferengehäuse noch enthalten, also bei der Phosphoritbildung nicht in Contribution gezogen worden sind, sondern nur als Ansatzpunkte, als Attractionscentren für das sich aus seiner Lösung wieder ausscheidende Calciumphosphat gedient haben.

Auf eine derartige Wanderung des phosphorsauren Kalkes führen z. B. RENARD und CORNET die Entstehung der Phosphoritconcretionen in der oberen Kreide Belgiens und Frankreichs zurück[1]). Nach ihnen concentrirt sich, ebenso wie die Kieselsäure zu Flintknollen, so auch das den Knochenfragmenten der Sedimente entzogene Calciumphosphat um gewisse Attractionspunkte, als welche zunächst die in den thierischen Resten des Schlammes noch enthaltene organische Substanz wirkt. Ist einmal eine derartige minimale Ausscheidung z. B. in und auf einem Foraminiferengehäuse erfolgt, so wächst diese in gleichem Maasse mit der in ihre Attractionssphäre gelangenden Phosphatlösung allmählich und noch lange nach Absatz der Schichten zu grösseren Concretionen heran.

Aehnlich spricht sich J. WALTHER[2]) über die Entstehung gewisser recenter Phosphoritknollen aus: Das von Organismenresten der Meeressedimente abstammende Calciumphosphat wird zunächst im Inneren von Foraminiferenschalen ausgeschieden, wächst aus diesen heraus, neben einander liegende Knöllchen verschmelzen mit einander und allmählich bilden sich Phosphoritconcretionen von beträchtlicher Grösse. Eine Mitwirkung absterbender organischer Gewebe ist hierbei, wie auch vielfach sonst bei der Bildung von Concretionen, zweifellos (l. c. S. 698).

Zur Entstehung unserer Leipziger Phosphoritknollen genügte jedoch eine solche einfache Ortsveränderung und Umlagerung des aus Knochentheilen extrahirten Calciumphosphates nicht, vielmehr muss dessen Ausscheidung auf der Mitwirkung einer Lösung des

---

1) A. F. RENARD et J. CORNET, Recherches micrograph. sur la nature et l'origine des roches phosphatées. Bull. de l'acad. R. Belgique. Sér. 3. S. 21. Bruxelles 1891. S. 126.

2) J. WALTHER, Einleitung in die Geologie als historische Wissenschaft 1893. S. 700.

Calciumcarbonates der Conchylienschalen beruhen, wodurch sich erst deren constante Aufzehrung im Centrum der werdenden Phosphoritknollen und das Gebundensein der letzteren an die Negative jener Schalen erklärt. Es sind mit anderen Worten zur Bildung der von uns beschriebenen Phosphoritconcretionen zwei getrennte Substanzquellen erforderlich und auch thätig gewesen: die eine für den kohlensauren Kalk in den Conchylienschalen, — die andere für die Phosphorsäure in den Fischskeleten. Aus der Wechselwirkung zweier solcher Lösungen wird eine Ausscheidung von Calciumphosphat erfolgt sein und zwar mit gleichem Effecte je nach dem Orte der Mischung und gegenseitigen Zersetzung dieser Solutionen entweder in der Sphäre der den Kalk liefernden Molluskenschalen oder in derjenigen der die Phosphorsäure abgebenden Fischskelete, wodurch jeder einzelne dieser organischen Reste allmählich mit einer Zone von Phosphorit umgeben wurde.

Die Entstehungsweise der Solution von Calciumbicarbonat durch Auflösung der in der That schliesslich total aufgezehrten und jetzt nur noch als Negativ den Nucleus einer Gruppe von Phosphoritknollen bildenden Conchylienschalen von Seiten des durch Verwesungsvorgänge mit Kohlensäure gespeisten Wassers ist leicht verständlich.

Complicirter war der Weg, auf welchem sich die Zufuhr der ausserdem noch erforderlichen Phosphorsäure in Form eines bei Wechselwirkung mit dem Calciumbicarbonate die Ausscheidung von Phosphorit veranlassenden Salzes vollzog.

Dass der Ursprung dieser Phosphorsäure aus den Skeleten der in dem feinen Meeressande begrabenen Fischleichname herzuleiten, ist zweifellos. Letztere gehörten, wie S. 15 gezeigt, theils Selachiern, theils Teleostiern an. Wenn nun auch bei ersteren das innere Skelet wesentlich aus Knorpel besteht, so hat doch in deren Wirbeln bereits eine nicht unbeträchtliche Aufnahme von phosphorsaurem Kalk stattgefunden, in Folge deren sie sich ausser aus hyalinem oder Faserknorpel auch noch aus verkalktem Gewebe zusammensetzen. Letzteres bildet dann einen centralen Doppelkegel, ferner concentrische mit Knorpellagen abwechselnde Ringe um diesen, endlich radiäre Strahlen und Keile. Lösenden oder zerlegenden Einflüssen wird das verkalkte Gewebe gerade derartiger von Knorpel durch-

wachsener Wirbel besonders leicht anheim fallen. Aber nicht nur die Knochensubstanz selbst, sondern auch der zuerst verwesende Knorpel enthält geringe Mengen von phosphorsaurem Kalk und wird deshalb ebenfalls zu einer Quelle von Phosphatlösungen. Diesem Lösungsprocesse entgehen nur die Zähne und auch von diesen nur der Schmelz und das harte Dentin. Wie rasch sich diese Vernichtung des knorpelig-kalkigen Skelets der Haie vollzieht, wird durch gewisse Ergebnisse der Tiefsee-Netzzüge illustrirt. So förderte ein einziger solcher Zug aus dem Tiefseeschlamm des Pacific nicht weniger als 1500 lose Zähne verschiedener Haifischgattungen, aber keine Skeletreste der letzteren zu Tage[1]).

In noch weit reichlicherem Maasse als von den Hartheilen der Knorpelfische wurden Phosphatlösungen producirt von den knöchernen Skeleten der Teleostier, welche in dem mitteloligocänen Meeressande von Leipzig begraben wurden. Da von deren Individuen nur noch Schuppen, von den Knochen aber nur seltene, peripherisch von dem Lösungsprocess bereits angenagte Fragmente vorhanden sind, in den verschwundenen Skeleten aber gegen 60 Procent phosphorsauren Kalkes enthalten waren, so müssen dieselben beträchtliche Mengen von Phosphatlösungen geliefert haben.

Die Base dieser Phosphate muss eine solche gewesen sein, dass bei Diffusion deren Lösung mit derjenigen des von den Conchylienschalen herrührenden Calciumbicarbonates Calciumphosphat, also die Hauptmasse des Cementes der sandigen Phosphoritknollen zur Ausscheidung gelangte.

Als Agentien, welche den phosphorsauren Kalk der Knochen zu einem obige Leistungen erfüllenden Phosphate zerlegt haben, werden Kohlensäure und Ammoniak thätig gewesen sein, wie sie durch den Fäulnissprocess der abgestorbenen Organismen, in grösster Menge aber von den rasch verwesenden Fischleibern erzeugt wurden und somit direct auf die Knochensubstanz der Fischskelete einzuwirken vermochten. Diese Einwirkung konnte auf zweifachem Wege von statten gehen.

Bei Gegenwart von reichlicher Kohlensäure fand eine directe Lösung des im Knochen enthaltenen Calciumphosphates durch das

1) J. WALTHER, Einleitung in die Geologie 1893. S. 676.

kohlensäurehaltige Wasser statt[1]), zugleich verband sich Ammoniak mit Kohlensäure zu kohlensaurem Ammoniak. Bei der Mischung dieser beiden Lösungen, wobei die letztgenannte gegenüber der schwachen Solution von Calciumphosphat im Ueberschusse vorhanden war, erfolgte eine Zerlegung zu Ammoniumphosphat und Calciumcarbonat.

Wurde dahingegen die Gesammtheit der Kohlensäure bei der Bildung des kohlensauren Ammoniaks absorbirt, so musste eine Einwirkung des letzteren unmittelbar auf die Knochen selbst stattfinden. Auch hierbei vollzog sich unter dem Einflusse des Ueberschusses von Ammoniumcarbonat eine Umsetzung zu den soeben genannten Salzen, die beide in Lösung weggeführt wurden.

Sobald nun die auf solchen Wegen erzeugten Solutionen von Ammoniumphosphat mit den in reichlicher Quantität von den Molluskenschalen gelieferten Lösungen von Calciumbicarbonat zur Wechselwirkung gelangten, so erfolgte die Ausscheidung von Calciumphosphat. Dieselbe konnte sich entweder in der Sphäre der in Auflösung begriffenen Conchylienschalen vollziehen, sobald die Ammoniumphosphat-Lösung durch den Sand bis dahin diffundirte, — oder aber in der Umgebung der faulenden Fischreste, falls umgekehrt von jenen aus die Lösung des Calciumbicarbonates bis in deren Nähe gelangte. Auf solche Weise wurde um beiderlei Centren die Bildung von Phosphoritknollen erzielt und zugleich die Erscheinung bedingt, dass dieselben stets an die Negative der Schalen oder aber an die am schwersten löslichen oder zersetzbaren Ueberbleibsel der Fischskelete, nämlich an deren Zähne und Schuppen oder an Knochenreste derselben gebunden sind.

Bei diesem theoretisirenden Verfolge der Phosphoritbildung wurde einerseits dem im Ueberschuss einwirkenden kohlensauren Ammoniak die Fähigkeit zugeschrieben, den phosphorsauren Kalk des Knochens zu zerlegen, — während anderseits der Zutritt einer Uebermenge von gelöstem kohlensaurem Kalk zu der auf obigem Wege erzielten

---

1) G. Bischof, Lehrbuch der chem. u. phys. Geologie II. 1864. S. 241 und 242 etc. — Liebig, Annalen d. Chemie 1858. 106. S. 196. — E. Reichardt, Zeitsch. analyt. Chemie 1872. S. 275 u. a. O. — Normales Calciumphosphat gewinnt man aus natürlichem, unreinem Phosphorit und aus Knochen durch Extraction mit gesättigtem kohlensäurehaltigem Wasser.

Solution von phosphorsaurem Ammoniak wiederum eine Ausscheidung von Calciumphosphat bewirken sollte.

Von solchen Gesichtspunkten aus wurden, um die Wahrscheinlichkeit eines derartigen Vollzuges der Phosphoritbildung experimentell zu erhärten, zwei Versuchsreihen ausgeführt. Die erste derselben sollte den vorausgesetzten zerlegenden Einfluss des kohlensauren Ammoniaks auf den phosphorsauren Kalk der Fischskelete selbst erproben. Zu diesem Zwecke wurden verwendet:

1) Die Knorpelanlagen der Schädelkapsel und der Wirbelsäule von Petromyzon, dem Neunauge;

2) in kleine Würfel zerschnittener Hyalinknorpel im Anfangsstadium der Verkalkung;

3) grobzerstossene, durch Behandlung mit Petroläther entfettete Wirbel von Gadus, dem Schellfisch, welche über 57 Proc. Calciumphosphat enthalten;

4) frisch gefällter basischer phosphorsaurer Kalk.

Die drei zuerst genannten Skeletgebilde wurden gewählt, weil sie denjenigen der in dem Meeressande begrabenen Fische in der verschiedengradigen Concentration des phosphorsauren Kalkes am nächsten zu stehen schienen; der Versuch mit künstlich erzeugtem Calciumphosphat wurde angestellt, weil er voraussichtlich rascher zum Ziele führte und zugleich zur Controlle dienen konnte.

Jede einzelne dieser, wie gesagt, den phosphorsauren Kalk in sehr verschiedener Menge und Vertheilung enthaltenden Substanzen wurde der Einwirkung einer reichlichen, mässig verdünnten Lösung von Ammoniumcarbonat ausgesetzt. Nach mehrwöchentlicher Einwirkung des letzteren war der gefällte phosphorsaure Kalk (4 oben) vollständig verschwunden; aus der wasserklaren Lösung begannen sich bald danach auf dem Boden und an den Wänden des Glasgefässes Krystallkörnchen abzuscheiden, welche sich durch das Brausen bei ihrem Betupfen mit Säure und durch die erzielte Kalkreaction als kohlensaurer Kalk ergaben. Es hatte demnach das kohlensaure Ammoniak eine Zerlegung des phosphorsauren Kalkes bewirkt, wobei Lösungen von kohlensaurem Kalk und phosphorsaurem Ammoniak hervorgegangen waren. Nach Auskrystallisirung des grössten Theiles des ersteren erfolgte aus letzterer bei ihrer Mischung mit reichlicher Lösung von Calciumbicarbonat ein

weisser Niederschlag, der sich nach qualitativer chemischer Untersuchung als Calciumphosphat erwies[1]).

Genau so wie frisch gefälltes Calciumphosphat verhielt sich der in dem Knorpel von Petromyzon, in dem theilweise verkalkten Hyalinknorpel und in den Knochen von Gadus enthaltene phosphorsaure Kalk gegen den Einfluss einer Lösung von kohlensaurem Ammoniak. Wenn auch diese Skelettheile eine Formveränderung durch Substanzverlust kaum erkennen liessen, so erwiesen sich doch die aus ihnen durch den zerlegenden Einfluss des kohlensauren Ammoniaks erzielten Lösungen in allen Fällen als solche von phosphorsaurem Ammoniak und kohlensaurem Kalk, indem sich aus ihnen zunächst Kalkspathmikrolithen, dann bei Zusatz von reichlicher Calciumbicarbonat-Lösung phosphorsaurer Kalk ausschieden.

Durch diese Versuchsreihe wurde experimentell bewiesen, dass der vermuthete Process der Erzeugung einer Lösung von phosphorsaurem Ammoniak durch unmittelbare Einwirkung einer Uebermenge von kohlensaurem Ammoniak auf die Skelete von Fischen sich thatsächlich zu vollziehen vermag, — einer Lösung, aus welcher bei Zufuhr von kohlensaurem Kalk wiederum phosphorsaurer Kalk gefällt wird.

Eine zweite Versuchsreihe sollte den ebenfalls als möglich vorausgesetzten Vorgang erhärten, dass das Calciumphosphat der Knochen und des Knorpels durch kohlensäurehaltige Wasser extrahirt und dann erst, also in Form einer Lösung, mit einem Ueberschusse von Ammoniumcarbonat zu jener zerlegenden Wechselwirkung gebracht würde.

Zu diesem Zwecke wurden, nachdem durch die vorherigen Versuche erwiesen war, dass sich der phosphorsaure Kalk der Knochen gegen kohlensaures Ammoniak genau so verhielt wie künstlich producirtes Calciumphosphat, kleine Mengen von frisch gefälltem basischem phosphorsaurem Kalk durch Zuleitung von Kohlensäure in Wasser gelöst, was sich rasch vollzog. Bei reichlichem Zusatz von kohlen-

---

1) Bereits Becquerel erzielte Calciumphosphat, indem er phosphorsaures Ammoniak auf Kalkstein bei gleichzeitiger Zuführung von Kohlensäure einwirken liess. Compt. rend. XXXIV. S. 573. Jahresbericht d. Chemie 1852. S. 8.

saurem Ammoniak stellte sich nach einiger Zeit in der bis dahin wasserklaren Lösung eine gleichmässige Trübung ein, welche abfiltrirt wurde und sich als kohlensaurer Kalk ergab, nach dessen Ausscheidung wesentlich nur noch phosphorsaures Ammoniak in Lösung geblieben sein konnte. Der immer noch in geringen Mengen in ihr vorhandene kohlensaure Kalk schied sich grossentheils im Verlaufe einiger Tage in Form von auf der Oberfläche der Lösung schwimmenden Ketten und Gruppen von Kalkspathkörnchen aus, die sich unter dem Mikroskop als reine Rhomboëder oder als rhomboëdrische Combinationen erwiesen. Aus dieser nun ziemlich reinen Lösung von phosphorsaurem Ammoniak erfolgte bei Zusatz einer grösseren Menge von Calciumbicarbonat ein Niederschlag, der auf Grund seiner chemischen Reactionen leicht als Calciumphosphat erkannt wurde. Das geringe Aufbrausen dieses gut ausgewaschenen Niederschlages bei seiner Auflösung in Salpetersäure deutete auf eine Beimischung von etwas Calciumcarbonat hin, der bei der Zerlegung des Ammoniumphosphates nicht verwandt worden war und sich bei der Abfiltrirung der Lösung aus letzterer abgeschieden hatte.

Lässt man die Mischung von Ammoniumphosphat und Calciumbicarbonat nach direct erfolgender Trübung durch ausfallendes Calciumphosphat statt sie gleich zu filtriren noch einige Tage stehen, so wachsen die Mikrolithen des letzteren zu monoklinen Prismen und Blättchen von freilich noch immer mikroskopischer Winzigkeit heran, die an Brushit ($\frac{2}{3}$ phosphorsauren Kalk) erinnern. Gleichzeitig haben sich kleine Gruppen von rhomboëdrischen Kalkspathkryställchen abgeschieden.

Durch diese Versuche wird bewiesen, dass das Calciumphosphat der Fischskelete sowohl direct, als nach seiner Extraction durch kohlensäurehaltiges Wasser sich mit Ammoniumcarbonat zu Calciumcarbonat und Ammoniumphosphat zerlegt und dass sich letzteres mit reichlich zugeführtem Calciumcarbonat wiederum zu Calciumphosphat und Ammoniumcarbonat umsetzt.

Im Meeressande des Leipziger Mitteloligocäns waren alle Bedingungen zum Vollzuge dieses Processes erfüllt: die Verwesung der Organismen und vor allen der Fischleiber lieferte grosse Quantitäten von Ammoniak und von Kohlensäure, also auch von Ammoniumcarbonat, durch dessen Einwirkung auf die mehr

oder weniger verkalkten Skelete der Fische wurde Ammoniumphosphat und Calciumcarbonat erzeugt. Auf der anderen Seite ging ausserdem aus der Auflösung der Conchylienschalen durch kohlensäurehaltiges Wasser reichlich Calciumbicarbonat-Lösung hervor. Die Durchlässigkeit der Sande ermöglichte eine Mischung beider. Wo dies geschah, also entweder im Umkreise der Molluskenschalen oder in dem der Fischreste, erfolgte eine Fällung von Calciumphosphat, welches den Sand zu phosphoritischen Knollen verkittete. Da hierbei Calciumbicarbonat im Ueberschusse vorhanden war, schieden sich gleichzeitig geringe Quantitäten von Calciumcarbonat aus, welche sich dem Calciumphosphate innig beimengten.

Dieser Process erklärt die Gesammtheit der auf S. 18 u. 19 aufgezählten Erscheinungen, wie sie für die beschriebenen Phosphoritknollen und für deren Auftreten in dem Sande des Leipziger Mitteloligocäns charakteristisch sind, und somit für deren Genesis maassgebend waren.

Zugleich aber findet das Fehlen solcher Phosphoritknollen in unserem Septarienthon und in dem über diesem folgenden oberoligocänen Meeressande seine Erklärung. In dem fetten, wenn auch z. Th. sandigen Septarienthon waren die reichlichst vorhandenen Conchylienschalen dem Einflusse des kohlensäurehaltigen Wassers entzogen und blieben deshalb erhalten, so dass die Quelle des zur Fällung von Calciumphosphat erforderlichen Calciumbicarbonates verstopft war. In dem oberen Meeressande hingegen ist das Fehlen von Phosphoritknollen die natürliche Folge des Mangels jeglicher animalischer Einschlüsse, deren Verwesungs- und Auflösungsproducte das phosphoritische Bindemittel des Sandes geliefert haben könnten.

II. Die Verbreitung des Phosphorites in Norddeutschland.

Die Verbreitung von Phosphoritvorkommnissen beschränkt sich im eigentlichen Norddeutschland wesentlich auf zwei Ausstrichgebiete mesozoischer und kaenozoischer Formationen: eine dem Südufer der Ostsee entlang laufende baltische Zone und ein das nördliche Vorland des Harzes umfassendes Areal, die subhercynische Zone[1]).

I. Die baltische Phosphoritzone.

Die baltische Phosphoritzone Norddeutschlands erstreckt sich vom Inneren Ostpreussens aus in westlicher Richtung über Königs-

---

1) In der geologischen Literatur Norddeutschlands sind kurze Beschreibungen und z. Th. nur beiläufige Erwähnungen von Phosphoritvorkommnissen derartig zerstreut, dass mir voraussichtlich einige derselben entgangen sein werden. Doch hoffe ich, dass das bezweckte Gesammtbild der Verbreitungsgebiete der Phosphorite in Norddeutschland durch einen etwaigen Mangel dieser Art nicht gelitten hat, — letzteres um so weniger, als ich in mehreren mir zweifelhaften Fällen durch die erbetene und bereitwilligst gewährte Auskunftsertheilung von Seiten der Herren K. VON FRITSCH, E. GEINITZ, A. JENTZSCH, J. H. KLOOS und W. WOLTERSTORFF freundlichst unterstützt worden bin.

Geradezu überraschend wirkt es, dass in der Abhandlung von R. A. F. PENROSE und N. S. SHALER: Nature and origin of deposits of Phosphate of lime, Bullet. U. St. geol. Survey No. 46. Washington 1888, in dem Abschnitte: Amorphous nodular phosphates, unter welchem die Phosphoritconcretionen Nordamerikas, Englands, Frankreichs, Belgiens und Russlands beschrieben werden, auch nicht die leiseste Erwähnung der Phosphoritvorkommnisse der baltischen Zone, sowie der Gegend Magdeburg-Helmstedt zu finden ist, obschon viele derselben bereits damals nicht nur eine geologische, petrographische und chemische Beschreibung erfahren hatten, sondern z. Th. auch eine technische Verwendung fanden. Die Namen und die einschlägigen Resultate von BERENDT, GEINITZ, JENTZSCH, VON KOENEN, VATER u. anderen in dieser Richtung publicistisch thätig gewesenen Autoren sucht man sowohl in dem Texte, wie in der »Bibliography« der PENROSE'schen Phosphorit-Monographie vergebens.

berg und das Samland, durch Pommern und Mecklenburg bis nach Holstein. In ihrem damals bekannten östlichen Abschnitte erblickte G. Berendt[1]) die »muthmassliche Fortsetzung der grossen russischen Phosphoritzone der oberen Kreide«, welche sich ununterbrochen von der Wolga über den Don bis zu den Quellflüssen der Desna ausdehnt und von Berendt durch die cretaceïschen und oligocänen Phosphoritvorkommnisse der Gegend von Grodno[2]) mit denjenigen der Provinzen Preussen und Pommern in Verbindung gebracht wurde. Berendt glaubte den ersten Ursprung der oligocänen Phosphorite der eben genannten Landstriche aus der oberen Kreide herleiten zu dürfen und schloss aus diesem Grunde auf eine grosse mitteleuropäische Phosphoritzone der oberen Kreideformation. Seit jener Zeit haben die Funde in der westlichen Strecke des baltischen Gestades erwiesen, dass hier schon im Dogger und in der unteren Kreide, also in viel tieferen und geologisch weit von einander getrennten Horizonten Phosphoritbildungen vor sich gegangen sind, dass also die baltischen Phosphoritvorkommnisse keineswegs im Sinne Berendt's die Fortsetzung der obercretaceïschen Phosphoritzone Russlands bilden. Bereits A. Jentzsch hat wiederholt auf die Thatsache aufmerksam gemacht, dass innerhalb der »grossen Phosphoritzone« die Phosphorite nicht an ein bestimmtes geologisches Niveau, sondern vielmehr an ein gewisses Landgebiet gebunden seien, innerhalb dessen sie sich in den verschiedensten Schichten vom Gault bis zum Diluvium concentriren[3]). Eine solche geographische Auffassung der baltischen Phosphoritzone machte sich in noch höherem Maasse nothwendig, seitdem sich auch der Dogger als phosphoritführend erwiesen hat und seitdem feststeht, dass ein ganz analoges Verhältniss, nämlich die Zusammendrängung zahlreicher verschiedenalteriger Phosphoritvorkommnisse auf ein beschränktes Areal sich in einem zweiten Gebiete Norddeutschlands, der subhercynischen Phosphoritzone wiederholt.

---

1) G. Berendt, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanstalt 1880. S. 280 u. Karte auf Taf. X.

2) G. Berendt, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1870. S. 903.

3) A. Jentzsch, Untergrund des norddeutsch. Flachlandes. Schriften der phys.-ökon. Ges. Königsberg 1881. XXII. S. 53; ferner: Führer durch d. geol. Samml. d. Provinzialmuseums. Königsberg 1893. S. 53.

Innerhalb der baltischen Phosphoritzone haben sich bis jetzt folgende geologische Horizonte als phosphoritführend erwiesen:

5. das **Alluvium,**
4. das **Diluvium,**
3. das **Tertiär**
   das Unteroligocän,
2. die **Kreideformation**
   e. das Obersenon,
   d. das Untersenon,
   c. das Turon,
   b. das Cenoman,
   a. der Gault,
1. der **Dogger**
   die Stufe des Ammonites Murchisonae.

1. Die jurassischen Phosphoritvorkommnisse:

in der Stufe des Ammonites Murchisonae des unteren Dogger.

Am steilen Südstrande des Insel Wollin zwischen Lebbin und Karzig ist nach W. DEECKE[1]) eine Schichtenfolge von Sanden und Thonen entblösst, in welcher er ein Aequivalent der Murchisonae-Stufe Süddeutschlands erblickt. Derselben zeigte sich eine Bank von z. Th. plattenförmigen, sandigen Sphaerosideriten eingelagert, welche zahlreiche Phosphoritknollen, ferner Exemplare von Belemnites subgiganteus BRC. und Ammonites subundulatus BRC., sowie Saurierreste beherbergen. Die Phosphorite »sind ohne Ausnahme abgerollt, als wären sie längere Zeit am Strande von den Wogen hin- und hergeschleppt«, befinden sich also bereits im unteren Dogger auf secundärer Lagerstätte.

1) W. DEECKE, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1893. S. 249. — Derselbe: Die mesoz. Formationen d. Prov. Pommern. Greifswald 1894. S. 6.

2. Die cretaceïschen Phosphoritvorkommnisse:

a. im Gault (Minimusthon).

Bei einer im Beginne der siebziger Jahre in der Stadt Greifswald ausgeführten Tiefbohrung wurde nach W. Dames[1]) unter dem dortigen Diluvium, Turon und Cenoman für etwa 40 m ein zunächst sandiger, dann thoniger Schichtencomplex durchstossen, der sich durch die Führung von Belemnites minimus als oberer Gault erwies. Derselbe ist reich an Phosphoritknollen, welche Reste von Ammoniten und Pecten sowie von unbestimmbaren anderen Molluskenschalen umschliessen.

b. im Cenoman.

Nach Jentzsch[2]) steht mariner Cenomansandstein, nach der Verbreitung seiner Diluvialgeschiebe zu schliessen, unzweifelhaft im tieferen Untergrunde Ost- und Westpreussens an und führt hier, wenn auch nicht constant, Phosphoritknollen.

Aus Mecklenburg beschreibt E. Geinitz phosphoritführendes Cenoman[3]). Nordwestlich von Remplin bei Malchin im mittleren Mecklenburg wurde beim Eisenbahnbau unter dem Geschiebemergel zunächst in 2 m Mächtigkeit Cenomankalk mit Terebratula biplicata, Terebratulina striatula, Avicula gryphaeoides und Belemnites ultimus, darunter eine bis zu 0,75 m mächtige Schicht von voraussichtlich ebenfalls cenomanem Grünsand angeschnitten. Letzterer enthält reichlichere grössere und kleinere Phosphoritknollen, diese ohne organische Reste, nur mit Fragmenten von verkieseltem Coniferenholz verwachsen. Aehnliches wiederholt sich in den cenomanen Grünsanden von Gielow jenseits der Malchiner Niederung.

c. im Turon.

Am nördlichen Steilufer der Insel Wollin gegen das Swinhöft hin treten unter dem Diluvium auf eine kurze Strecke graue

---

1) W. Dames, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1874. S. 974.

2) A. Jentzsch, Chronolog. Uebersicht d. Geol. Ost.- und Westpreussens. Anhang zum Führer durch die geol. Samml. Königsberg 1892.

3) E. Geinitz, XV. Beitrag zur Geologie Mecklenburgs. Güstrow 1894. S. 107 u. Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1894. S. 290.

turone Kalkmergel zu Tage, welche nach Bornhöft Phosphorite enthalten [1]).

d. Im Senon.

Zunächst ist es das Untersenon, speciell die Zone der Ammonites Margae, also des Emscher, welches sich im Bereiche der baltischen Kreide stellenweise als phosphoritführend erwiesen hat. Hierher gehören gewisse Thone der hinterpommerschen Ostseeküste, in welchen A. Krause bei Revahl eine glaukonitreiche Mergelschicht mit zahlreichen Foraminiferen, kleinen Austern und Actinocamax westphalicus, sowie mit Phosphoritknollen und zwar in Phosphorit umgewandelten Spongien beobachtete [2]).

Ebenfalls Actinocamax westphalicus führen die sonach gleichfalls untersenonen glaukonitischen, zum Theil kieseligen, zum Theil kalkhaltigen Sandsteine von Arnager auf Bornholm, welchen an ihrer Basis eine etwa 0,6 m mächtige Lage mit zahlreichen, bis hühnereigrossen Phosphoritknollen eingeschaltet ist [3]).

Im Norden Mecklenburgs bilden obercretaceïsche local phosphoritführende Glaukonitkalke zunächst den Rücken der Brunshaupten-Diedrichshäger Berge, der sich in nordwestlicher Richtung bis Heiligenhafen in Holstein erstreckt, und ebenso die Karenzer Berge, eine Partie des Lübtheener Gebirgszuges [4]). Bei Brunshaupten sind dem glaukonitischen Plänerkalk Lagen von Conglomerat eingeschaltet, welche aus ei- bis nussgrossen Knollen von Phosphorit und einem kalkig-thonigen Cemente bestehen. Auch bei Karenz gehören die Phosphorite zum Theil einem dem Pläner eingelagerten Conglomerate an, wiederholen sich jedoch auch in dem Pläner selbst entweder als isolirte Einsprenglinge oder zu Lagen von 2—5 cm Mächtigkeit concentrirt. Innerhalb der Conglomerate führen dieselben in ihrem Inneren organische Reste oder bilden Steinkerne von Gastropoden und Zweischalern.

---

1) W. Deecke, Mesoz. Format. d. Prov. Pommern 1894. S. 37.

2) A. Krause, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1889. S. 611.

3) F. Johnstrup, Abriss der Geologie von Bornholm. Greifswald 1889. S. 41.

4) E. Geinitz, Flötzformationen Mecklenburgs. Güstrow 1883. S. 39, 45, 59. — Derselbe, Der Boden Mecklenburgs. Güstrow 1885. S. 15. — Derselbe, IX. Beitrag zur Geologie Mecklenburgs. Güstrow 1887. S. 51.

E. Geinitz sprach diese phosphoritführenden Pläner anfänglich für unterturon oder untersenon an. Neuerdings hat derselbe auf erstere Auffassung verzichtet, hält aber vorläufig das untersenone Alter jener Schichten aufrecht[1]), während C. Gottsche deren Zugehörigkeit zum Obersenon vermuthet[2]), welche E. Stolley mit Bestimmtheit für dieselben in Anspruch nimmt[3]).

Aus den senonen Kreidevorkommnissen der Provinz Schleswig-Holstein sind bisher, obwohl sie genau in der nordwestlichen Fortsetzung der mecklenburger Phosphorit führenden Pläner von Brunshaupten-Karenz liegen und mit diesen ident sind, Phosphorite nicht beschrieben worden[4]).

Dahingegen ist an der pommerschen Küste bei einer Tiefbohrung in der Stadt Köslin unter dem Tertiär und über dem Juraoolith ein hellgrauer Thonmergel mit Phosphoriten durchstossen worden, welcher dem Senon angehören dürfte[5]).

In Ost- und Westpreussen ist das ganze Senon vom Emscher bis hinauf zur Mucronatenstufe durch marine Glaukonitbildungen vertreten, die im Untergrunde beider Provinzen eine weite Verbreitung besitzen und ziemlich allgemein Knollen von Phosphorit führen dürften. So finden sich nicht selten Diluvialgeschiebe von senoner Kreide mit Phosphoritconcretionen; ferner sind besonders im Diluvium der weiteren Umgebung Königsbergs walzenförmige Phosphorite verbreitet, die einen gesonderten cylindrischen Kern organischen Ursprungs bergen und die voraussichtlich dem Obersenon entstammen. Bei der Aufarbeitung dieser cretaceïschen Ablagerungen durch das Oligocänmeer wurden die in ihnen enthaltenen Phosphorite dem Unteroligocän der Provinzen Preussen einverleibt[6]).

---

1) E. Geinitz, briefliche Mittheilung vom 21. Januar 1895.

2) C. Gottsche, Sedimentärgeschiebe d. Prov. Schleswig-Holstein. 1883. S. 49.

3) E. Stolley, Die Kreide Schleswig-Holsteins. Mittheil. aus d. mineralog. Institut zu Kiel. Bd. I. Heft 4. 1891. S. 220 u. f.

4) Vgl. H. Haas, Geolog. Bodenbeschaffenheit Schleswig-Holsteins. 1889. Das Kreidegebirge S. 39—46. — E. Stolley l. c. S. 198—222.

5) A. Jentzsch, Schriften der naturf. Ges. zu Danzig. VII. 1888. Heft 1. S. 13. — W. Deecke, l. c. S. 98.

6) G. Berendt, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1880. S. 285 nebst Karte auf Taf. X. — M. Hoyer, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1880. S. 701. —

3. Die tertiären Phosphoritvorkommnisse:

im Unteroligocän.

Für die Glaukonitsande des marinen Unteroligocäns, also der Bernsteinformation Ost- und Westpreussens, ist nach den fortgesetzten Beobachtungen von G. BERENDT und A. JENTZSCH die Führung von Phosphoritknollen geradezu charakteristisch. Namentlich sind es folgende Bezirke und Ortschaften, in derem Bereiche diese Phosphoritführung thatsächlich nachgewiesen ist und deren unregelmässige Vertheilung innerhalb der genannten Provinzen die Constanz und Allgemeinheit dieser Erscheinung höchst wahrscheinlich macht: Insterburg, — Heilsberg, — Bartenstein, — Königsberg und das Samland (Georgenwalde, Geidau, Pollwitten, Kauster, Dross-Dirschkeim, Palmnicken, Kuhren u. a. Orte), — Elbing (Kalthof), — Marienburg-Dirschau (Uhlkau, Stuhm, Watzmirs, Dirschau), — Danzig (Klempin, Senslau, Nenkau).

Der grösste Theil dieser Phosphoritknollen entstammt der Zerstörung und Aufarbeitung der Kreide, doch ging in der Unteroligocänzeit eine erneute Bildung von Phosphoriten vor sich, welche dann nicht selten Conchylien, Crustaceen und Wirbelthierreste dieser Periode umschliessen oder Steinkerne der ersteren bilden[1].

Von Westpreussen aus setzt sich die Phosphoritführung des Unteroligocäns zunächst nach Pommern und von hier in die Provinz Brandenburg fort. So fand G. BERENDT in den Glaukonitsanden und Letten der Zietzower Höhen bei Rügenwalde Phosphoritknollen, von denen die einen meist nur bis faustgrossen Exemplare eine traubig-nierige Gestalt und eine schwarz glänzende Oberfläche besitzen,

A. JENTZSCH, Untergrund d. norddeutsch. Flachlandes l. c. 1881. S. 51—52, nebst Karte auf Taf. I. — Derselbe, Führer durch die geol. Samml. l. c. S. 52 u. 53, sowie Tabelle I.

1) G. BERENDT, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1870. S. 908, ferner Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1880. S. 287, nebst Karte Taf. X. — A. JENTZSCH, Schrift. d. phys.-ökon. Ges. Königsberg. Festschrift 1879. S. 26, 27, 28. — XXII. 1881. S. 52, nebst Karte. — Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1884. S. 440. — 1885. S. 419, 420, 421. — Schriften d. Naturf. Ges. Danzig VII. Heft 1. 1888. S. 12. — Führer durch d. geol. Samml. etc. Königsberg 1892. S. 51, sowie in d. chronol. Uebersicht Tabelle 1.

während die anderen, meist grösseren Concretionen mehr kugelig geformt, von einer stumpfen, gelblichen Verwitterungsrinde bedeckt und durch ihren grösseren Eisengehalt von den kleineren schwarzen Knollen unterschieden sind[1]).

Auch die unteroligocänen Glimmersande, welche im Jahre 1889 durch ein in Hermsdorf, nördlich von Berlin, geschlagenes Bohrloch in 184 bis 194 m Tiefe durchstossen wurden, enthalten Phosphoritknollen, von denen einzelne Uebergänge in Thoneisenstein aufweisen, der auch als selbständige Knollen mit ihnen vergesellschaftet ist[2]). Dieser weit nach Süden vorgeschobene Posten des baltischen phosphoritführenden Unteroligocäns stellt dessen Verknüpfung mit demjenigen von Magdeburg-Helmstedt, also mit der subhercynischen Zone her. Es lässt sich deshalb voraussehen, dass sich das marine Unteroligocän im Untergrunde des norddeutschen Tieflandes auch noch an anderen Punkten als phosphoritführend erweisen wird.

4. Die diluvialen Phosphoritvorkommnisse.

Es ist einleuchtend, dass die Diluvialablagerungen auf einem Landstriche, dessen Untergrund eine Anzahl von Phosphorithorizonten birgt, neben ihrem sonstigen meist nordischen Materiale auch Phosphoritknollen enthalten müssen, die der Umarbeitung des Bodens durch Eis und Schmelzwasser ihre neue Lagerstätte verdanken. Naturgemäss erreichen dieselben innerhalb der baltischen Phosphoritzone in Ost- und Westpreussen deshalb ihre grösste Häufigkeit, weil hier nicht weniger als drei an Phosphoriten reiche Complexe (Cenoman, Senon, Unteroligocän) der glacialen Aufbereitung unterworfen worden sind.

An dem Nachweise und dem Verfolge der grossen Verbreitung diluvialer Phosphorite in Preussen war in erster Linie wiederum A. JENTZSCH betheiligt. Wenn nun auch manche dieser Knollen noch innerhalb cretaceïscher Geschiebe angetroffen werden, so findet sich

---

1) G. BERENDT, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1879. S. 799. — Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1880. S. 282.

2) G. BERENDT, Jahrb. etc. 1890. S. 86.

doch die Mehrzahl derselben isolirt, also ohne anhaftendes Nebengestein. Nachdem JENTZSCH die ersten derselben im Jahre 1879 constatirt hatte, berichtete O. HELM bereits im Jahre 1885 über nicht weniger als 24 Fundstellen von Phosphoriten im preussischen Diluvium [1]). Besonders reich an solchen ist das Areal zwischen Danzig, Dirschau und Preussisch-Stargart, sowie zwischen Marienburg und Marienwerder, wo dieselben local 10—15 Procent sämmtlicher Geschiebe betragen mögen. Durch Aufnahme von zu Mehl zerriebenem Phosphorit ist auch der Geschiebelehm jener Gegenden selbst an Phosphorsäure reicher als sonst [2]).

Von der benachbarten pommerschen Küste hat uns G. BERENDT mit einer etwa 0,7 m mächtigen Bank von Phosphorit- und Schwefelkiesknollen nebst einzelnen nordischen Geschieben bekannt gemacht, welche nach einem Bohrloche in Rügenwaldermünde die Grenzschicht des dort 134 m mächtigen Diluviums gegen die Mucronatenkreide bildet und wesentlich aus der Zerstörung des dortigen Unteroligocäns hervorgegangen ist [3]).

Weniger zahlreich, vielmehr nur in Gestalt vereinzelter Geschiebe kommen Phosphorite selbst noch in der Provinz Schleswig-Holstein vor und gliedern diese der baltischen Zone als westlichsten Ausläufer an. So beschreibt C. GOTTSCHE aus dem dortigen unteren Geschiebemergel Geschiebe eines groben Conglomerates mit Phosphoritknollen, welche aus dem untersenonen Grünsand von Arnager auf Bornholm abstammen [4]).

Aehnliche isolirte Vorkommnisse cretaceïscher oder tertiärer Phosphoritgeschiebe dürften auch im Diluvium des übrigen nördlichsten Deutschlands nicht fehlen. Ein solches mit Pflanzenstengeln, augen-

---

1) O. HELM, Schriften der Naturf. Ges. Danzig 1885. VI. Heft 2. S. 240. Vgl. N. Jahrb. f. Min. 1886. II. S. 90.

2) A. JENTZSCH, Schriften d. phys.-ökon. Ges. Königsberg. Festschrift 1879. S. 26 u. 27. — Sitzber. 1879. S. 48. — Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1883. S. 567 und 1885. S. 401. — Führer durch die geol. Samml. Königsberg 1892. S. 52. — M. HOYER, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1880. S. 698.

3) G. BERENDT, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanstalt 1880. S. 285. Anm. 2.

4) C. GOTTSCHE, Sedimentär-Geschiebe d. Prov. Schleswig-Holstein 1883. S. 41. No. 53.

scheinlich ebenfalls von Bornholm stammend, fand E. GEINITZ kürzlich bei Warnemünde[1]).

5. Die alluvialen Phosphoritvorkommnisse.

Dass in den Geröllanhäufungen am Strande der Ostsee, soweit im Bereiche der dort wirksamen Brandung phosphoritführende Schichten anstehen, auch Phosphorite anzutreffen sein werden, ist von vornherein nicht zu bezweifeln. In der That ist von PREUSSNER[2]) constatirt worden, dass sich am Strande der Nordküste von Wollin in der Nähe der Jordanshütte nuss- bis kindskopfgrosse Geschiebe von Phosphorit reichlich zerstreut finden. Dieselben mögen aus den cretaceïschen Mergeln und Grünsanden, welche das nördliche Steilufer der Insel bilden und zum Theil Phosphoritknollen führen (siehe S. 31), von der See ausgewaschen sein, könnten aber auch aus dem in der Nähe der Odermündungen anstehenden und sich voraussichtlich bis in die Ostsee vorschiebenden Dogger oder Gault stammen[3]).

Ebenso sammelte BORNHÖFT in dem Schutte des Strandes der Greifswalder Oie eiförmige bis langcylindrische Phosphorite, »welche sich unschwer als Koprolithen zu erkennen geben«, deren Heimath jedoch nicht festzustellen war[4]).

II. Die subhercynische Phosphoritzone.

Das Hügelland, welches sich dem jähen Nordabsturze des Harzgebirges vorlagert und dann in die norddeutsche Ebene übergeht, baut sich fast ausschliesslich aus Vertretern der mesozoischen und tertiären Schichtenreihe auf, über die sich bald als continuirliche Decke, bald in lückenreicher Vertheilung das Diluvium ausbreitet.

Alle Formationen dieses subhercynischen Vorlandes ausser der nur local auftauchenden Dyas und der Trias bergen gewisse Horizonte,

1) Briefliche Mittheilung vom 21. Januar 1895.
2) PREUSSNER, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1871. S. 772 u. 773.
3) W. DEECKE, Mesoz. Formationen d. Prov. Pommern. Greifswald 1894. S. 98.
4) E. BORNHÖFT, Der Greifswalder Bodden. Greifswald 1885. S. 27.

die sich für den von uns verfolgten Zweck durch ihren Gehalt an Phosphoritknollen auszeichnen. Diese Phosphoritführung bestimmter Schichten ist jedoch ebensowenig wie in der baltischen Zone so zu verstehen, als ob sich dieselbe gleichmässig auf die gesammte Ausdehnung des betreffenden Complexes erstrecke, vielmehr stellt sich dieselbe innerhalb dieser Horizonte nur local und ganz inconstant, unterbrochen von weiten phosphoritfreien Flächen ein.

In der subhercynischen Schichtenreihe gehören derartige Phosphoritvorkommnisse folgenden Niveaus an:

4. dem **Diluvium,**
3. dem **Tertiär**
   - b. dem Mitteloligocän.
   - a. dem Unteroligocän,
2. der **Kreideformation**
   - f. der Quadraten-Stufe,
   - e. der Margae-Stufe des Senon,
   - d. dem Cenoman,
   - c. der Minimus-Stufe,
   - b. der Milletianus-Stufe des Gault,
   - a. dem Hils.
1. dem **Jura**
   - b. der oberen Grenze des Lias,
   - a. dem mittleren und oberen Lias.

1. Die jurassischen Phosphoritvorkommnisse:

a. in den Amaltheenthonen und Posidonienschichten des Lias.

Das Vorkommen von Phosphoritgeröllen mit Ammonites spinatus und anderen Lias-Ammoniten im Hils des Salzgitterschen Höhenzuges[1], sowie von solchen mit Ammonites communis im Untersenon der Harzburger Gegend[2] weist auf Phosphorit-Horizonte im

1) A. DENCKMANN, Abhandl. zur geol. Specialk. v. Preussen. VIII. Berlin 1887. Heft II. S. 29.

2) H. B. GEINITZ, Isis 1883. S. 13.

mittleren und oberen Lias des nördlichen Harzrandes hin, wenn solche auch bisher noch nicht anstehend angetroffen worden sind.

b. an der Grenze des Lias gegen den Dogger.

An verschiedenen Stellen des Salzgitterschen Höhenzuges, der sich im Norden von Goslar beginnend etwa 20 km weit nach NW. erstreckt, lagern sich discordant übergreifend auf die Posidonienschichten, nämlich auf die Dörntner Schiefer mit Ammonites striatulus mergelige Thone, welche in einer Mächtigkeit von 0,3—1 m Phosphoritknollen führen, und auf welche typisch entwickelte Opalinusthone folgen[1]). Die Phosphorite sind schwarz, oolithisch, oberflächlich abgerieben, rundlich, oft angewittert, liegen auf secundärer Lagerstätte und enthalten die Reste einer reichen Fauna des obersten Lias, nämlich der Jurensis-Stufe.

Denckmann nimmt an, dass dieselben von benachbarten Oolithen der Jurensis-Stufe abstammen, durch das Meer eine Zerstückelung und durch Einwirkung der von faulenden Organismen stammenden Phosphorsäure eine nachträgliche Umwandlung in Phosphorit erfahren haben. Er nimmt für die Aufarbeitung der Jurensis-Oolithe den jüngsten Abschnitt der Liasperiode in Anspruch und rechnet aus diesem Grunde das Phosphoritlager noch zur Jurensis-Stufe. M. Vacek hingegen beansprucht für die Zerstörung und Wiederablagerung des Jurensis-Oolithes den bereits erfolgten Abschluss der Liaszeit und stellt deshalb den besprochenen Phosphorithorizont an die Basis des Dogger, also zu dem Opalinusthon[2]).

2. Die cretacëischen Phosphoritvorkommnisse:

a. im Hils.

In dem eben behandelten Bergzuge von Salzgitter-Dörnten-Ohley legt sich die unterste Kreide in übergreifender Lagerung auf die von den Schichten der Trias, des Lias und des Dogger gebildete

1) A. Denckmann, l. c. S. 16—25. — Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1888. S. 157. — Ebendort 1892. S. 100 und die Profile auf S. 107.

2) M. Vacek, Verhandl. d. k. k. geol. Reichsanst. Wien 1887. S. 308.

Abrasionsfläche und besitzt in Folge der stattgehabten Umarbeitung des angenagten Untergrundes einen conglomeratischen Charakter. Dieses Hilsconglomerat erhält durch seine Eisenerzführnng eine gewisse bergbauliche Bedeutung. In die kalkigen, dickbankig geschichteten Eisensteinconglomerate mit Belemnites subquadratus, Pecten crassitesta und Exogyra Couloni schieben sich linsen- oder bankförmige Lager von Phosphoriten ein, welche letzteren jedoch ausserdem auch einzeln im Eisenstein vertheilt vorkommen. Sie zeichnen sich durch ellipsoidische oder kugelige Form aus, führen nicht selten Bruchstücke von liasischen Ammoniten, vorwiegend von Ammonites spinatus und stammen demnach wesentlich aus dem der Abrasion verfallenen einstmaligen Ausgehenden des Lias, sind auch nicht selten später noch auf dem Boden des seichten Kreidemeeres von Bohrmuscheln an- und durchbohrt worden.

Die Hauptaufschlusspunkte dieses neocomen Phosphoritlagers liefert die Strecke Salzgitter-Dörnten in der Finkelkuhle, der Haverlah-Wiese, der Grenzlerburg und den Gruben Marie und Fortuna[1]).

Auch im Thone des oberen Hils ist das Vorkommen koprolithenähnlicher Concretionen von Phosphorit bekannt, so in demjenigen des Spechtsbrinkes in der Hilsmulde zwischen Leine und Weser[2]).

b. im mittleren Gault.

In den Thonen des mittleren Gault, nämlich der Milletianus-Stufe, liegt bei Ohley unmittelbar unter dem subhercynischen Gaultquader des Salzgitterschen Höhenzuges eine 0,25 m mächtige Zone mit bis nussgrossen, rundlichen Phosphoritknollen. Auch in der Grube Fortuna nordöstlich von Dörnten führen diese Thone nahe ihrer oberen Grenze Phosphorite[3]).

c. im oberen Gault.

Die über dem Unterquader folgenden Thone des oberen Gault, also die Minimus-Thone, enthalten bei Ohley in ihrem unteren

1) A. DENCKMANN, Abhandl. zur geol. Specialk. v. Preussen. VIII. 1887. Heft 2. S. 27—29.

2) G. BOEHM, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1877. S. 222.

3) A. DENCKMANN l. c. S. 31 u. 32.

Horizonte Phosphoritknollen, welche in der Grube Georg Friedrich gewonnen werden, und weiter oben, wo sich zugleich massenhafte Glaukonitkörner einstellen, zahlreiche Koprolithen[1]).

Auch die Minimus-Thone des Kahnsteines bei Langelsheim, 6 km nordwestlich von Goslar, führen Phosphoritknollen in solcher Zahl, dass man deren Gewinnung versucht hat[2]).

Aehnliche Vorkommnisse wiederholen sich am Langenberge bei Ocker, sowie am Scharenberge bei Harzburg. An letzterem treten nach VATER innerhalb des dort überkippten jurassischen und cretaceïschen Schichtencomplexes in Wechsellagerung mit Thonen und Glaukonitsandsteinen des Gault zwei sandig-thonige Schichten von je 15 cm Mächtigkeit auf, deren untere grosse phosphoritische Sandsteinconcretionen, deren obere sparsamere nur bis nussgrosse, reinere Phosphoritknollen enthält[3]).

Ebenso führen auch die mergeligen, dunkelgrünlich-grauen Minimus-Thone von Gliesmarode bei Braunschweig vereinzelte rundliche oder längliche Phosphoritknollen[4]).

Eine viel allgemeinere Verbreitung in den Thonen des subhercynischen Gault besitzen Geoden von phosphathaltigem Kalkstein.

d. im Cenoman.

Dem cenomanen Grünsand, welcher durch den Bau der Bahnstrecke Halberstadt-Blankenburg nördlich von Langenstein zwischen Gaultquader und Cenomanpläner angeschnitten wurde, gehört ein Phosphoritlager von geringer Mächtigkeit an[5]).

Die gleichen glaukonitischen Sande führen auch bei Langelsheim unweit Goslar kleine Phosphoritknollen[6]).

e. im Senon.

Nördlich von Zilly, 16 km nordwestlich von Halberstadt, folgen über dem Cenoman und Turon graublaue, sandige Mergel und darüber

---

1) A. DENCKMANN l. c. S. 23.
2) H. VATER, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1884. S. 792.
3) H. VATER l. c. S. 786 u. 789.
4) A. VON STROMBECK, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1890. S. 557 u. 558.
5) W. DAMES, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1886. S. 916.
6) H. VATER, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1884. S. 792.

phosphorithaltige Sandsteine, Conglomerate, Mergel und Thone der Stufe des Ammonites Margae (des Emscher). Das phosphoritführende Lager erreicht an der Trift bei Zilly eine Mächtigkeit von 3 m und besteht aus einem Conglomerat von hasel- bis wallnussgrossen Phosphoritgeröllen mit glaukonitisch-sandigem Bindemittel. Dasselbe wird unterteuft von Sandstein und überlagert von glaukonitischen Quarzsanden und Sandsteinen. In den Tagebauen etwas weiter westlich von der Trift wird das Conglomerat meist durch einen festen Sandstein ersetzt, der reich an Phosphoritgeröllen ist, 2—4 m Mächtigkeit besitzt und von 2—3 m mächtigen Letten, Mergeln und Thonen überlagert wird, die ebensolche Phosphoritknollen und zwar meist von grösseren Dimensionen führen[1]).

Auf der Westhälfte des Halberstadt-Quedlinburger Plateaus wird der subhercynische Quader von einem glaukonitreichen, bis 2 m mächtigen Grünsande bedeckt, der an seiner Basis eine Bank dicht beisammen liegender, nuss- bis eigrosser Phosphoritknollen enthält[2]), die von DAMES dem Heimberggestein (dem obersten Untersenon) zugerechnet wird (l. c. S. 916), während G. MÜLLER dieselbe als Emscher (unterstes Untersenon) auffasst (l. c. 1887 S. 386).

Dem Untersenon gehören ferner die zwei 0,20 und 0,70 local sogar 1,50 m mächtigen Phosphoritlager an, welche am Scharenberge bei Harzburg und am Langenberge bei Ocker in Verknüpfung mit einem Kalkconglomerate (dem Sudmerberg-Conglomerate) aufgeschlossen sind und abgebaut wurden[3]). Das obere derselben ist dem Conglomerate eingeschaltet, während das untere auf der Grenze zwischen diesem und dem liegenden Pläner lagert. Beides sind graue, zähe, kalkig-phosphoritische Conglomerate mit Concretionen von thonigem Brauneisenstein und von Phosphoritsandstein, sowie mit firnissglänzenden Phosphoritknollen. Das untere der beiden Flötze enthält ausser Bruchstücken von Belemnitella quadrata (nach

1) G. MÜLLER, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1887. S. 375. — W. DAMES, N. Jahrb. f. Min. 1890. I. S. 176. — G. MÜLLER, ebend. 1890. II. S. 193.

2) W. DAMES, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1886. S. 915.

3) H. B. GEINITZ, Isis 1883. S. 13 u. 43. — H. VATER, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1884. S. 784.

Geinitz) in Phosphorit versteinerte Hölzer (nach Vater auf primärer Lägerstätte), sowie z. Th. innerhalb der Phosphorite die Fragmente von Fossilien des Lias, des Dogger und der Kreide bis hinauf zum Turon.

Aehnliche Phosphoritknollen kommen, jedoch nicht lagerartig angehäuft, sondern vereinzelt eingesprengt in den dem Scharenberger Complexe äquivalenten glaukonitischen Mergelsanden und den Conglomeraten des Sudmerberges bei Goslar vor[1]).

Die phosphoritführenden Eisensteinablagerungen der weiteren Umgegend von Peine, welche an der Mehrzahl ihrer Aufschlusspunkte für die Ilseder Hütte abgebaut werden, sind entweder lockere, schüttige Conglomerate von Brauneisenstein und Phosphoritgeröllen (Adenstedt, Bodenstedt, Lengede bei Peine) oder aber unreine Kalke, reich an Körnern von Brauneisenstein und solchen oder grösseren Geröllen von Phosphorit (Gross-Bülten, Hoheneggelsen, Gross-Ilsede). Die Phosphorite sind gewöhnlich nuss- bis eigross, besitzen plattige, ellipsoidische oder kugelrunde Gestalt, liegen sämmtlich auf secundärer Lagerstätte, umschliessen sehr häufig fossile Reste und zwar namentlich von Ammoneen des Gault und sind nach der senonen Zerstörung des letzteren und nach ihrer erneuten Ablagerung oft von Bohrmuscheln angebohrt worden. Neben solchen eingeschwemmten untercretaceïschen Fossilien enthalten die hier besprochenen phosphoritführenden Eisensteinablagerungen Belemnitella quadrata, wodurch sie sich als untersenon legitimiren[2]). Dieselben ruhen in übergreifender Lagerung auf den abradirten Schichten des oberen Gault, des Brongniarti- und des Mytiloides-Pläners. Die Mächtigkeit der Lagerstätte schwankt zwischen 4—5 m (Bodenstedt), 10—11 m (Gross-Bülten) und 16 m (Hoheneggelsen). Besondere Grösse und Reichlichkeit erlangen die Phosphorite in den Eisensteinconglomeraten von Bodenstedt[3]).

---

1) H. B. Geinitz, Isis 1883. S. 13.

2) Vgl. auch A. von Strombeck, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1857. S. 313 u. f.

3) W. Wicke, N. Jahrb. f. Min. 1867. S. 210. — Heinr. Credner, Zeitsch. f. d. ges. Naturw. Halle 1869. S. 308. — D. Brauns, Verh. d. naturh. Vereins d. pr. Rheinl. u. Westf. XXXI. 1874. S. 56 u. f. — Derselbe, Zeitsch. f. d. ges. Naturw. Halle 1874. S. 28. — A. Denckmann, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1888. S. 152—154.

3. Die tertiären Phosphoritvorkommnisse:

a. im Unteroligocän.

Die mit grauen Quarzsanden wechsellagernden grünen glaukonitischen Sande des marinen Unteroligocäns der Magdeburg-Helmstedter Gegend führen lagenweise nuss- bis faustgrosse, schwarzbraune Phosphoritknollen. Viele derselben umschliessen Conchylien des Unteroligocäns oder bilden die Steinkerne derselben. Beispielsweise sind als hierher gehörig zu nennen die Vorkommnisse von Wolmirsleben bei Egeln, am Schnitzkuhlenberg bei Helmstedt, sowie bei Unseburg[1]) ferner bei Osterweddingen und Warle bei Klein Dahlum, südlich von Schöppenstedt[2]). Ebensolche ellipsoidische und traubige Concretionen mit meist schwarz glänzender Oberfläche wurden im conchylienreichen, 3,5 m mächtigen marinen Unteroligocän eines Brunnens in Sudenburg bei Magdeburg unter dem Mitteloligocän angetroffen[3]).

b. im Mitteloligocän.

Dem Mitteloligocän werden gewisse Thone und glaukonitische Sande von Bensdorf, Altenhausen und Kuhlager im Alvenslebener Höhenzuge (20 km nordwestlich von Magdeburg) zugerechnet, welche vereinzelte Phosphoritknollen führen[4]).

4. Die diluvialen Phosphoritvorkommnisse.

Die bis vor kurzem, z. Th. in grossem Maassstabe abgebauten Phosphoritlager von Helmstedt und Büddenstedt gehören nicht,

---

1) A. von Koenen, Das norddeutsche Unteroligocän und seine Molluskenfauna. Abhandl. zur geol. Specialk. v. Preuss. B. X. Heft 1. 1889. S. 11, 12 und 13.

2) Briefliche Mittheilung des Herrn Prof. Dr. Kloos.

3) W. Wolterstorff, briefliche Mittheilung vom 19. November 1894. — Vgl. Wolterstorff in A. von Koenen l. c. Heft VII. 1894. S. 1425.

4) F. Klockmann, Jahrb. d. k. preuss. geol. Landesanst. 1890. S. 241.

wie anfänglich[1]) und auch später[2]) angenommen, dem Unteroligocän, sondern dem Diluvium an[3]). In denselben finden sich neben in Phosphorit umgewandelten senonen Hölzern und ebenfalls aus dem Senon stammenden Phosphoritgeröllen (beide jedoch nicht selten mit einer jüngeren, nämlich unteroligocänen Umhüllungsrinde von Phosphorit), ferner neben Phosphoritknollen mit unteroligocänen Fossilien und phosphoritischen Steinkernen von solchen zugleich auch ziemlich zahlreiche Geschiebe von Granit, Quarzporphyr, Kieselschiefer, Braunkohlenquarzit, Diabas und Feuerstein[4]).

Auch am Elz zwischen Königslutter und Helmstedt enthält der dort von der Bahn angeschnittene Diluvialkies eine etwa 0,4 m mächtige Bank, welche Phosphoritgerölle in solcher Zahl führt, dass man an deren Ausbeutung gedacht hat[5]).

Da sich die beiden oben beschriebenen Phosphoritzonen durch die Aufschlüsse im tieferen Untergrunde der Berliner und der Magdeburger Gegend recht nahe rücken, so darf schon hieraus der Schluss gezogen werden, dass sich die Phosphoritführung der mesozoischen und alttertiären Schichten nicht auf den schmalen Streifen der baltischen Zone und die mehr flächenhaft ausgebreitete subhercynische Zone beschränkt, sondern dass vielmehr die im Vorstehenden genannten Complexe im Bereiche ihrer ganzen, durch jüngere Gebilde überkleideten Ausdehnung im norddeutschen Flach- und Hügellande local Phosphorite führen werden. Die von uns verfolgten beiden Phosphoritzonen bezeichnen demnach nur die Aus-

---

1) A. von Koenen, Sitzber. d. Gesellsch. z. Beförd. d. ges. Naturw. Marburg 1872. S. 138.

2) H. Vater, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1884. S. 792.

3) A. von Koenen, Das norddeutsche Unteroligocän l. c. Heft 1. S. 14. »Aus dem Diluvium rühren wohl auch die unteroligocänen Arten her, welche v. Strombeck mir seiner Zeit zusendete und welche mich veranlassten (l. c.), jene Ablagerungen für Unteroligocän zu halten«.

4) H. B. Geinitz, Isis 1883. S. 4 u. 43.

5) D. Brauns, Zeitsch. d. Deutsch. geol. Ges. 1871. S. 761.

strichgebiete von stellenweise und in verschiedenen Horizonten durch Phosphoritführung ausgezeichneten Schichtencomplexen.

Das Leipziger Phosphoritgebiet, bis jetzt noch eine isolirte, anscheinend selbständige Provinz, wird sich der subhercynischen Zone als deren südöstlichster Abschnitt angliedern, sobald durch die Gunst neuer Aufschlüsse auch im Oligocän des Halle-Bernburger Landstriches ähnliche Vorkommnisse kund werden.

Tafel-Erklärung.

Phosphoritknollen aus dem Mitteloligocän von Leipzig.

Figur 1. Partie eines Dünnschliffes des phosphoritischen Sandsteines eines Knollens in 250facher Vergrösserung.

Quarzkörner mit Flüssigkeitseinschlüssen sind durch Phosphorit-Cement verkittet. Letzteres mit Partikeln organischer Substanz und von lagenförmiger, bilateral-symmetrischer Structur, hier und dort mit Aussparung von Hohlräumen.

Figur 2—8 illustriren einerseits den ausnahmlos negativen Erhaltungszustand der Conchylien innerhalb der Phosphoritknollen, anderseits die Abhängigkeit der Gestalt und Dimensionen der letzteren von der Art, Grösse und Gruppirung ihrer organischen Einschlüsse.

Figur 2. Grosser kugeliger Phosphoritknollen mit Abdruck und Steinkern eines Pectunculus Philippii DESH.

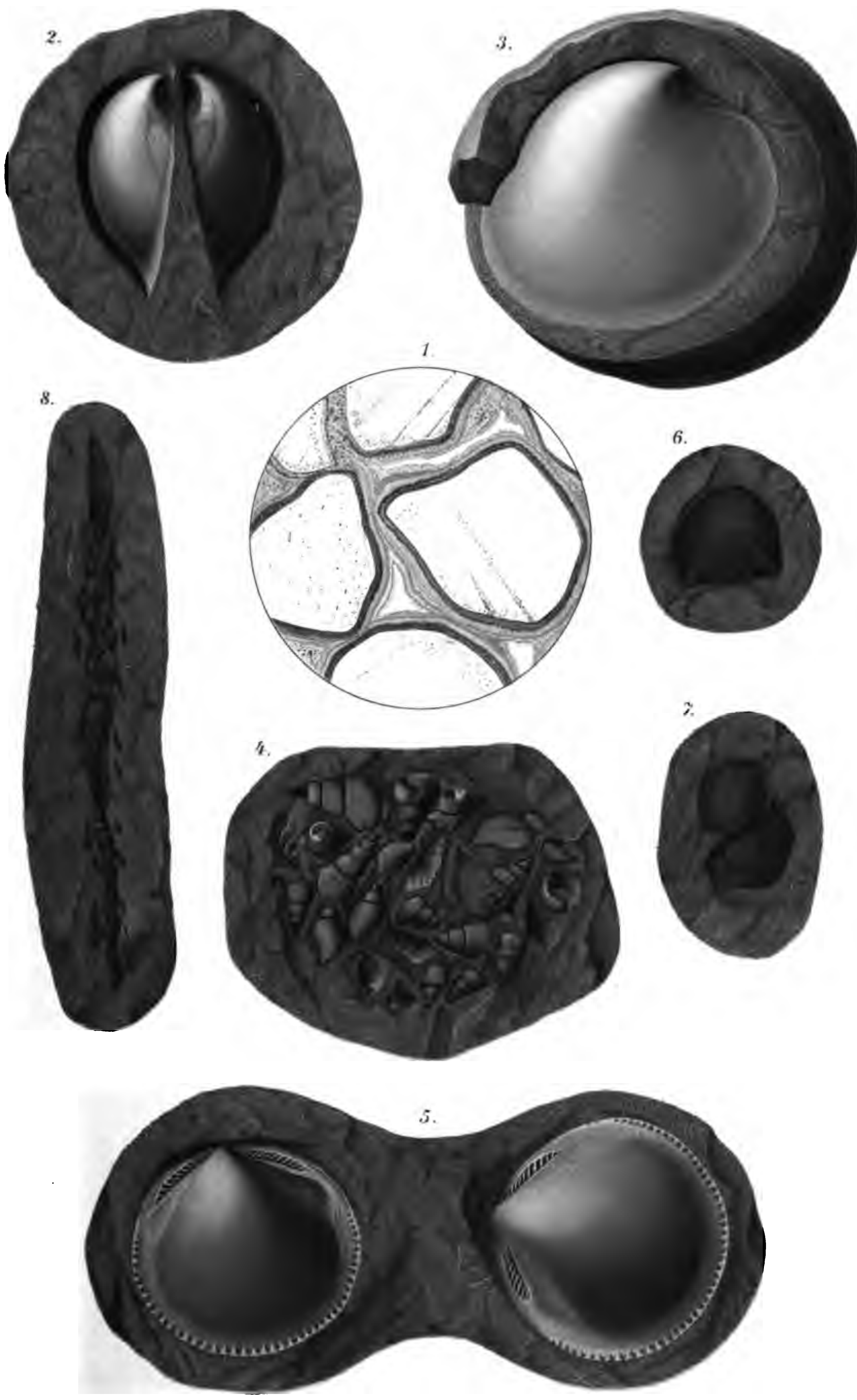
Figur 3. Grosser kugeliger Phosphoritknollen mit Abdruck und Steinkern von Cyprina rotundata A. BR.

Figur 4. Grosser sphäroidischer Phosphoritknollen mit einem Ballen von Abdrücken und Steinkernen der Aporrhais speciosa SCHLOTH. var. megapolitana BEYR.

Figur 5. Brillenförmiger Phosphoritknollen, in jeder der beiden Verdickungen mit dem Abdruck einer Klappe von Pectunculus Philippii DESH.

Figur 6 u. 7. Kleine kugelige bis eiförmige Phosphoritknollen mit Ctenoidschuppen.

Figur 8. Cylindrisch-wurmförmiger Phosphoritknollen mit einer Achse von Residuen eines Fischskeletes.



Dr F Etzold del

Lith. Anst. v. F. A. Funke



BEITRÄGE

ZU EINER

MUSKELDYNAMIK.

ERSTE ABHANDLUNG:

ÜBER DIE WIRKUNGSWEISE EINGELENKIGER MUSKELN

VON

OTTO FISCHER

AUSSERORDENTLICHEM MITGLIEDE DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

(AUS DEM ANATOMISCHEN INSTITUT DER UNIVERSITÄT LEIPZIG.)

MIT 8 TAFELN UND 13 TEXTFIGUREN.

DEM ANDENKEN

MEINES THEUREN, UNVERGESSLICHEN LEHRERS

DES

HERRN GEHEIMEN RATHES

PROFESSOR DR. CARL LUDWIG.

INHALTSVERZEICHNISS.



Einleitung.

Die Aufgaben der Muskelmechanik können zweierlei Art sein. Entweder beschäftigen sie sich mit der Hervorbringung eines Gleichgewichtszustandes: dann bilden sie Probleme der Muskelstatik, oder sie untersuchen die gegenseitige Abhängigkeit von Muskelspannung und der durch die Contraction eines Muskels hervorgebrachten Bewegung: dann gehören sie der Muskeldynamik an.

Die Probleme der Muskelstatik sind von A. Fick[1]) präcis formulirt worden. Sie fragen nach ihm: »1) Wenn ein Muskel ein bestimmtes Contractionsbestreben (Spannung) hat, welches Drehungsbestreben wird dadurch in dem Gelenke hervorgebracht? oder: wo und welche Kraft muss an dem Knochen angebracht werden, um mittelst des Gelenkes der Spannung des Muskels Gleichgewicht zu halten? 2) Wenn mehreren Muskeln gleichzeitig gewisse Spannungen beigelegt werden, welches Drehungsbestreben ist dann im Gelenke? oder: wie kann durch ein anderes Drehungsbestreben (durch eine fremde Kraft hervorgebracht) den Spannungen mittelst des Gelenkes Gleichgewicht gehalten werden? 3) Umgekehrt, wenn ein bestimmtes Drehungsbestreben in einem Gelenke hervorgebracht werden soll, welche Muskeln müssen gespannt werden und wie stark? oder: wenn eine gegebene Kraft auf ein Gelenk wirkt, wie muss man die Muskeln spannen, um der Kraft Gleichgewicht zu halten?«

Es empfiehlt sich, diese drei allgemeinen Probleme zunächst insofern zu vereinfachen, als man annimmt, dass bei eingelenkigen Muskeln derjenige der beiden durch das Gelenk verbundenen Knochen, an welchem sich der in der Anatomie als Ursprung bezeichnete

---

1) Die medicinische Physik. IV. Capitel: Muskelstatik.

Insertionspunkt des Muskels befindet, oder bei mehrgelenkigen Muskeln alle zwischen dem in Frage kommenden Gelenk und dem Muskelursprung liegenden Knochen durch besondere Kräfte fixirt sind. In dieser Gestalt sind die Probleme von A. Fick für Gelenke von einem Grad der Freiheit (Ginglymusgelenke) und solche von drei Graden der Freiheit (Arthrodien) in erschöpfender Weise theoretisch gelöst worden.

Man kann nun weiterhin die drei allgemeinen Fragen unter der Voraussetzung stellen, dass bei eingelenkigen Muskeln auch der den Ursprung tragende Knochen, und bei mehrgelenkigen Muskeln mehrere der Knochen oder auch die sämmtlichen, welche sich zwischen dem Ansatz und dem Ursprung des Muskels befinden, beweglich sind. Man kann z. B. fragen: Wenn der M. brachialis eine gewisse Spannung hat, welches Drehungsbestreben wird dadurch im Ellbogengelenk hervorgebracht, unter der Voraussetzung, dass der Oberarm im Schultergelenk frei beweglich ist? Diese letztere Frage ist keineswegs dadurch mit beantwortet, dass man festgestellt hat, welches Drehungsbestreben der M. brachialis bei einer bestimmten Spannung im Ellbogengelenk hervorbringt, wenn der Oberarm und damit der Ursprung des Muskels fixirt ist. Das Drehungsbestreben im Gelenk ist im Gegentheil bei frei beweglichem Oberarm ein anderes, und zwar im Allgemeinen grösser als bei festgestelltem Oberarm. Von dieser, vielleicht im ersten Augenblick etwas sonderbar erscheinenden, Thatsache kann man sich leicht durch den Versuch an einem später (pag. 74 ff.) zu beschreibenden Apparat überzeugen; man kann sie aber auch auf rein theoretischem Wege ableiten. Für einen bestimmten Fall kann man sich sogar durch eine verhältnissmässig einfache Ueberlegung davon Rechenschaft geben. Man denke sich die Bewegung im Ellbogengelenk der Beeinflussung durch die Schwere dadurch entzogen, dass man die Längsaxen von Oberarm und Unterarm durch seitliches Erheben des ganzen Armes in eine horizontale Ebene gebracht hat. Der Unterarm sei rechtwinklig gegen den Oberarm gebeugt. Contrahirt sich nun von dieser Stellung aus der M. brachialis, so wird er, wie ich an einer anderen Stelle ausführlich auseinandergesetzt habe[1]), und wie auch durch die weiter unten angeführten

---

1) Ueber die Drehungsmomente ein- und mehrgelenkiger Muskeln. Archiv für Anatomie und Physiologie. Anatomische Abtheilung 1894, pag. 105.

Versuche bestätigt wird, sowohl den Unterarm gegen den Oberarm, als auch den letzteren gegen den als fest angenommenen Rumpf zu drehen streben. Die auf beide Abschnitte des Armes einwirkenden Drehungsmomente sind gleich gross, besitzen aber entgegengesetzten Drehungssinn. Der Oberarm soll im Schultergelenk nach rückwärts gedreht, der Unterarm im Ellbogengelenk gebeugt werden. Will man den Oberarm fixiren, so kann das nur durch eine Kraft geschehen, welche entgegengesetzt gleiches Drehungsbestreben auf denselben ausübt, als der Muskel. Man kann sich diese Kraft durch die Festigkeit eines Fadens ersetzt denken, welcher zwischen einem Punkte des Oberarms einerseits und einem in einer Wand befestigten Haken anderseits in der aus Figur 1 ersichtlichen Richtung ausgespannt ist. Dem Drehungsbestreben, welches der Muskel unter dieser Voraussetzung im Ellbogengelenk hervorbringt, soll durch eine am Unterarm angreifende, rechtwinklig zur Unterarmlängsaxe, d. h. also parallel der Oberarmlängsaxe gerichtete Kraft K das Gleichgewicht gehalten werden. Denkt man sich nun die Befestigung des Oberarms gelöst, etwa den Faden abgebrannt, so wird sich sofort das Drehungsbestreben, welches der Muskel auf den Oberarm ausübt, geltend machen; der Oberarm wird nach rückwärts gedreht. An den Drehungsmomenten, welche auf den Unterarm einwirken, wird durch das Abbrennen des Fadens nichts geändert. Da die Unterarmlängsaxe senkrecht zu der Oberarmlängsaxe gestellt sein sollte, so wird bei der Drehung des Oberarms im Schultergelenk die Ellbogenaxe wenigstens zu Anfang in der Richtung der Unterarmlängsaxe fortbewegt werden. Der ganze Unterarm wird dabei in derselben Richtung mit fortgezogen. Wenn man nun an einem Körper, etwa an einem Wagen, in einer Richtung zieht, deren Rückwärtsverlängerung durch den Schwerpunkt des Körpers hindurchgeht, so folgt der Körper dem Zuge in der Weise, dass alle Punkte desselben parallele Bahnen beschreiben. Zieht man dagegen in einer Richtung, welche nach rückwärts verlängert seitlich am Schwerpunkte vorbeigeht, so wird mit der Vorwärtsbewegung des Körpers eine Drehung verbunden

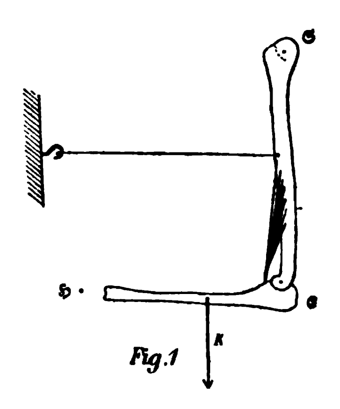


Fig. 1

sein, welche so lange andauert, bis sich der Schwerpunkt in die Zugrichtung eingestellt hat. Von dieser Thatsache kann man sich leicht durch den Versuch überzeugen. Da nun die Unterarmlängsaxe den Schwerpunkt von Unterarm plus Hand enthält[1]), so wird zu Anfang der Rückwärtsdrehung des Oberarms der Unterarm ohne Aenderung der Richtung seiner Längsaxe mit fortgezogen werden. Man bestätigt leicht, dass infolge dessen der Winkel zwischen Oberarmlängsaxe und Unterarmlängsaxe verkleinert werden muss, d. h. dass eine weitergehende Beugung im Ellbogengelenk eintritt. Da nach wie vor am Unterarm die Kraft K wirkt, so erkennt man, dass bei frei beweglichem Oberarm diese Kraft nicht mehr, wie bei fixirtem Oberarm, im Stande ist, dem Drehungsbestreben, welches der Muskel im Ellbogengelenk hervorbringt, das Gleichgewicht zu halten. Es ist also das Drehungsbestreben im Gelenke bei frei beweglichem Oberarm grösser als bei fixirtem Oberarm.

Da sich schon bei den eingelenkigen Muskeln ein wesentlicher Unterschied in der Behandlung der allgemeinen Fragen der Muskelstatik herausstellt, wenn man annimmt, dass auch der den Muskelursprung tragende Knochen beweglich ist, als wenn man denselben festgestellt denkt, so zeigt sich dies naturgemäss in noch viel höherem Grade bei der Betrachtung der mehrgelenkigen Muskeln. Das Drehungsbestreben, welches ein mehrgelenkiger Muskel in einem der Gelenke hervorbringt, über welche er hinwegzieht, hängt nicht allein davon ab, wieviel und welche der zwischen den Insertionsstellen des Muskels liegenden Knochen festgestellt sind, sondern es ist auch mit der Winkelstellung in den übrigen dem Muskel unterstellten Gelenken veränderlich.

Da man sich bisher meistens nur mit der Behandlung der vereinfachten Probleme der Muskelstatik beschäftigt hat, so hat man dabei auch ganz ausser Acht gelassen, dass ein Muskel sogar ein Drehungsbestreben für ein Gelenk besitzen kann, über welches er gar nicht hinwegzieht. Wenn z. B., wie oben ausgeführt worden ist, der M. brachialis den Oberarm gegen den Rumpf nach rückwärts zu drehen strebt, so resultirt hieraus ein Drehungs-

---

1) Vgl. Abhandlungen der Königl. Sächs. Ges. d. Wiss., math.-phys. Klasse, Band XV, Nr. VII.

bestreben dieses Muskels für das Schultergelenk, welches doch scheinbar ganz ausserhalb seines Wirkungsbereiches liegt.

Lässt man also die vereinfachenden Annahmen fallen, unter denen man bisher fast ausschliesslich die Drehungsbestreben untersucht hat, welche die Muskeln für die einzelnen Gelenke besitzen, so eröffnet sich der Forschung noch ein sehr weites unbebautes Feld.

Für eine systematische Behandlung der hier in Betracht kommenden Fragen empfiehlt es sich zunächst, die Wirkung eines Muskels auf die Gelenke streng auseinander zu halten von der Wirkung auf die Knochen. Die Muskeln wirken in erster Linie auf die Knochen drehend ein. Die Wirkung auf die Gelenke ist erst secundär, sie ist eine Folge der gleichzeitigen Drehungsbestreben, welche der Muskel für die verschiedenen durch die Gelenke mit einander verbundenen Knochen besitzt. Die allgemeinen Principien, nach denen sich die drehende Einwirkung eines Muskels auf die verschiedenen ihm unterstellten Knochen bestimmt, habe ich in der erwähnten Abhandlung »Ueber die Drehungsmomente ein- und mehrgelenkiger Muskeln« auseinandergesetzt. Es ist Sache specieller Untersuchungen, die auf die Knochen ausgeübten Drehungsmomente für die einzelnen Muskeln des menschlichen und thierischen Körpers durch Versuche zu ermitteln. Es liegen in dieser Hinsicht noch nicht sehr viel Beiträge vor. Ein Verzeichniss derselben habe ich in meiner Habilitationsschrift (Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Klasse, Band XX, Nr. 1) zusammengestellt.

Ohne mich hier auf specielle Probleme der Muskelstatik einzulassen, möchte ich einige principielle Gesichtspunkte kurz anführen, welche bei derartigen speciellen Untersuchungen am menschlichen und allgemein thierischen Körper wohl zu beachten sind, wenn man nicht in Gefahr kommen will, die Ergebnisse einer solchen Untersuchung falsch zu beurtheilen und unrichtige Schlüsse aus ihnen zu ziehen.

1. Ein Muskel strebt nur diejenigen Knochen unmittelbar zu drehen, über welche er hinwegzieht.

2. Ein Muskel strebt dagegen im Allgemeinen auch Gelenke zu drehen, über welche er nicht hinwegzieht.

3. Ein Muskel strebt dann nicht einen von nur zwei Gelenken begrenzten Knochen zu drehen, wenn seine Zugrichtung parallel der Verbindungslinie der beiden Gelenkmittelpunkte läuft.

4. Ein Muskel strebt dann nicht ein Gelenk zu drehen, wenn die Drehungsmomente, welche er auf die beiden durch das Gelenk verbundenen Knochen ausübt, gleich sind und gleichen Drehungssinn haben. Tritt in einem solchen Falle dennoch Veränderung der Gelenkstellung ein, so ist diese der gegenseitigen Beeinflussung der Knochen in ihren Bewegungen infolge der Gelenkverbindungen zuzuschreiben, wie bei Gelegenheit noch ausführlicher auseinandergesetzt werden soll.

5. Feststellung eines Knochens bedingt keine Aenderung der Drehungsmomente für die übrigen dem Muskel unterstellten Knochen. Daher kann man z. B. den Oberarm fixiren, um das Drehungsmoment eines Muskels für den Unterarm zu bestimmen.

6. Feststellung eines Knochens bedingt dagegen Aenderung der Wirkung auf die Gelenke. Daher darf man z. B. nicht den Oberarm fixiren, wenn man das Drehungsbestreben eines Muskels für das Ellbogengelenk bestimmen will.

7. Feststellung eines Gelenks bedingt Aenderung der Wirkung auf die beiden durch das Gelenk verbundenen Knochen.

8. Feststellung eines Gelenks bedingt auch Aenderung der Wirkung auf die übrigen Gelenke.

Der Beweis für diese und andere hierher gehörende Sätze ist implicite durch die in der erwähnten Arbeit über die Drehungsmomente ein- und mehrgelenkiger Muskeln angestellten Ueberlegungen erbracht.

Hat man nun unter Berücksichtigung dieser Lehrsätze die Drehungsbestreben ermittelt, welche ein Muskel unter den verschiedenen eintretenden Verhältnissen für die einzelnen in Frage kommenden Knochen und Gelenke besitzt, so ist damit noch keineswegs das der Muskeldynamik angehörende Problem gelöst: in welcher Weise sich die Knochen bei der Contraction eines Muskels zu einander thatsächlich drehen. Die eintretende Bewegung hängt nämlich nicht allein von den an den Knochen angreifenden Kräften und den durch sie ausgeübten Drehungsbestreben ab, sondern sie richtet sich in erster Linie nach der mechanischen Beschaffenheit der zu bewegenden Körper, insbesondere nach der Grösse der Massen, nach der Lage des Schwerpunktes und nach der Vertheilung der Masse um den Schwerpunkt. Namentlich der letzte Factor, die Lagerung der Massentheilchen innerhalb der einzelnen Abschnitte des menschlichen oder thierischen Körpers, ist für die ein-

tretende Bewegung von der allergrössten Bedeutung. Die nothwendige Berücksichtigung desselben ist die Ursache, dass die Probleme der Muskeldynamik viel verwickelter und schwerer zu lösen sind, als die der Muskelstatik.

Indem die Muskelstatik nur nach den Beziehungen fragt, welche zwischen äusseren Kräften und den Muskelspannungen bestehen müssen, damit keine Bewegung eintritt, kommt für sie die mechanische Beschaffenheit der einzelnen Gliederabschnitte nur insofern in Betracht, als sich aus der Grösse der Masse und der Lage des Schwerpunktes in jedem Körpertheile die Intensität und der Angriffspunkt der als äussere Kraft wirkenden Schwere ergiebt. Es ist aber für sie ganz gleichgültig, ob die Masse des Körpertheils dicht um den Schwerpunkt gelagert ist, wie bei einer Kugel, oder ob sie sich auf grössere Strecken vertheilt, wie bei einem Cylinder von kleinem Querschnitt aber grosser Länge.

Denkt man sich beispielsweise ein um eine Axe 𝔄 (Fig. 2) drehbares Pendel, welches aus einem sehr dünnen, aber genügend starren Draht 𝔄𝔅 gebildet wird, an dem in der Mitte 𝔖 eine schwere Bleikugel angebracht ist. Denkt man sich dieses Pendel aus der Ruhelage heraus in die horizontale Stellung gebracht,

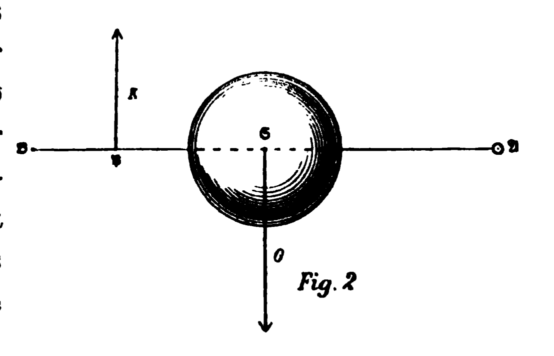


Fig. 2

so wird an demselben die Schwere wie eine äussere im Punkte 𝔖 (Schwerpunkt) angreifende und vertical nach unten ziehende Kraft wirken. Vorausgesetzt, dass das Gewicht des Drahtes gegenüber dem Gewicht G der Bleikugel nicht in Betracht kommt, wird die Grösse dieser Kraft direct durch G gemessen. Bringt man nun an einem beliebigen Punkte 𝔓 des Drahtes eine vertical nach oben ziehende Kraft K an, für welche das statische Moment $K \, . \, \overline{\mathfrak{A}\mathfrak{P}}$ in Bezug auf die Axe 𝔄 gleich dem statischen Moment $G \, . \, \overline{\mathfrak{A}\mathfrak{S}}$ der Schwerkraft ist, so wird das Gleichgewicht hergestellt sein; das Pendel wird in seiner horizontalen Lage verharren. Denkt man sich andererseits einen homogenen Cylinder von derselben Länge 𝔄𝔅 und demselben Gewicht G (Fig. 3), oder vertheilt man an Stelle der einen Bleikugel vom Gewicht

G zwei solche vom halben Gewichte in der Weise auf dem starren Draht der Fig. 2, dass ihre Mittelpunkte nach 𝔄 und 𝔅 fallen (Fig. 4), macht man ferner beide Körper ebenfalls um eine an dem einen Ende angebrachte Axe 𝔄 drehbar, und denkt man auch diese Pendel aus der verticalen Lage in die horizontale Stellung gebracht, so wird auf diese beiden Körper die Schwere ebenfalls wie eine im Mittelpunkte 𝔖 angreifende, vertical nach unten gerichtete Kraft G wirken. Auch bei diesen Pendeln kann das Gleichgewicht durch die gleiche in dem zu 𝔄 genau wie in Fig. 2 liegenden Punkte 𝔓 vertical nach oben ziehende Kraft K hergestellt werden, da dann wieder $K . \overline{\mathfrak{A}\mathfrak{P}} = G . \overline{\mathfrak{A}\mathfrak{S}}$ ist. Dasselbe würde für einen um eine horizontale Axe 𝔄 drehbaren Körper von beliebigen Dimensionen und ganz beliebiger Gestalt (Fig. 5) gelten, wenn nur das Gesammtgewicht das gleiche ist und der Angriffspunkt 𝔖 der Gewichtskraft, d. h. der Schwerpunkt des Körpers, sich in derselben Entfernung $\overline{\mathfrak{A}\mathfrak{S}}$ von der Axe befindet, wie bei den Pendeln Fig. 2, 3 und 4. Auch bei einem solchen Körper wird die horizontale Lage sicher gestellt durch die gleiche im Punkte 𝔓 (welcher von 𝔄 dieselbe Entfernung besitzt wie bei Fig. 2, 3 und 4) angreifende Kraft K, deren statisches Moment gleich dem statischen Moment der Schwere ist.

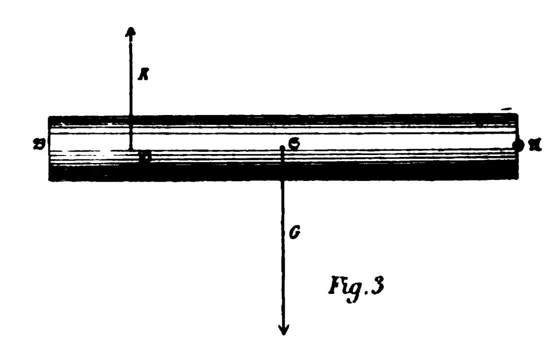


Fig. 3

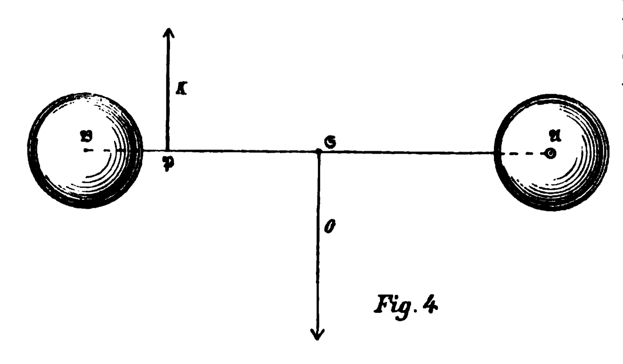


Fig. 4

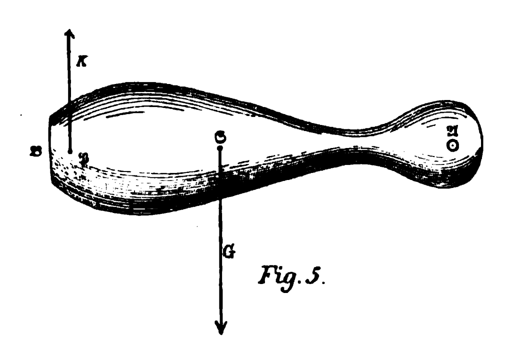


Fig. 5.

Es verhalten sich also in dem Falle, wo allein der Schwere das

Gleichgewicht gehalten werden soll, die vier Körper ganz gleich, sobald sie nur dasselbe Gewicht und dieselbe Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsaxe aufweisen.

Nehmen wir nun aber an, dass das Gleichgewicht nicht hergestellt ist, sondern dass z. B. die vier Körper, nachdem sie in die horizontale Stellung gebracht worden sind, dem Zuge der Schwere überlassen werden, so wird die Bewegung, welche alsdann eintritt, deren Bestimmung ein Problem der Dynamik bildet, bei den vier Körpern durchaus nicht gleich ausfallen. Der erste Körper (Fig. 2) wird sich schneller bewegen wie der vierte (Fig. 5), dagegen wird der vierte seinerseits den zweiten Körper (Fig. 3) und dieser wieder den dritten (Fig. 4) an Schnelligkeit übertreffen. Lässt man jeden der vier Körper wie ein Pendel hin und her schwingen, so wird die Schwingungsdauer des ersten die kürzeste, die des dritten die längste sein. Es spielt dabei eben nicht nur die Lage des Schwerpunktes und die Grösse des Gesammtgewichts eine Rolle, sondern es kommt vor allen Dingen auch die Vertheilung der Masse um den Schwerpunkt und die daraus folgende Lagerung der Massentheilchen gegen die Drehungsaxe in Betracht. Je dichter die ganze Masse um den Schwerpunkt herum gelagert ist, um so grösser ist die Drehungsgeschwindigkeit, welche der Körper durch die Wirkung der Schwere erhält.

Denkt man die Drehungsaxe $\mathfrak{A}$ vertical gestellt, so dass die Wirkung der Schwere auf die Drehung eliminirt ist, und lässt nun in bestimmter Entfernung von der Drehungsaxe auf jeden der vier Körper eine äussere Kraft K in derselben Weise einwirken, so wird sich ein entsprechendes Resultat ergeben. Die Bewegung des ersten Körpers wird die schnellste, die des dritten die langsamste sein.

Aus diesem einfachen Beispiele ist wohl klar zu ersehen, dass die Gliederbewegungen, welche die einzelnen Muskeln bei ihrer Contraction hervorrufen, wenn die Wirkung der Schwere auf die Gelenkbewegungen vorläufig ausgeschlossen gedacht wird, in erster Linie von der mechanischen Beschaffenheit der einzelnen Gliederabschnitte, also von deren Gestalt, von deren Gewicht und von der Vertheilung der Massen innerhalb derselben abhängen werden. Drei in ganz gleicher Weise inserirende Muskeln gleicher Grösse, von denen der eine zwischen Oberarm und Unterarm, der zweite zwischen

Oberschenkel und Unterschenkel und der dritte zwischen Unterschenkel und Fuss ausgespannt ist, würden bei gleicher Innervation ganz verschiedene Bewegungen der durch Ellbogen-, Knie- bezüglich Fussgelenk mit einander verbundenen Gliederabschnitte hervorrufen, selbst wenn man annehmen wollte, dass alle drei Gelenke nur Drehungen um eine feste Gelenkaxe gestatteten. Der Grund, weshalb in den drei Fällen nicht eine gleiche Bewegung eintritt, liegt ausschliesslich darin, dass der Muskel in jedem Falle anderer Massenvertheilung in den Gliederabschnitten gegenübersteht.

Lässt man nun die Schwere mit eingreifen, so werden die Bewegungen der einzelnen Gliederabschnitte wesentlich modificirt. Dies geht schon daraus hervor, dass die Schwere allein im Stande ist, Gelenkbewegungen hervorzurufen. Denkt man sich beispielsweise das Bein mit rechtwinklig gebeugtem Knie so weit erhoben, bis die Oberschenkellängsaxe horizontal gerichtet ist, und nun dasselbe der alleinigen Wirkung der Schwere überlassen, so wird im Anfang sowohl Drehung des Oberschenkels nach unten, d. h. Streckung des Hüftgelenks, als auch Streckung des Kniegelenks eintreten. Ober- und Unterschenkel werden dann so lange hin und her pendeln, bis der Schwerpunkt des ganzen Beines am weitesten in verticaler Richtung nach unten vom Hüftgelenk entfernt ist; dies tritt ein, wenn das Bein im Kniegelenk gestreckt ist und die Längsaxe des ganzen Beines vertical steht. Die Wirkung der Schwere auf die Gelenke wird aber nicht immer in der gleichen Stärke und in dem gleichen Drehungssinne erfolgen. Denkt man sich z. B. bei stark nach vorn geneigtem Rumpf das gestreckte Bein so weit als möglich nach hinten erhoben, so wird die Schwere die entgegengesetzte Drehung im Hüftgelenk, also Flexion, und unter Umständen anfangs sogar Flexion im Kniegelenk bewirken.

Man hat daher für eine systematische Behandlung der Probleme, welche die Muskeldynamik darbietet, die Bewegungen, welche bei Ausschluss der Schwere durch die Contraction der Muskeln hervorgerufen werden, streng auseinander zu halten von den Bewegungen, welche die Muskeln im Verein mit der Schwere erzeugen. Demnach lassen sich für die Muskeldynamik die folgenden sechs allgemeinen Fragen unterscheiden:

1. Welche Bewegung tritt ein, wenn ein Muskel allein sich contrahirt und die Wirkung der Schwere ausgeschlossen ist?

2. In welcher Weise wird die bei der Contraction eines Muskels eintretende Bewegung durch die Wirkung der Schwere abgeändert?

3. Welche Bewegung tritt ein, wenn mehrere Mnskeln sich gleichzeitig contrahiren und die Wirkung der Schwere ausgeschlossen ist?

4. In welcher Weise wird die bei der gleichzeitigen Contraction mehrerer Muskeln eintretende Bewegung durch die Wirkung der Schwere abgeändert?

5. Wenn eine bestimmte Bewegung eintreten soll, welche Muskeln müssen sich contrahiren und mit welcher Stärke, wenn die Schwere keinen Einfluss auf die Bewegung ausüben soll?

6. Wenn eine bestimmte Bewegung eintreten soll, welche Muskeln müssen sich contrahiren und mit welcher Stärke, wenn auch die Schwere mit an der Hervorbringung der Bewegung betheiligt ist?

Beachtet man nun, dass die bewegende Wirkung eines Muskels eine andere ist, wenn den einzelnen Körpertheilen freie Beweglichkeit in den Gelenken zukommt, als wenn einzelne Knochen oder Gelenke festgestellt sind, so erkennt man, dass diese allgemeinen Fragen der Untersuchung ein sehr weites Feld eröffnen. Dies ist um so mehr der Fall, als sich bisher nur wenig Probleme der Muskeldynamik, und auch diese nur unter den oben (pag. 55 und 56) für die Muskelstatik angeführten vereinfachenden Annahmen, gelöst finden.

Es liegt in der Natur der Sache, dass man die Probleme der Muskeldynamik nur in der angeführten Reihenfolge behandeln kann. Die Fragen 5 und 6 bilden in gewissem Sinne das Endziel aller Forschung auf muskeldynamischem Gebiete. Wie man die Ursachen der Bewegung und Arbeitsleistung eines elektromagnetischen Motors nur bestimmen und messen kann, nachdem man sich über die Kraftwirkungen zwischen Stromspiralen und Magneten volle Klarheit verschafft hat, so kann man nicht erwarten, Aufschluss über die Rolle zu erhalten, welche den verschiedenen Muskeln bei der Hervorbringung einer bestimmten Gliederbewegung zugetheilt ist, bevor man nicht eingehende Kenntniss der Bewegungen erlangt hat, welche die einzelnen Muskeln allein den Gliederabschnitten des menschlichen und thierischen Körpers bei ihrer Contraction zu ertheilen vermögen. Es muss daher vor allen Dingen die zuerst angeführte Frage in Angriff genommen werden.

Die Frage: »Welche Bewegung tritt ein, wenn ein Muskel allein sich contrahirt und die Wirkung der Schwere ausgeschlossen ist?« umfasst nun allein schon eine grosse Anzahl von Einzelproblemen. Man kann dieselbe zunächst für eingelenkige Muskeln aufwerfen. Dann hat man zu unterscheiden, ob die beiden Knochen, an welchen der Muskel inserirt, durch ein Gelenk von einem Grade der Freiheit, z. B. ein Ginglymusgelenk, oder ob sie durch ein Gelenk von mehreren Graden der Freiheit, wie es z. B. unter anderen eine Arthrodie darstellt, mit einander verbunden sind. Man hat ferner dabei den Fall, dass der den Muskelursprung tragende Knochen durch besondere Kräfte fixirt ist, auseinander zu halten von dem Falle, in welchem beiden Knochen Beweglichkeit gelassen ist. In letzterer Hinsicht hat man wiederum zu unterscheiden, ob beiden Knochen, abgesehen von dem durch ihre Gelenkverbindung gesetzten Zwang, volle Freiheit in ihren Bewegungen gestattet ist, wie es z. B. bei einem nur aus zwei Gliedern bestehenden frei im Raume oder im Wasser schwebenden System der Fall sein würde, oder ob einer der Knochen oder beide wiederum mit anderen Knochen durch Gelenke verbunden sind. Es ist dabei fernerhin nicht ohne Belang, ob diese ausserhalb des in Betracht gezogenen zweigliedrigen Knochensystems liegenden Knochen ihrerseits festgestellt sind, oder ob auch sie in gewisser Weise den Bewegungen der zwei Knochen folgen können. Man hat weiterhin verschiedene Fälle zu unterscheiden je nach der Grösse der Drehungsmomente, welche der Muskel für die verschiedenen Gelenkstellungen infolge seiner Ansatzweise bei bestimmter Spannung auf die beiden Knochen ausübt, — kurz, man sieht sich allein schon bei der Untersuchung der Wirkungsweise eingelenkiger Muskeln vor eine sehr ausgedehnte Reihe von Problemen gestellt, welche zum grossen Theil erst gelöst werden müssen, bevor man hoffen darf, mit Erfolg die viel verwickelteren Verhältnisse aufzuklären, die sich bei der Contraction eines mehrgelenkigen Muskels einstellen.

In der vorliegenden Arbeit soll nun zunächst eins der bisher noch nicht in Angriff genommenen Probleme, welche die erste der sechs allgemeinen Fragen in sich fasst, einer eingehenden Untersuchung unterworfen werden.

Fragestellung.

Es ist im Verlaufe der einleitenden Betrachtungen und auch in früheren Untersuchungen (vgl. u. a. Archiv für Anatomie und Physiologie, anatomische Abtheilung 1894, pag. 114 Anmerkung) mehrfach erwähnt worden, dass ein eingelenkiger Muskel nicht bloss den Knochen, an welchem er ansetzt, sondern auch denjenigen, an welchem sich sein Ursprung befindet, zu drehen strebt. Um das öfter herbeigezogene Beispiel des M. brachialis wieder aufzugreifen, kann man sagen, dass dieser Muskel bei seiner Contraction sowohl den Unterarm im Sinne einer Beugung im Ellbogengelenk als auch den Oberarm im Sinne einer Rückwärtsdrehung oder Streckung im Schultergelenk drehen will. Es liegt nun die Frage nahe: Wird bei der Contraction des M. brachialis thatsächlich eine merkliche Drehung im Schultergelenk eintreten, oder wird diese Gelenkbewegung gegenüber der Beugung im Ellbogengelenk verschwinden? Wird also der M. brachialis allein auf das Ellbogengelenk drehend einwirken, über welches er hinwegzieht, oder wird er auch in wahrnehmbarer Weise auf das Schultergelenk bewegend einwirken, über welches er gar nicht hinwegzieht? Die Theorie der Drehungsmomente sagt weiterhin, dass die eingelenkigen Theile des M. triceps brachii, also das Caput laterale und Caput mediale, sowohl den Unterarm im Sinne einer Streckung im Ellbogengelenk als auch den Oberarm im Sinne einer Vorwärtsdrehung oder Beugung im Schultergelenk zu bewegen streben. Man kann auch hier die Frage aufwerfen: Wird bei alleiniger Contraction der beiden am Humerus entspringenden Theile des Triceps sich thatsächlich eine merkliche Beugung im Schultergelenk einstellen, oder wird dieselbe gegenüber der Streckung im Ellbogengelenk verschwinden? Wird also sowohl

das Caput laterale als auch das Caput mediale des M. triceps allein auf das Ellbogengelenk wirken, über welches dieselben hinwegziehen, oder werden sie auch in wahrnehmbarer Weise auf das Schultergelenk einwirken, über welche sie gar nicht hinwegziehen?

Man hat es bisher wohl stillschweigend als selbstverständlich angenommen, dass die Muskeln nur auf Gelenke wirken, über welche sie hinwegziehen; denn es findet sich, so viel mir bekannt ist, nirgends, in keinem Lehrbuche der Anatomie oder Physiologie, auch in keiner Specialarbeit über Muskelwirkung, selbst nicht in dem klassischen Werke von DUCHENNE: »Physiologie des Mouvements«, eine Andeutung darüber vor, dass die Muskeln auch auf Gelenke wirken, welche sich jenseits der Insertionsstellen des Muskels befinden. Ein Zweifel, ob z. B. der M. brachialis und die eingelenkigen Theile des M. triceps auch wahrnehmbare Gelenkbewegungen im Schultergelenk hervorbringen, liegt auch nahe, wenn man bedenkt, dass bei einer Drehung im Schultergelenk die Masse des ganzen Armes, bei einer Drehung im Ellbogengelenk dagegen nur die Masse des Unterarmes in Bewegung gesetzt werden muss.

Sollte sich nun aber trotz alledem herausstellen, dass die über das Ellbogengelenk hinwegziehenden eingelenkigen Armmuskeln nicht nur Beuger oder Strecker des Ellbogengelenks, sondern auch in merklichem Maasse Strecker oder Beuger des Schultergelenks sind, so entsteht weiterhin die Frage: Um welchen Winkel und in welchem Sinne wird der Oberarm gegen den Rumpf im Schultergelenk gedreht, wenn der Unterarm bei der Contraction eines solchen eingelenkigen Muskels um einen ganz bestimmten Winkel im Ellbogengelenk gebeugt oder gestreckt wird? oder auch: Wie gross ist dabei das Verhältniss der Drehungen im Schultergelenk und Ellbogengelenk; besitzt dasselbe für jede Ausgangshaltung des Armes denselben Werth, ändert es sich mit der Spannung des Muskels, ist es für Muskeln mit verschiedenen Insertionsstellen verschieden?

Es giebt mehrere Wege, um die vorliegenden und ähnliche Fragen zu entscheiden und eventuell die Aenderungen des Drehungsverhältnisses beider Gelenke messend zu verfolgen.

Erstens: man sucht am Lebenden den betreffenden eingelenkigen Muskel allein durch elektrische Reizung zur Contraction zu bringen und stellt dabei den ganzen Arm von vornherein horizontal, sodass

die Schwere keinen Einfluss auf die eintretenden Gelenkbewegungen haben kann. Auf diesem Wege wird man die Frage wenigstens qualitativ zur Entscheidung bringen können, wenn auch infolge der vielen Fehlerquellen, welche derartige Versuche am Lebenden stets aufweisen, und infolge der Schwierigkeit, die Reize so abzustufen, dass man einen ganz bestimmten Grad der Spannung durch sie hervorruft, genaue Messungen der Gelenkbewegungen schwer durchführbar sein werden.

Zweitens kann man an einem Modell die Massenverhältnisse und die Massenvertheilung in den beiden Hauptabschnitten des Armes nachahmen und dann an diesem künstlichen Gliedersystem durch stark ausgespannte Gummifäden oder etwa auf elektromagnetischem Wege Kraftwirkungen hervorbringen, welche den bei der Contraction eines eingelenkigen Muskels geäusserten gleichkommen. Die Wirkung der Schwere lässt sich dabei leicht ausschliessen, wenn man die einzelnen Glieder mittelst glatt polirter Glas- oder Elfenbeinstifte auf einer ebenen, horizontal eingestellten, Spiegelglasplatte gleiten lässt. An einem derartigen Modell kann man die Fehlerquellen und die störend auf den Bewegungsvorgang einwirkenden Einflüsse möglichst reduciren. Man ist daher nicht nur in der Lage, auf diesem Wege die Art der Bewegung zu ermitteln, sondern man kann auch genaue Messungen anstellen über das Drehungsverhältniss in beiden Gelenken, sowie über die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, mit welchen die einzelnen Glieder sich bewegen; man ist endlich auch im Stande, durch Aenderung der Insertionsstellen des Muskels und der Spannung, durch Aenderung der Massenverhältnisse und Massenvertheilung in den beiden Gliederabschnitten, die Versuche zu variiren und dadurch den Einfluss aufzudecken, welchen alle die einzelnen Grössen auf das Zustandekommen der Gelenkbewegungen ausüben.

Neben diesen beiden experimentellen Wegen kann man nun drittens zur Beantwortung der Fragen auch einen rein theoretischen Weg einschlagen. Hat man sich eine genaue Kenntniss von der mechanischen Beschaffenheit der beiden Hauptabschnitte des Armes verschafft, kennt man also das Gewicht derselben, die Lage des Schwerpunktes innerhalb eines jeden und die Massenvertheilung um den Schwerpunkt, welche, so weit sie mechanisch in Betracht kommt, in der Grösse der Trägheitsmomente ihren Ausdruck findet, und weiss

man, in welcher Weise sich der zu untersuchende eingelenkige Muskel zwischen den beiden Knochen ausspannt, so hat man damit alle Daten gewonnen zur Lösung des mechanischen Problems, den Bewegungsvorgang zu bestimmen, welcher durch die Contraction des Muskels mit bestimmter Spannung hervorgerufen wird. Wenn auch dieser dritte Weg der sicherste und einwurfsfreieste von allen ist, so stösst man jedoch bei Beschreitung desselben oft auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Die nothwendigen Hülfsmittel, die uns die Mathematik an die Hand zu geben hat, reichen trotz der so hohen Entwickelung, welche bis heute diese Wissenschaft erfahren hat, in vielen Fällen für eine erschöpfende Behandlung der einschlägigen Fragen nicht aus. Wenn man nun auch auf diesem letzten Wege nicht immer bis zu dem äussersten Ziele gelangen kann, so wird derselbe doch in allen Fällen das Problem in Angriff zu nehmen gestatten und dann einen Ausblick auf das zu erforschende Gebiet ermöglichen, und man wird von ihm aus beurtheilen können, in welcher Weise man am besten auf den anderen Wegen, denen des Versuches, zu einer Lösung der Probleme kommen kann.

So liegt es denn auf der Hand, dass man sich nicht auf den Versuch allein beschränken darf. Experiment und theoretische Ueberlegungen müssen ineinander greifen, wenn man nicht Gefahr laufen will, die Erscheinungen einseitig zu beurtheilen. Insbesondere müssen in den einfacheren Fällen, welche auch der mathematischen Behandlung vollständig zugänglich sind, Experiment und Theorie sich gegenseitig controliren. Durch die Vereinigung beider muss ferner ein Einblick in die Genauigkeit gewonnen werden, welche man mit Hülfe des Versuches allein zu erreichen vermag, damit man in den Fällen, in welchen man vorzugsweise auf den Versuch angewiesen ist, die Sicherheit der Resultate weder überschätzen, noch zu gering anschlagen wird.

Bei den vorliegenden, die Wirkungsweise eingelenkiger Muskeln betreffenden, Fragen führen nun alle Wege, die des Versuches und der der theoretischen Ableitung, zum Ziele. Welchen Weg man in diesem besonderen Falle zuerst einschlägt, ist im Princip gleichgültig. Dem Einen wird die experimentelle Erforschung mehr zusagen, und er wird den Resultaten derselben ein grösseres Gewicht beilegen als den Ergebnissen theoretischer Betrachtungen. Der Andere wird es

vorziehen, zuerst den theoretischen Weg zu beschreiten und dann den Versuch als Prüfstein seiner theoretischen Ergebnisse gelten zu lassen. Für mich lag das letztere Verfahren zur Ableitung der Resultate schon deshalb näher, weil ich früher an einer anderen Stelle[1]) die allgemeinen theoretischen Gesichtspunkte, welche für die Untersuchung eines jeden speciellen Falls massgebend sind, auseinandergesetzt und die zwischen den Kräften einerseits und den die Gliederbewegung ausserdem bestimmenden Grössen andererseits geltenden Beziehungen abgeleitet habe.

Trotzdem halte ich es für zweckmässig, bei der Darstellung der Untersuchung und der durch dieselbe gewonnenen Resultate umgekehrt zu verfahren. Es sollen daher zunächst in einem I. Theile der Arbeit die Versuche angeführt werden, welche über die Wirkungsweise der eingelenkigen Muskeln Aufschluss geben. Darauf soll dann in einem II. Theile gezeigt werden, dass man auf rein theoretischem Wege zu denselben Ergebnissen kommt, und dass dieselben qualitativ nicht nur für das zum Versuch herangezogene Gliedersystem, sondern für alle Systeme von zwei durch ein Gelenk verbundenen Gliedern Geltung besitzen. Es soll dabei versucht werden, die mathematische Ableitung, so weit es sich thun lässt, möglichst elementar zu gestalten, damit auch Derjenige zu folgen vermag, welcher das Beweisen mathematischer Lehrsätze und das Anwenden derselben auf mechanische Probleme nicht zu seiner täglichen Beschäftigung rechnet.

---

1) Die Arbeit der Muskeln und die lebendige Kraft des menschlichen Körpers. Abhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wissenschaften, mathematisch-physische Klasse, Bd. XX. Nr. I.

I. Theil.

Versuche über die bei der Contraction eingelenkiger Muskeln eintretenden Bewegungen.

In Betracht gezogen wurde ein System von zwei Gliedern, welche durch ein Charniergelenk, d. h. ein Gelenk von einem Grade der Freiheit mit fester Gelenkaxe, untereinander verbunden sind. Das eine dieser beiden Glieder soll wiederum mit einem dritten, als fixirt angenommenen, Körpertheil durch ein Gelenk verbunden sein, welches unter anderen Drehungen um eine der Charnieraxe parallele Axe gestattet. Der im Ellbogengelenk gegliederte Arm iefert ein Beispiel eines derartigen Gliedersystems, wenn man das Radioulnargelenk, das Handgelenk, die Metacarpophalangealgelenke, sowie die Fingergelenke festgestellt denkt und sowohl den Oberarm einerseits als den Unterarm zusammen mit der Hand andererseits als je eine starre Masse auffasst, wenn man ferner von den geringen Schwankungen der Ellbogenaxe absieht, und wenn man endlich den Rumpf und den Schultergürtel durch besondere Kräfte im Raume fixirt annimmt. Als weiteres Beispiel wäre das im Kniegelenk und Hüftgelenk bewegliche Bein anzusehen, wenn man den Fuss mit dem Unterschenkel fest verbunden denkt, sowohl das System Unterschenkel plus Fuss, als auch den Oberschenkel als je eine starre Masse auffasst und das Becken im Raume fixirt annimmt; allerdings müsste man dabei von der, die Bewegung im Kniegelenk begleitenden, geringen Rotation des Unterschenkels um seine Längsaxe vorläufig absehen und die nicht ganz streng realisirte Annahme einer festen Knieaxe machen. Lässt man die Bewegung im oberen Sprunggelenke, welche nahezu um eine feste Axe stattfindet, frei, denkt dagegen den Oberschenkel fixirt, so wird auch das aus Unterschenkel und

Fuss bestehende zweigliedrige System ein hierher gehörendes Beispiel abgeben, wenn man nur den Fuss einerseits und den Unterschenkel andererseits als starre Massen auffasst. Aehnliche Beispiele in kleinerem Maassstabe findet man noch zahlreiche, wenn man die Gliederung des Unterarms, der Hand oder des Fusses besonders ins Auge fasst und entsprechende Annahmen macht. Ohne derartige vereinfachende Annahmen über das Verhalten der einzelnen Körperabschnitte, welche zwar niemals ganz streng, sehr oft aber doch nahezu ihre Verwirklichung finden können, würde man das Problem der Wirkungsweise eines einzelnen Muskels überhaupt nicht in Angriff zu nehmen im Stande sein.

Es ist ja nicht ausgeschlossen, dass man späterhin die eine oder andere Vereinfachung wieder fallen lässt und untersucht, in welchem Grade dadurch die erhaltenen Resultate modificirt werden. Für's Erste ist aber eine Beschränkung geboten, wenn man nicht gleich von vornherein auf Schwierigkeiten stossen will, welche sich nicht überwinden lassen.

Auf ein Gliedersystem von der beschriebenen Beschaffenheit soll nun ausschliesslich ein sich zwischen beiden Gliedern erstreckender eingelenkiger Muskel bewegend einwirken, dessen resultirender Zug senkrecht zur Charnieraxe gerichtet ist. Der Einfluss der Schwere auf die Gelenkbewegung soll dabei ausgeschlossen sein. Das letztere lässt sich dadurch erreichen, dass man das Gliedersystem in eine Lage bringt, bei welcher die Charnieraxe vertical steht und bei der Gliederbewegung vertical bleiben muss. Die beiden Glieder können sich dann nur in der Weise bewegen, dass ein jeder Punkt derselben Bahnen beschreibt, welche in einer Horizontalebene liegen. Auf eine horizontale Bewegung kann aber die Schwere unmittelbar weder beschleunigend noch verzögernd einwirken.

Die Versuche wurden auf zwei Arten angestellt, einmal an einem künstlich hergestellten System, welches die Verhältnisse an einem bestimmten Gliedersystem des menschlichen Körpers mit genügender Genauigkeit nachahmte, und dann am Lebenden selbst. Die Versuche der ersteren Art erlaubten eine eingehende Messung der Einzelheiten der Bewegungsvorgänge, die der letzteren Art dienten zur Controle der bei jenen erhaltenen Resultate.

Um ein bestimmtes Beispiel herauszugreifen, wurden zur Construction des künstlichen Systems die Verhältnisse des nur im Ellbogen-

und Schultergelenk beweglichen Armes als Vorbild genommen. Es ist nun nicht nöthig, die Form und die innere Structur der Armabschnitte genau nachzuahmen, wenn man ein dem Arm mechanisch gleichwerthiges System erhalten will. Zwei einzelne Körper verhalten sich zum Beispiel gegenüber angreifenden Kräften schon dann in vollständig gleicher Weise, wenn sie dasselbe Gewicht und gleiche Trägheitsradien für entsprechende Axen durch den Schwerpunkt besitzen. Damit auch zwei Gliedersysteme der beschriebenen Art mechanisch als äquivalent angesehen werden können, ist ausser der Gleichheit von Gewicht und Trägheitsradien für je zwei entsprechende Körper beider Systeme nur noch erforderlich, dass die Schwerpunkte entsprechender Körper gleiche Lage zu der Charnieraxe besitzen, und dass die Entfernung der beiden Gelenkaxen an dem einen Körper für beide Systeme die gleiche ist. Kommt es nur, wie bei dem ins Auge gefassten Problem, auf die Bestimmung des Verhältnisses der Drehungen in den beiden Gelenken hinaus, so kann man sogar von der einen Forderung Abstand nehmen, dass die Gewichte entsprechender Körper beider Systeme genau gleich sind; es genügt dann schon, das Gewichtsverhältniss am einen System mit dem am anderen in Uebereinstimmung zu bringen. Dies sind alles aus der Mechanik bekannte Thatsachen; ein besonderer Beweis für dieselben ist ausserdem im II. Theil dieser Arbeit enthalten.

Von diesen Gesichtspunkten ausgehend liess ich durch Herrn Präcisionsmechaniker E. ZIMMERMANN in Leipzig (Emilienstr. 21) folgenden Apparat anfertigen, von dem Tafel I das photographische Abbild giebt.

Jeder der beiden, den Oberarm und das starre System Unterarm plus Hand darstellenden Theile besteht aus einer Messingröhre von 25 mm Durchmesser, an welche beim Oberarm beiderseits, beim Unterarm dagegen nur an dem Ellbogenende ein massives Messingstück angelöthet ist, um die dem Schultergelenk und dem Ellbogengelenk entsprechenden Gelenkverbindungen zu ermöglichen. Als Vorbild wurde ein Arm benutzt, dessen Gesammtgewicht 3683 g[1])

---

1) Diese und die folgenden Grössen sind zum Theil an einem Präparat gemessen, zum Theil, unter Berücksichtigung der veränderten Dimensionen, aus der auf Seite 456 der Arbeit »Über die Trägheitsmomente des menschlichen Körpers« (Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch. math.-phys. Klasse, Bd. XVIII) niedergelegten Tabelle entnommen worden.

betrug, von denen 1908 g auf den Oberarm und 1775 g auf Unterarm mit Hand kommen. Als Länge des Oberarms, d. h. also als Entfernung des Schultergelenkmittelpunktes vom Mittelpunkt der Ellbogenaxe wurden 30,3 cm, als Entfernung des Handgelenkmittelpunktes vom Mittelpunkt der Ellbogenaxe 27,2 cm verwendet. Der auf der Oberarmlängsaxe liegende Schwerpunkt des Oberarms besitzt dann 13,6 cm Entfernung vom Schultergelenkmittelpunkt, und der auf der Unterarmlängsaxe befindliche Schwerpunkt des Systems Unterarm plus Hand 19 cm Entfernung von der Ellbogenaxe.

Da es technisch schwierig ist, Massen von so grossem Gewicht auf einer Unterlage ohne merkliche Reibung gleiten zu lassen, so wurde der Oberarmtheil nur 1187 g und der das System Unterarm plus Hand vertretende Theil nur 1130 g schwer gemacht, so dass also das verwendete Gliedersystem ein Gesammtgewicht von 2317 g besass. Ursprünglich war beabsichtigt worden, genau die Hälften der wirklichen Gewichte zu verwenden. Durch eine Reihe von Nebentheilen, welche sich erst im Laufe der Construction des Apparates als nothwendig herausstellten, waren aber die Gewichte bis auf die angegebene Höhe gekommen. Dadurch war auch das ursprünglich genau abgepasste Gewichtsverhältniss etwas verändert worden. Das Verhältniss der richtigen Gewichte 1908 g und 1775 g beträgt nämlich 1,07, während das Verhältniss der verwendeten Gewichte 1187 g und 1130 g nur den Werth 1,05 besitzt. Diese kleine Abweichung liess sich jedoch hinterher nicht mehr gut machen, wenn man nicht den ganzen Apparat von vorn neu aufbauen wollte. Dieselbe ist indess auch nicht so gross, dass sie die Resultate in Anbetracht der so wie so nicht ganz zu vermeidenden Fehlerquellen beeinträchtigen könnte. Es wird sicher eine ganze Anzahl von Armen geben, bei denen das Gewichtsverhältniss dem Werthe 1,05 näher kommt als dem Werthe 1,07, ja es giebt sogar solche, bei denen das Verhältniss noch etwas geringer ist. Man vergleiche nur die bei Gelegenheit früherer Arbeiten ausgeführten Gewichtsbestimmungen.

Um das erforderliche Gewicht herauszubringen, wurden in die beiden Messingröhren mehrere Bleicylinder eingesteckt. Am unteren offenen Ende der Unterarmröhre ist in der Figur auf Tafel I der Boden eines solchen Bleicylinders im Innern der Röhre zu erkennen. Diese Art der Vervollständigung des Gewichts hatte den Vortheil,

dass man durch geeignete Vertheilung der verschiedenen Bleicylinder innerhalb der Messingröhre nicht nur den Schwerpunkt in jedem Armabschnitte an die richtige Stelle bringen konnte, sondern dass man auch in der Lage war, gleichzeitig die Vertheilung der Massen um den Schwerpunkt, so weit sie mechanisch in Betracht kommt, den Verhältnissen am menschlichen Arme entsprechend zu gestalten.

Die richtige Lage des Schwerpunktes innerhalb eines jeden der beiden Armabschnitte controlirt man durch Aufhängen der ganzen Röhre an einem um dieselbe geschlungenen Faden. Die Ebene, welche die Fadenschlinge bestimmt, wird dann den Schwerpunkt enthalten, wenn die Röhre in horizontaler Lage stehen bleibt.

Hat man es durch Verschieben der Bleicylinder dahin gebracht, dass beide Einzelschwerpunkte sich an der richtigen Stelle befinden, so braucht damit noch nicht die richtige Massenvertheilung innerhalb der beiden Abschnitte des Apparates erzielt zu sein. Dies geht schon daraus hervor, dass der Schwerpunkt eines jeden Abschnittes seine Lage beibehalten kann, wenn man alle auf beiden Seiten desselben vertheilten Bleicylinder innerhalb der Röhre entweder dem Schwerpunkte in geeigneter Weise nähert, oder von demselben entfernt; dies lehrt ferner auch ein Blick auf die vier Figuren 2 bis 5. Von der Möglichkeit noch weiterer Verschiebung der Bleicylinder hat man nun Gebrauch zu machen, um die beiden Abschnitte des Apparates den Abschnitten des als Vorbild verwendeten Armes mechanisch äquivalent zu gestalten. Das letztere ist erst dann erreicht, wenn nicht nur der Schwerpunkt an seine richtige Stelle gebracht worden ist, sondern wenn auch ein jeder der beiden Theile des Apparates dieselben Trägheitsradien in Bezug auf entsprechende Axen durch den Schwerpunkt besitzt. Dass letzteres der Fall ist, erkennt man daran, dass ein jeder der beiden Theile, als Pendel um die der Ellbogenaxe parallele Schultergelenkaxe, bezüglich um die Ellbogenaxe selbst schwingend, dieselbe Schwingungsdauer aufweist, wie der um die entsprechende Schultergelenkaxe pendelnde Oberarm, bezüglich das in der Ellbogenaxe drehbar aufgehängte System Unterarm plus Hand.

In Hinsicht auf die Dimensionen des als Vorbild verwendeten Armes kommt dem Oberarm bei dieser Schwingungsart eine Schwingungsdauer von $0{,}45^s$ und dem System Unterarm plus Hand

eine solche von 0,52"[1]) zu. Diese Schwingungsdauern waren für die beiden Theile des Apparates durch geeignete Verschiebung der Bleicylinder zunächst auch genau erreicht worden. Die später noch angebrachten Nebentheile haben beide Schwingungsdauern um 0,01" vergrössert, so dass dieselben 0,46" und 0,53" betrugen. Gleichzeitig stellte sich auch erst hinterher eine Verrückung des Oberarmschwerpunktes heraus; derselbe war am Apparat nicht mehr 13,6 cm, sondern 14,8 cm vom Schultergelenkmittelpunkt entfernt. Der Schwerpunkt von Unterarm plus Hand hatte dagegen seine richtige Lage beibehalten. Diese kleinen Abweichungen, welche zuletzt nicht mehr gut zu machen waren, bringen keine sehr grossen Aenderungen in dem mechanischen Verhalten der beiden Theile des Apparates hervor. Die Verrückung des Oberarmschwerpunktes im Sinne einer grösseren Entfernung desselben vom Schultergelenkmittelpunkte wird vielleicht die grösste Störung verursachen; von vornherein kann man sich sagen, dass ihr Einfluss sich darin geltend machen wird, dass die Bewegung des Oberarms im Schultergelenk durchweg etwas geringer am künstlichen Gliedersystem ausfällt, als es bei richtiger Lage des Oberarmschwerpunktes der Fall sein würde.

So waren denn in dem künstlichen Gliedersystem die mechanisch in Betracht kommenden Verhältnisse der beiden Armabschnitte fast genau copirt, und es musste sich daher dieses System gegenüber angreifenden inneren und äusseren Kräften so wie der in zwei Abschnitte zerlegte menschliche Arm selbst verhalten.

Die beiden Theile waren nun zunächst durch ein dem Ellbogengelenk entsprechendes Charniergelenk beweglich mit einander und das obere Ende des Oberarmtheiles mit einer im Raume festen Axe, welche die der Ellbogenaxe parallele Schultergelenkaxe darstellen sollte, drehbar verbunden. Um den Einfluss der Schwere auf die Bewegungen des künstlichen Gliedersystems auszuschliessen, war sowohl in der Verlängerung der Ellbogenaxe, als auch am vorderen Ende der Unterarmröhre je ein zugespitzter Elfenbeinstift befestigt, mit denen das Gliedersystem auf einer horizontalen Spiegelglasplatte so gleiten konnte, dass bei allen Bewegungen die beiden Gelenkaxen vertical und die Längsaxen der beiden Glieder horizontal gerichtet

1) Aus den in der Arbeit »Über die Trägheitsmomente« niedergelegten Schwingungsdauern unter Berücksichtigung der veränderten Dimensionen des Armes abgeleitet.

blieben. Der Rahmen der Glasplatte enthielt die feste Axe im Schultergelenk.

Bei der Construction der Gelenkverbindungen wurde vor allen Dingen angestrebt, die Axenreibung auf ein Minimum zu reduciren. Zu diesem Zwecke wurde eine jede der beiden stählernen Axen in zwei Theile zerlegt. Der untere Theil der Axe wurde oben zugespitzt. Auf der Spitze desselben stand das Glied, welches das aus Stahl gefertigte hohlcylindrische Axenlager trug, mit der ebenen unteren Fläche einer in das Axenlager eingelassenen Achatlinse auf. Dieser untere Theil der Axe war ausserdem an einer dicht unterhalb der Spitze befindlichen Stelle verdickt worden, damit die Axe nur längs einer Kreislinie das Lager berührte. Der obere Theil einer jeden Axe hatte nur den Zweck, eine sichere Führung zu ermöglichen; er ragte deshalb nur ein Stück von oben in das Axenlager hinein. Bei beiden Gelenken war das Axenlager am Oberarmglied angebracht worden. Daher wurde die Axe des Ellbogengelenks mit dem gabelförmig eingeschnittenen Ellbogenende des Unterarmgliedes fest verbunden, während die fixirte Axe des Schultergelenks an einem ebenfalls gabelförmig ausgeschnittenen Stativ angebracht war, welches auf dem Rahmen der Glastafel fest aufsass. In der Verlängerung des unteren Theiles der Ellbogenaxe befand sich das eine Elfenbeinstiftchen, mit welchem der Apparat in der Mitte auf der Glastafel aufsass. Dieses Stiftchen konnte, ebenso wie das andere Stiftchen am vorderen Ende der Unterarmröhre, innerhalb geringer Grenzen höher und tiefer gestellt werden, um ein genau horizontales Einstellen des ganzen Apparates zu ermöglichen.

Um jeden seitlichen Druck zu vermeiden, welchen die beiden Gelenkaxen erleiden müssten, wenn das eine der beiden Elfenbeinstiftchen sich mehr abgenutzt hätte als das andere, oder wenn die Glastafel an manchen Stellen geringe Unebenheiten aufweisen würde, war ein jeder der beiden Theile des Apparates in der Nähe des proximalen Endes durch je ein Zwischengelenk mit horizontaler Axe getheilt worden. Diese Gelenke können keinen Einfluss auf die Gliederbewegung haben, da ihre Axen horizontal gerichtet sind; sie ermöglichen es aber, dass bei etwaiger Abnutzung der Elfenbeinstiftchen oder bei vorhandenen Unebenheiten der Glasplatte das distale Ende eines jeden Gliedes sich etwas senken oder erheben

kann, ohne einen merklichen seitlichen Druck auf die verticalen Gelenkaxen zu verursachen.

Am Stativ für die Schultergelenkaxe war ein horizontaler, zur Axe concentrischer, getheilter Kreis und am Oberarmglied ein zugehöriger Zeiger angebracht worden, so dass man die Winkelstellung der Oberarmlängsaxe ablesen konnte. In entsprechender Weise findet sich am Ellbogengelenk Theilkreis und Zeiger vor, um eine Ablesung des Beugungswinkels im Ellbogengelenk zu ermöglichen.

Um die Gummifäden, welche die Muskeln vertreten sollten, bequem befestigen zu können und auch eine Aenderung der Insertionsstellen leicht zu ermöglichen, waren die beiden Messingröhren mit verticalen Löchern im Abstand von 1 cm durchsetzt, und waren ausserdem über jede der beiden Messingröhren mehrere Messingringe mit seitlichen Häkchen geschoben. Diese Ringe enthielten oben ebenfalls ein kleines Loch und konnten an zahlreichen Stellen dadurch fixirt werden, dass durch dieses Loch und eins der vielen verticalen Löcher der Messingröhre ein Stift eingesteckt wurde, so wie es aus der Figur auf Tafel I deutlich zu ersehen ist.

Um die auf der Streckseite des Ellbogengelenks hinziehenden Muskeln in genügender Entfernung von der Gelenkaxe zu halten, so wie es am Arme des Menschen das Olecranon besorgt, wurde an den Ellbogenenden der beiden Röhren je ein Metallansatz angebracht, über welchen sich der künstliche Streckmuskel auszuspannen gezwungen war. In der Figur auf Tafel I sieht man einen Bindfaden über die beiden Ansätze hinweggeführt.

Ferner findet sich sowohl auf der Beugeseite als auf der Streckseite des Apparates eine Vorrichtung zum Arretiren der Bewegung angebracht. Dieselbe besteht auf jeder Seite aus einer mit Thon gefüllten Messingpfanne und einem kreisförmig gebogenen Metallstift; die erstere befindet sich beiderseits am Oberarmtheil, der letztere an der Unterarmröhre befestigt. Wenn nun die Beugung oder Streckung im Ellbogengelenk weit genug vorgeschritten ist, so fährt der Stift in den Thon hinein und bringt dadurch die Gliederbewegung zum Stillstand. Auf der Streckseite ist sowohl die Thonpfanne als auch der Stift auf einen Metallring aufgesetzt, durch welchen der Streckmuskel hindurchgeführt wird. Diese ganze Einrichtung ist so

deutlich aus der Figur auf Tafel I zu erkennen, dass eine eingehendere Beschreibung derselben überflüssig erscheint.

Endlich ist am distalen Ende der Unterarmröhre ein kleiner Teller aufgesetzt (auf Tafel III und V sichtbar), auf welchen cylindrisch geformte Bleigewichte aufgesetzt werden können. Damit diese Gewichte bei der Bewegung nicht von dem Teller heruntergleiten, lässt sich in der Mitte des letzteren ein vertical gestellter Stahlstab aufschrauben, über welchen die Gewichte geschoben werden; zu diesem Zwecke sind dieselben in der Mitte durchlöchert. In der Figur auf Tafel I sieht man den Stahlstab aufgeschraubt und zwei Bleigewichte aufgesetzt. Das Gewinde für den Stahlstab befindet sich in einer Entfernung von 34,6 cm von der Ellbogenaxe; dies entspricht der Stelle, an welcher sich der Schwerpunkt einer in der Hand gehaltenen Masse befindet. Man kann daher durch diese Vorrichtung die Bewegung des Gliedersystems bei beliebiger Belastung der Hand nachahmen.

Um die eintretende Bewegung des Gliedersystems in ihrem ganzen Verlaufe auf photographischem Wege registriren zu können, wurden, wie bei der Untersuchung des menschlichen Ganges[1]), mit den Abschnitten des Gliedersystems Geissler'sche Röhren verbunden. Dieselben wurden mittelst kleiner Halter so auf die beiden Metallröhren aufgesetzt, dass sie in einigem Abstande parallel den Längsaxen der beiden Theile des Apparates verliefen. Die Halter waren aus Hartgummi hergestellt, damit der elektrische Strom nicht seinen Weg durch die Metalltheile des Apparates nehmen konnte. Aus der Figur auf Tafel I erkennt man, dass am Oberarmtheil eine einzige, dagegen am Unterarmtheil zwei solcher Geissler'scher Röhren angebracht worden sind. Ursprünglich war beabsichtigt, auch für den Unterarm eine einzige lange Röhre zu verwenden. Es musste aber davon Abstand genommen werden, da der für die Versuche zur Verfügung stehende Ruhmkorff'sche Inductor nicht Ströme von so grosser Spannung erzeugte, wie sie zum starken Erleuchten zweier so langer Geissler'scher Röhren erforderlich sind. Das Licht der Röhren muss aber sehr intensiv sein, damit bei der kurzen Dauer des elektrischen Funkens ein Eindruck auf der empfindlichen Platte des photographischen Apparates hervorgerufen wird. Die Köpfe der

---

1) Abhandl. d. K. S. Gesellsch. d. Wissensch., math.-phys. Kl., Bd. XXI, Nr. IV.

Geissler'schen Röhren waren mit Asphaltlack überkleidet worden, um das in denselben entstehende Licht unsichtbar zu machen und nur eine einzige helle Linie zu haben; ausserdem waren sowohl an der Geissler'schen Röhre des Oberarms, als an der längeren des Unterarms die Stellen, welche in die Verlängerung der Gelenkaxe fielen, durch einen Asphaltring von dem übrigen Theile der hellen Linie abgeschnürt worden. Das kleinere Röhrchen am Unterarmtheil befand sich gerade senkrecht über dem Handgelenk; bei diesem war umgedreht die dem Handgelenkmittelpunkte entsprechende Stelle durch einen Asphaltring hervorgehoben worden, so dass auf den Bildern der Mittelpunkt des Handgelenks sich als Unterbrechung in der kleinen hellen Linie markirt. Die drei Geissler'schen Röhren wurden nun durch dünne Leitungsschnuren so unter einander und mit den beiden Polklemmen des Inductionsapparates verbunden, dass der secundäre Strom des letzteren gezwungen wurde, durch alle drei Röhren hindurchzugehen. Die Unterbrechungen des primären Stromes im Ruhmkorff'schen Apparat wurden wieder, wie bei der früheren Untersuchung über den Gang, durch eine Stimmgabel regulirt. Die Schwingungszahl dieser Stimmgabel war aber viel grösser wie die der früher verwendeten Gabel; denn die Gabel führte ungefähr 100 Schwingungen in der Secunde aus. Da für die vorliegenden Versuche die absolute Grösse des Zeitintervalls zwischen zwei auf einander folgenden Unterbrechungen nicht in Betracht kam, so wurde die Schwingungszahl der Stimmgabel nicht genauer ermittelt.

Die Contraction eines auf das Gliedersystem wirkenden Muskels wurde durch die elastische Zusammenziehung eines über seine normale Länge ausgedehnten Gummistranges nachgeahmt. In der Figur auf Tafel I sieht man einen derartigen Gummistrang auf der Beugeseite des Ellbogengelenks zwischen Oberarm und Unterarm ausgespannt. Durch einen gleichfalls zwischen beiden Gliedern ausgespannten, aber auf der Streckseite verlaufenden Faden ist der elastischen Kraft des künstlichen Muskels zunächst das Gleichgewicht gehalten. Sobald dieser Faden gelöst wird, zieht sich der Gummistrang auf seine normale Länge zusammen und wirkt dabei auf das Gliedersystem in genau derselben Weise bewegend ein, wie ein zwischen denselben Insertionspunkten ausgespannter Muskel bei seiner Contraction. Um beim Lösen des auf der Streckseite verlaufenden Fadens keine fremde

Kraftwirkung auf das Gliedersystem auszuüben, welche die Bewegung beeeinflussen würde, empfiehlt es sich, den Faden nicht zu durchschneiden, sondern abzubrennen. Es wurde zu diesem Zwecke bei allen entscheidenden Versuchen über den Faden noch besonders ein kleiner Papierstreifen gehängt und zunächst dieser angebrannt, damit man im Moment des Eintritts der Bewegung die Hand schon lange wieder vom Apparat entfernt haben konnte.

Um die Wirkung eines Streckmuskels nachzuahmen, hat man nur den Gummistrang auf der Streckseite über die Metallansätze am Ellbogen hinweg, und dafür den Faden auf der Beugeseite auszuspannen.

Hat man dafür Sorge getragen, dass die Glastafel genau horizontal liegt, so hat man auf diese Weise ganz rein die alleinige Kraftäusserung eines Beuge- oder Streckmuskels nachgeahmt. Die einzige Voraussetzung, welche dabei gemacht werden muss, ist die, dass die Spannung im Muskel sich in gleicher Weise bei der Contraction ändert, wie die elastische Spannung im Gummistrang bei zunehmender Verkürzung. Da nun der Spannungswechsel im Verlaufe der Contraction eines Muskels je nach der Innervation ein sehr verschiedener sein kann, so ist man so wie so zu einer bestimmten Voraussetzung über denselben gezwungen, wenn man das Problem greifbar machen will.

Bei den Versuchen, welche zunächst mit dem Apparat angestellt wurden, kamen vier künstliche Muskeln zur Verwendung. Drei derselben, welche mit *A*, *B* und *C* bezeichnet sein sollen, waren aus je drei dicken Gummifäden von quadratischem Querschnitt mit 4 Millimeter Seitenlänge zusammengefügt, bei dem vierten Muskel, welcher den Buchstaben *D* tragen soll, waren fünf solcher Gummifäden mit einander verbunden. Im unbelasteten Zustande besass Muskel *A* eine Länge von 15,8 cm, Muskel *B* eine solche von 12,8 cm, Muskel *C* die Länge von 11,2 cm und Muskel *D* eine solche von 17,3 cm. Diese Längen stellen die Entfernung der äussersten Enden der beiden Bindfadenschlingen dar, mit welchen ein jeder Muskel an den seitlichen Häkchen der über die beiden Metallröhren geschobenen Messingringe (Figur auf Tafel I) befestigt wurde. Fasst man nur den elastischen Theil der Muskeln ins Auge, so kommen bei den Muskeln *A* und *B* je 4 cm, beim Muskel *C* 4,2 cm und beim Muskel *D* 7 cm in Abzug. Denkt man alle vier Gummistränge auf die gleiche Länge,

etwa 30 cm, ausgedehnt, so muss von den drei gleich dicken Muskeln *A*, *B* und *C* der letztere infolge seiner kleineren Normallänge eine grössere Spannung besitzen als der zweite, und dieser wieder eine grössere als der erste. Der vierte Muskel *D* war dicker als die drei anderen. Daher musste bei diesem die Spannung ungleich schneller mit der Verlängerung zunehmen wie bei den anderen. Trotzdem die normale Länge von *D* die grösste von allen war, so erreichte die Spannung bei der Verlängerung auf 30 cm doch nahezu dieselbe Grösse wie die des kleinsten Muskels *C*.

Um einen genauen Einblick in die Spannungen zu gewinnen, welche die vier künstlichen Muskeln bei verschiedenen Längen besitzen, sind Messungen über die Beziehung zwischen der Belastung des Gummistrangs und der zugehörigen Länge angestellt worden. Es ergaben sich die folgenden zusammengehörigen Werthe:

Länge der vier künstlichen Muskeln bei verschiedener Belastung.

Muskel A.		Muskel B.		Muskel C.		Muskel D.	
Belastung in Gramm	Länge in cm	Belastung in Gramm	Länge in cm	Belastung in Gramm	Länge in cm	Belastung in Gramm	Länge in cm
0	15,8	0	12,8	0	11,2	0	17,3
250	16,3	250	13,2	250	11,5	250	17,6
500	17,0	500	13,8	500	12,0	500	18,1
750	17,9	750	14,4	750	12,5	750	18,5
1000	18,8	1000	15,1	1000	13,0	1000	19,0
1250	19,8	1250	15,9	1250	13,6	1250	19,4
1500	21,0	1500	16,7	1500	14,3	1500	19,85
1750	22,5	1750	17,6	1750	15,0	1750	20,3
2000	23,9	2000	18,7	2000	15,8	2000	20,85
2250	25,8	2250	20,0	2250	16,8	2250	21,4
2500	27,7	2500	21,3	2500	17,8	2500	22,0
2750	29,8	2750	22,8	2750	19,0	2750	22,6
3000	32,0	3000	24,4	3000	20,2	3000	23,3
3250	34,4	3250	26,1	3250	21,5	3250	24,1
		3500	27,7	3500	22,9	3500	25,0
		3750	29,4	3750	24,2	3750	25,8
		4000	31,0	4000	25,5	4000	26,8
		4250	32,5	4250	26,8	4250	27,8
		4500	33,9	4500	28,0	4500	28,9
				4750	29,1	4750	30,0
				5000	30,2	5000	31,1
				5250	31,4	5250	32,3
				5500	32,3	5500	33,5
				5750	33,2	5750	34,8
				6000	34,1		

Die Belastung, welche nothwendig ist, um den Gummistrang auf eine gewisse Länge auszudehnen, drückt gleichzeitig die Spannung aus, welche der Gummistrang bei dieser Länge besitzt, oder mit anderen Worten, die elastische Kraft, mit welcher sich derselbe zu contrahiren strebt. Die Zahlen der ersten Reihe in jeder der vier Tabellen geben daher direct die Spannungswerthe der vier verwendeten Muskeln bei der daneben stehenden Länge an.

Um einerseits eine deutliche Anschauung von der Aenderung der Spannung bei zu- oder abnehmender Länge zu gewinnen und andererseits in der Lage zu sein, auch die Spannung für jede andere, nicht in der Tabelle verzeichnete, Muskellänge anzugeben, empfiehlt es sich, die Dehnungscurven zu construiren, welche den vier Gummisträngen entsprechen. Man erhält dieselben, indem man als Abscissen eines rechtwinkligen Coordinatensystems die Belastungs- bezüglich Spannungsgrössen und als zugehörige Ordinaten die entsprechenden Längen der Gummistränge verwendet. Dies ist auf Tafel II ausgeführt worden. Die Figuren geben die vier Dehnungscurven in $\frac{1}{4}$ natürlicher Grösse, wenn man bei den Abscissen eine Belastung von 100 g durch eine Länge von 1 cm dargestellt denkt. Die Ordinaten sind nach unten positiv genommen. Betrachtet man die Curven von der Seite, bei welcher die Coordinatenaxe der Muskellängen horizontal verläuft, so dass also gewissermassen die Muskellängen die Absissen und die Spannungsgrössen die Ordinaten darstellen, so erkennt man, dass dieselben bis zu einer gewissen Grenze in alphabetischer Reihenfolge immer steiler werden. Daraus geht hervor, dass der Reihe nach bei den vier Muskeln zu gleicher Längenänderung eine immer grössere Spannungszunahme gehört. Bei sehr grosser Länge wird dieses Verhältniss, wenigstens was die Muskeln *C* und *D* anlangt, geändert. Ueber 30 cm Länge zeigt nämlich die zum Muskel *C* gehörende Dehnungscurve einen steileren Verlauf als die für den Muskel *D*. Da bei den mit dem künstlichen Gliedersystem angestellten Versuchen eine Muskellänge von über 30 cm fast nicht benutzt wird, so kommt diese Abweichung von dem angedeuteten Verhalten der vier Muskeln hier nicht in Betracht.

Die vier Dehnungscurven geben nun das Mittel an die Hand, sich bei jedem Versuch über die Kräfte zu unterrichten, mit welchen in jedem Augenblick der Gliederbewegung die Muskeln auf die beiden Theile des Apparates gewirkt haben. Man braucht zu diesem Zwecke

nur die Längen zu messen, welche bei den aufeinander folgenden Bewegungsphasen die Muskeln infolge ihrer Art der Insertion besessen haben. Man wird daher in allen den Fällen diese Dehnungscurven zu Rathe ziehen müssen, bei denen der numerische Werth der Spannung des Muskels in Frage kommt. Sie lehren nicht nur manche Erscheinungen richtig beurtheilen, welche sich im Verlaufe der gegenwärtigen Untersuchung bei den Gliederbewegungen zeigen werden, sondern sie bilden auch eine nothwendige Unterlage für manche Untersuchungen, welche die in dieser Arbeit registrirten Gliederbewegungen zum Ausgangspunkt nehmen, aber über die gegenwärtigen Ziele hinausgehen wollen. —

Nachdem die einzelnen Theile des künstlichen Gliedersystems ausführlich beschrieben worden sind, sollen nunmehr die Versuche mitgetheilt werden, welche mit dem Apparat angestellt wurden:

1. Es wurde irgend einer der vier Muskeln zwischen zwei Punkten des Oberarms und Unterarms auf der Beugeseite des Ellbogengelenks ausgespannt. Darauf wurde das Gliedersystem in die äusserste Streckstellung des Ellbogengelenks übergeführt und in dieser Lage durch einen auf der Streckseite zwischen zwei Punkten des Ober- und Unterarms ausgespannten Faden arretirt. Brannte man nun den Faden ab, so zog sich der stark ausgedehnte Gummistrang zusammen, und es trat dabei nicht allein Beugung im Ellbogengelenk, sondern auch sehr ausgiebige Bewegung im Schultergelenk im Sinne einer Rückwärtsdrehung oder Streckung des Oberarms ein. Diese Erscheinung zeigte sich bei jeder beliebigen Anordnung der beiden Muskelinsertionen und für jeden der vier Muskeln. Um eine deutliche Vorstellung von der Grösse der beiden Gelenkbewegungen zu vermitteln, ist auf Tafel III in Figur 1 der Apparat vor der Bewegung (Streckstellung) und nach der Entspannung des künstlichen Muskels auf photographischem Wege aufgezeichnet worden. Das Bild wurde auf folgende Weise hergestellt. Zunächst wurde das Gliedersystem in der durch den Faden arretirten Streckstellung photographirt. Darauf wurde das Objectiv des photographischen Apparates verdeckt und der Faden in der oben beschriebenen Weise abgebrannt, so dass jede Beeinflussung der eintretenden Gliederbewegung von aussen ausgeschlossen war. Nachdem der Muskel

entspannt und das Gliedersystem in der anderen Extremstellung zur Ruhe gekommen war, wurde die photographische Camera wieder geöffnet und *dieselbe Platte* noch einmal exponirt. Nach einigen Vorversuchen wurde es erreicht, dass trotz der zweifachen Exposition derselben Platte beide Bilder ziemlich scharf und nur an der Durchkreuzungsstelle der beiden Haltungen des Gliedersystems etwas undeutlich wurden, wie Figur 1 auf Tafel III erkennen lässt.

Das Bild bestätigt, was vorher als Resultat des Versuches mitgetheilt worden ist: Es ist eine starke Rückwärtsdrehung im Schultergelenk eingetreten. *Damit ist also experimentell bewiesen, dass ein eingelenkiger Beugemuskel des Ellbogengelenks nicht allein auf das Ellbogengelenk wirkt, über welches er hinwegzieht, sondern auch in beträchtlicher Weise auf das Schultergelenk, über welches er nicht hinwegzieht.*

2. Es wurde ein Muskel über die Ansätze am Ellbogengelenk hinweg als Streckmuskel des Ellbogengelenks ausgespannt. Darauf wurde das Gliedersystem in die extreme Beugestellung übergeführt und in dieser Haltung durch einen auf der Beugeseite ausgespannten Faden arretirt. Brannte man jetzt den Faden ab, so wurde nicht nur der Unterarm im Ellbogengelenk gestreckt, sondern gleichzeitig auch der Oberarm im Schultergelenk nach vorn gedreht, bezüglich gebeugt. Auch diese Erscheinung stellte sich stets ein, gleichgültig, welchen Muskel man verwendete, gleichgültig, an welchen Punkten des Ober- und Unterarms man denselben befestigte. Auch diese Bewegung ist in ganz entsprechender Weise, wie die unter der Wirkung eines Beugemuskels eintretende, auf photographischem Wege durch die Anfangs- und Endstellung abgebildet und das Bild auf Tafel V in Figur 1 wiedergegeben worden. *Damit ist experimentell erwiesen, dass auch ein eingelenkiger Streckmuskel des Ellbogengelenks nicht allein auf das Ellbogengelenk wirkt, über welches er hinwegzieht, sondern auch in beträchtlicher Weise auf das Schultergelenk, über welches er nicht hinwegzieht.*

Der eingelenkige Beugemuskel des Ellbogengelenks ist zugleich Streckmuskel des Schultergelenks, während der eingelenkige Streckmuskel des Ellbogengelenks zugleich einen Beugemuskel des Schultergelenks darstellt.

3. Nachdem die Thatsache der Gelenkbewegung im Schultergelenk erwiesen war, wurde nunmehr dazu übergegangen, die verhältnissmässigen Grössen der beiden Gelenkbewegungen für verschiedene Ansatzweisen der einzelnen Muskeln zu messen. Der Muskel *A* wurde zunächst so als Beugemuskel befestigt, dass sein Ursprung am Oberarm 23 cm und sein Ansatz am Unterarm 8 cm von der Ellbogenaxe entfernt war. Um die Bewegung in ihrem ganzen Verlauf messend verfolgen zu können, wurde jetzt der Versuch im Dunkeln vorgenommen und bei der Gliederbewegung in der oben beschriebenen Weise der elektrische Strom eines Ruhmkorff'schen Inductors intermittirend durch die Geissler'schen Röhren hindurchgeschickt. Da die Röhren in der Secunde ungefähr 100 mal aufleuchteten, so wurden trotz des schnellen Uebergangs des Gliedersystems aus einer extremen Stellung in die andere doch an 50 Zwischenstellungen durch den während der Bewegung geöffneten photographischen Apparat registrirt. Auf diese Weise ist Figur 2 auf Tafel III entstanden. Der helle Fleck oberhalb der Spitze, in welcher die Figur unten ausläuft, lässt die Stelle erkennen, an welcher der Faden abgebrannt worden ist. Die photographische Camera wurde einige Zeit vor dem Durchbrennen des Fadens geöffnet und auch erst einige Zeit nach Beendigung der Gliederbewegung geschlossen. Daher häufen sich sowohl in der Anfangsstellung als auch in der Endstellung die Lichteindrücke und bringen die äusserst starke Markirung der beiden extremen Stellungen auf der Photographie hervor. Man kann nun an dem Bilde den ganzen Verlauf der Gliederbewegung genau verfolgen. Das Ellbogengelenk ist durch einen hellen Punkt an der längeren Geissler'schen Röhre des Unterarms und das Handgelenk durch eine dunkle Stelle in dem kleinen Geissler'schen Röhrchen des Unterarms kenntlich gemacht. Das Schultergelenk ist ebenfalls durch einen hellen Punkt dargestellt, welcher bei allen Bewegungen seine Lage beibehält. Das Ellbogengelenk bewegt sich beim Uebergang aus der Streckstellung des Gliedersystems in die äusserste Beugestellung auf einem Kreise um den Schultergelenkmittelpunkt im umgekehrten Sinne des Uhrzeigers. Das Handgelenk bewegt sich in dem Bilde zunächst etwas nach links und dann sehr bald nach aufwärts, indem es allmählich die Richtung auf das Schultergelenk zu einschlägt. Es ist zu beachten, dass die helle Linie, welche nach rechts unten die Figur begrenzt, nicht

die Bewegungsbahn eines bestimmten Punktes, sondern eine Curve ist, welche von den aufeinanderfolgenden Lagen der Unterarmlängsaxe eingehüllt wird. Die Oberarmlängsaxe dreht sich um den festen Schultergelenkmittelpunkt umgekehrt wie der Zeiger einer Uhr. Die Unterarmlängsaxe dreht sich dagegen um das Ellbogengelenk im Sinne des Uhrzeigers, während gleichzeitig das Ellbogengelenk selbst auf seiner Kreisbahn fortschreitet. Beachtet man dies, so lassen sich leicht die zusammengehörigen Stellungen von Oberarmlängsaxe und Unterarmlängsaxe auffinden. Man wird dabei in Figur 2 auf Tafel III noch besonders durch den Umstand unterstützt, dass einige Bewegungsphasen etwas dunkler im Bilde ausgefallen sind, so dass man schon von Weitem an diesen Stellen die Haltung des ganzen Armes erkennen kann. Im Uebrigen braucht man nur ein Lineal an die Bilder der Unterarmlängsaxe anzulegen, wenn man die zusammengehörigen Lagen des Ellbogen- und Handgelenks sicher auffinden will.

Mit Hilfe eines Winkeltransporteurs misst man nun zunächst an Figur 2, dass der Winkel zwischen den Längsaxen der beiden Armabschnitte, welcher im Anfang nahezu 180° betrug, während der Bewegung auf 36° herabgegangen ist. Es hat demnach eine Beugung im Ellbogengelenk um 144° stattgefunden. Ferner constatirt man, dass die Oberarmlängsaxe sich gleichzeitig um einen Winkel von 44° gedreht hat.

Um zu untersuchen, welchen Einfluss die Lage der Muskelinsertionen und die Grösse der Muskelspannung auf die Gliederbewegung besitzt, wurden sowohl die Insertionsstellen des Muskels in zahlreichen Versuchen geändert, als auch die Muskeln selbst ausgewechselt. Dabei ergab sich das überraschende Resultat, dass weder durch andere Muskelinsertionen noch durch andere Muskelspannungen die Gesammtgrösse der Drehung im Schultergelenk, welche den Uebergang aus der Streckstellung in die extreme Beugestellung des Ellbogengelenks begleitet, geändert werden konnte. Immer wurde der Oberarm um nahezu 43° in der umgekehrten Richtung des Uhrzeigers gedreht, wenn das Ellbogengelenk aus der Streckstellung um rund 145° gebeugt wurde, man mochte einen Muskel genommen haben, welchen man wollte, man mochte die Muskelinsertionen in der extremsten Weise geändert haben. Es zeigte sich wohl einmal eine Abweichung bis etwa 2° nach oben oder

unten von diesem Winkel. Solche Abweichungen traten aber ebensowohl ein, wenn man einen Versuch unter genau denselben Verhältnissen wiederholte, als wenn man die Versuchsbedingungen total geändert hatte; dieselben waren daher nur Fehlerquellen des Versuchs zuzuschreiben. Diese Erscheinung soll durch die Figuren 3, 4 und 5 auf Tafel III und Figur 1 auf Tafel IV noch besonders veranschaulicht werden:

Figur 3 auf Tafel III entspricht einer Gliederbewegung, welche mit Hilfe des Muskels *A* erzeugt wurde, nachdem die Entfernungen der Insertionsstellen von der Ellbogenaxe vertauscht worden waren. Es besass also dabei der Ursprung am Oberarm die Entfernung von 8 cm, dagegen der Ansatz am Unterarm die Entfernung von 23 cm von der Axe des Ellbogengelenks. Die Messung des Winkels zeigt, dass der Unterarm im Ellbogengelenk wieder um abgerundet 144° gebeugt, dagegen der Oberarm im Schultergelenk um 43° nach rückwärts gedreht war.

Figur 4 auf Tafel III ist ebenfalls durch die Contraction des Muskels *A* erzeugt. Die Insertionsstellen desselben besassen aber jetzt übereinstimmend eine Entfernung von 16 cm von der Ellbogenaxe. Das Resultat ist genau dasselbe wie bei Figur 3: auf 144° Beugung im Ellbogengelenk kommen 43° Streckung im Schultergelenk.

Bei Figur 5 auf Tafel III ist der Muskel *A* mit *B* vertauscht worden. Die Insertionsstellen sind dieselben wie bei Figur 2, d. h. also der Ursprung ist 23 cm und der Ansatz 8 cm von der Ellbogenaxe entfernt. Es ergiebt sich hierbei 145° Beugung des Ellbogengelenks und 43° Streckung des Schultergelenks, also das gleiche Resultat wie bisher.

Figur 1 auf Tafel IV entspricht einer Gliederbewegung, welche durch die Contraction des kleinsten Muskels, der oben mit *C* bezeichnet wurde, hervorgerufen worden ist. Die Insertionsstellen sind dieselben wie bei Figur 2 und 5 auf Tafel III. Die Winkelmessung ergiebt, dass der Unterarm um 149° im Ellbogengelenk gebeugt und gleichzeitig der Oberarm um 41° im Schultergelenk gestreckt worden ist. Dies ist in Anbetracht der unvermeidlichen Fehlerquellen also wieder das gleiche Resultat.

Damit ist experimentell bewiesen, dass bei der Beugung des Unterarms aus der Streckstellung des Ellbogengelenkes in die extreme Beugestellung infolge der allei-

nigen Wirkung eines nur über das Ellbogengelenk hinwegziehenden Beugemuskels der Oberarm stets um denselben Winkel im Schultergelenk gestreckt wird, ganz unabhängig von der Lage der Insertionsstellen und auch unabhängig von der Grösse der Muskelspannung. Bei dem zum Versuch herangezogenen Arm betrug diese Streckung abgerundet 43°.

4. Die entsprechenden Versuche wurden für die Streckbewegung des Ellbogengelenks angestellt. Hierbei zeigte sich nun von vornherein bei Weitem nicht die Constanz der Drehung im Schultergelenk wie bei der Beugebewegung. Es zeigten sich bei verschiedenen Versuchen Unterschiede von 5° bis zu 10°. Bei genauer Untersuchung ergab sich nun aber, dass selbst diese grossen Unterschiede nicht zu dem Schlusse berechtigten, dass mit Aenderung der Insertionsstellen und der Spannung des Muskels nothwendig Aenderung der Drehung im Schultergelenk verbunden sei. Es stellte sich nämlich heraus, dass unter genau denselben Versuchsbedingungen schon solche Unterschiede von 5° bis 10° auftraten, so dass also die Fehlerquellen sich für die Streckbewegung unverhältnissmässig vergrössert haben mussten. Vermuthlich lag diese Thatsache in dem Baue der dem Olecranon entsprechenden Metallansatzstücke. Die letzteren stehen nämlich während der Contraction eines Streckmuskels unter sehr hohem Druck und geben federnd diesem Drucke nach, wenn sie nicht ganz abbrechen, wie es mehrmals passirt war. Es ist daher nicht ausgeschlossen, dass während der Bewegung zuweilen die beiden Ansatzstücke an einander schleifen und dadurch starke Gelenkreibung verursachen, oder dass infolge des Druckes zu viel Reibung zwischen dem Muskel und den Metallansatzstücken stattfindet. Wenn auch diese Führung der Streckmuskeln mit der Zeit wesentlich verbessert worden ist, so war es doch schliesslich nicht mehr möglich, sie noch vollkommener zu gestalten, wenn man nicht den ganzen Apparat umgestalten wollte. Es führen daher die Versuche, welche über die Streckbewegung des Gliedersystems angestellt wurden, nicht zu so sicheren Resultaten über die Grösse der Gelenkbewegungen, wie die auf die Beugebewegung sich beziehenden. Daher sind auch weniger verschiedene Fälle auf photographischem Wege registrirt worden.

Figur 2 auf Tafel V gibt die Streckbewegung wieder, welche

Muskel A hervorgerufen hat, als sein Ursprung am Oberarm 8 cm und sein Ansatz am Unterarm 18 cm auf der Streckseite von der Ellbogenaxe entfernt lag. Während bei der Beugebewegung der Mittelpunkt des Ellbogengelenks sich auf seiner Kreisbahn in der umgekehrten Richtung des Uhrzeigers bewegte, beschreibt er jetzt, beim Uebergang aus der extremen Beugestellung in die Streckstellung, einen Kreisbogen um den Schultergelenkmittelpunkt im Sinne der Uhrzeigerdrehung. Das Handgelenk bewegt sich dabei in einer krummen Bahn nach links unten. Die Oberarmlängsaxe dreht sich wie der Uhrzeiger um den Mittelpunkt des Schultergelenks. Die Unterarmlängsaxe dreht sich dagegen jetzt in der umgekehrten Richtung des Uhrzeigers um den Mittelpunkt des Ellbogengelenks, während der letztere gleichzeitig auf seiner Kreisbahn wandert. Die ganze Gliederbewegung findet also in entgegengesetztem Sinne statt wie bei der Contraction eines Beugemuskels. Vergleicht man die Figur 2 auf Tafel V mit den Figuren auf Tafel III, so giebt die erstere von links unten betrachtet annähernd dasselbe Bild wie die letzteren. Ein Unterschied besteht nur insofern, als die erstere mehr zusammengedrängt erscheint, und als bei derselben die einzelnen Zwischenstellungen in entgegengesetztem Sinne für die Bewegung in Betracht kommen. (Der helle Fleck rechts oben in Figur 2 auf Tafel V ist dadurch entstanden, dass die Camera schon geöffnet war, als das brennende Streichholz dem über den Faden gelegten Papierstreifen genähert wurde. Bei den früheren Versuchen war die Camera erst kurz nach dem Entfernen des Streichholzes, aber noch vor dem Durchbrennen des Fadens geöffnet worden.)

Misst man den Winkel, so stellt sich heraus, dass der Streckung im Ellbogengelenk um 148° eine Vorwärtsdrehung oder Beugung im Schultergelenk um nur 33° entsprach. Aus theoretischen Gründen, welche im zweiten Theile dieser Arbeit noch ausführlich auseinandergesetzt werden, müsste der Betrag der Schultergelenkbeugung so gross sein, wie derjenige der Schultergelenkstreckung, welche die Beugung im Ellbogengelenk begleitet; derselbe müsste also 43° messen, wenn die Bewegung ganz ohne störende Hindernisse vor sich gegangen wäre.

Bei einem zweiten, durch Figur 3 auf Tafel V dargestellten, Versuch ist man der Wirklichkeit viel näher gekommen. Dies ist

stellen des Muskels *H*, welcher wieder als Streckmuskel thätig war, besassen die Entfernungen 16 cm und 10 cm von der Axe des Ellbogengelenks.

Die Winkelmessung an Figur 4 ergab 143° Streckung im Ellbogengelenk und 48° Vorwärtsdrehung oder Beugung im Schultergelenk, die Messung an Figur 5 dagegen 136° Streckung des Ellbogengelenks und 57° Beugung des Schultergelenks. Es zeigte sich also in beiden Fällen eine Vermehrung der Schultergelenkdrehung gegenüber dem Fall der Streckbewegung des unbelasteten Arms.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich daher das Resultat:

Das Verhältniss zwischen den Gesammtdrehungen im Schultergelenk und im Ellbogengelenk, welche in Folge der Contraction eines eingelenkigen Beugers oder Streckers des Ellbogengelenks stattfinden, wird geändert, wenn man die Masse eines der beiden Armabschnitte vergrössert. Belastet man insbesondere die Hand, so wird die Gelenkbewegung im Schultergelenk verhältnissmässig vergrössert und zwar um so mehr, je grösser die zugefügte Masse ist.

Bisher war bei den Versuchen nur auf die Gesammtbewegungen in den beiden Gelenken Rücksicht genommen worden. Der numerische Werth des Verhältnisses der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk beträgt für das untersuchte Gliedersystem, wenn man die wirklichen Massen in Betracht zieht:

bei unbelasteter Hand abgerundet . . . . . . $\frac{43^\circ}{145^\circ} = 0{,}30$

bei Belastung der Hand mit ca. 800 g abgerundet $\frac{57^\circ}{148^\circ} = 0{,}39$

bei Belastung der Hand mit ca. 3500 g abgerundet $\frac{74^\circ}{148^\circ} = 0{,}50.$

Diese Werthe haben sich bei der Beugebewegung des Arms ergeben; sie gelten aber auch für die Streckbewegung, trotzdem die Versuche etwas kleinere Verhältnisswerthe zu Tage gefördert hatten.

6. Das Verhältniss der Gesammtbewegungen in den beiden Gelenken kann so zu Stande gekommen sein, dass für den ganzen Verlauf der Gliederbewegung bei unbelasteter Hand die Drehung im

Schultergelenk zu der Drehung im Ellbogengelenk im Verhältniss 0,30 gestanden hat. Es wäre aber auch denkbar, dass von der Streckstellung aus die Schultergelenkbewegung verhältnissmässig grösser oder kleiner gewesen wäre, und dass sie dann im Verlaufe der Bewegung allmählich ab- oder zugenommen hätte, so dass sich schliesslich der Werth 0,30 für das Verhältniss der Gesammtdrehungen im Durchschnitt ergeben hätte. Es wäre dies gleichbedeutend damit, dass ein eingelenkiger Beuger oder Strecker des Ellbogengelenks nicht von jeder Gliederstellung aus in gleicher Weise drehend auf das Schultergelenk einwirkt.

Um diese Frage zu entscheiden, wurde an dem Apparat die Gliederbewegung unter Einwirkung eines eingelenkigen Muskels von verschiedenen Beugestellungen im Ellbogengelenk aus eingeleitet und nach einer Beugung oder Streckung des Ellbogengelenks von ungefähr 30° wieder aufgehalten. Die Arretirung der Bewegung konnte dabei nicht durch die Thonpfanne bewirkt werden, weil man dieselbe und den zugehörigen Stempel nicht verschieben durfte, um die Massenvertheilung der beiden Gliederabschnitte nicht zu verändern. Es wurde daher für die Beugebewegung ein auf der Streckseite des Ellbogengelenks ausgespannter und für die Streckbewegung ein auf der Beugeseite ausgespannter starker Strick verwendet. Um die störende elastische Rückwirkung des Stricks, welche beim Thon ganz ausgeschlossen war, möglichst zu vermindern, wurde in denselben ein Knoten lose geschlungen. Wenn nun die Gliederbewegung bis zu der Stelle vorgeschritten war, wo der Strick straff gespannt wurde, so musste zuerst der Knoten durch die lebendige Kraft der Bewegung zusammengezogen werden. Immerhin liess sich eine kleine elastische Rückwirkung nicht ganz vermeiden. Es können daher die Resultate dieser Versuche nicht bis auf Bruchtheile von Winkelgraden sicher sein.

Es wurden zunächst Versuche über die Beugebewegung gemacht, welche der Muskel *A* bei verschiedener Lage seiner Insertionspunkte von der äussersten Streckstellung des Armes aus hervorruft. Die Resultate derselben finden sich in folgender Tabelle niedergelegt. Dabei sind der Einfachheit halber die beiden Verbindungsstrecken des am Oberarm befindlichen Muskelursprungs und des am Unterarm liegenden Muskelansatzes vom Mittelpunkt des Ellbogengelenks mit Ursprungsstrecke und Ansatzstrecke bezeichnet worden.

Länge der		Beugung im Ellbogen-gelenk	Rückwärtsdrehung oder Streckung im Schultergelenk	Verhältniss der Dreh-ungen im Schulter- u. Ellbogengelenk
Ursprungs-strecke	Ansatz-strecke			
23 cm	7 cm	32°	11°	0,34
23	8	32	11	0,34
20	10	32	11	0,34
18	13	34	11½	0,34
16	16	34	11½	0,34
13	18	34	11½	0,34
10	20	34	11½	0,34
8	23	33	11	0,33
7	23	32½	11	0,34

Man erkennt aus dieser Tabelle zunächst wieder, dass auch das Verhältniss der Gelenkbewegungen zu Anfang der Beugung von der äussersten Streckstellung aus ganz unabhängig von der Ansatzweise des Muskels ist. Andererseits entnimmt man der Tabelle, dass dieses Verhältniss grösser ist als das Verhältniss der Gesammtdrehungen in den beiden Gelenken von der extremen Streckstellung bis zu der extremen Beugestellung des Ellbogengelenks; denn das letztere hatte nur den Werth 0,30.

Ein entsprechender Versuch mit dem Muskel *B* bei 23 cm bezüglich 8 cm Länge der Ursprungs- bezüglich Ansatzstrecke ergab 38° Beugung im Ellbogengelenk und 12½° Streckung im Schultergelenk, so dass das Drehungsverhältniss den Werth 0,33 besass.

Ersetzte man den Muskel *B* durch den Muskel *C* unter Beibehaltung der Insertionsstellen, so kamen auf 32° Beugung im Ellbogengelenk 10½° Streckung im Schultergelenk; es ergab sich also als Werth des Drehungsverhältnisses wieder 0,33.

Damit ist nachgewiesen, dass auch die Grösse der Muskelspannung keinen Einfluss auf den Anfang der Beugebewegung aus der Streckstellung ausübt.

Nachdem man sich überzeugt hatte, dass auch das Verhältniss der anfänglichen Drehungen von irgend welcher anderen Haltung des Armes aus weder durch Aenderung der Insertionsstellen noch durch Vergrösserung oder Verkleinerung der Muskelspannung geändert werden kann, wurde dieses Drehungsverhältniss für verschiedene um je 15° von einander abliegende Beugestellungen des Ellbogengelenks bestimmt. Die Bewegung wurde durch den Muskel *C* hervorgebracht, dessen Ursprung und Ansatz mit Ausnahme des letzten

Versuchs die Entfernungen 20 cm und 8 cm von der Ellbogenaxe besass. Bei der zuletzt ausgeführten Bewegung von 120° Beugungswinkel im Ellbogengelenk aus mussten die Insertionspunkte verlegt werden, weil sonst der Muskel nicht mehr die genügende Spannung zur Hervorbringung der Bewegung besass. Der Ursprung wurde in eine Entfernung von 23 cm, der Ansatz dagegen nur in eine Entfernung von 7 cm von der Ellbogenaxe gelegt. Die Resultate dieser Versuche finden sich in der folgenden Tabelle niedergelegt. Zum Verständniss derselben soll noch einmal ausdrücklich erwähnt werden, dass als Beugungswinkel des Ellbogengelenks derjenige Winkel aufgefasst worden ist, welchen die Längsaxe des Unterarms mit der Verlängerung der Längsaxe des Oberarms bildet, so dass also z. B. die äusserste Streckstellung im Ellbogengelenk durch den Beugungswinkel von 0° gekennzeichnet ist.

Beugungswinkel im Ellbogengelenk für die Ausgangsstellung	Beugung im Ellbogengelenk	Rückwärtsdrehung oder Streckung im Schultergelenk	Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk
0°	32°	11°	0,34
15	29	10	0,34
30	30	10	0,33
45	30	10	0,33
60	28½	8½	0,30
75	23½	6	0,26
90	25	5	0,20
105	23½	3½	0,15
120	23½	1½	0,06
135	14	½	0,04

Daraus geht hervor, dass das Verhältniss der beiden Gelenkbewegungen erst langsam, dann schneller abnimmt, wenn man die Beugebewegung von immer grösserer Beugestellung im Ellbogengelenk aus vor sich gehen lässt. Bei einer Anfangsstellung, welche der extremen Beugestellung sehr nahe kommt, tritt unter alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Beugemuskels fast ausschliesslich Beugung im Ellbogengelenk, aber so gut wie keine Bewegung im Schultergelenk ein. Die obere Figurenreihe auf der linken Seite von Tafel VI erläutert diese Thatsache. Dabei ist die Ausgangsstellung immer durch dunklere Schattirung hervorgehoben und angenommen worden, dass die Beugebewegung im Ellbogengelenk 30° beträgt. Da von

135° Beugung aus die Bewegung im Ellbogengelenk höchstens nur noch um 15° im Sinne weiterer Beugung fortgesetzt werden kann, so ist diesem Umstande in der Figur Rechnung getragen worden. Um aber einen Vergleich mit den übrigen Figuren zu ermöglichen, findet man die Endstellung, welche das Gliedersystem annehmen würde, wenn die Beugung thatsächlich um 30° fortgesetzt werden könnte, durch punktirte Conturen der beiden Knochen angedeutet.

Die obere Figurenreihe auf der rechten Seite von Tafel VI zeigt, wie sich infolge der allmählichen relativen Verminderung der Drehung im Schultergelenk die Beugebewegung zwischen den beiden extremen Gliederstellungen gestalten muss, wenn sie fortlaufend ruckweise um je 30° Beugung vor sich geht. Zunächst sind die einzelnen Bewegungsphasen gesondert nebeneinander und dann in der Figur am weitesten rechts in richtiger Lage zu einander gezeichnet worden. Jede spätere Stellung ist durch schwächere Schattirung kenntlich gemacht.

In gleicher Weise wie für die Beugebewegung sind auch Versuche über das Verhältniss der Drehungen in beiden Gelenken für die Streckbewegung bei verschiedenen Ausgangsstellungen gemacht worden. Dazu wurde der Muskel *A* verwendet mit 23 cm und 8 cm Länge von Ursprungs- und Ansatzstrecke. Die folgende Tabelle giebt die Resultate dieser Versuche.

Beugungswinkel im Ellbogengelenk für die Ausgangsstellung	Streckung im Ellbogengelenk	Vorwärtsdrehung oder Beugung im Schultergelenk	Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk
150°	28°	0°	0
135	30	1	0,03
120	30	3	0,10
105	27½	4½	0,16
90	27	5½	0,20
75	31	9	0,29
60	32	10½	0,33
45	31	11	0,35
30	27	10	0,37
15	14	5	0,36

Beachtet man, dass die Winkelbestimmung bei diesen Versuchen infolge der immerhin noch mangelhaften Arretirung der Bewegung auf allzu grosse Genauigkeit keinen Anspruch machen darf, so ergiebt diese Tabelle das gleiche Resultat wie die ent-

sprechende Tabelle auf Seite 97. Von einer stark gebeugten Stellung des Ellbogengelenks aus ist die Beugung im Schultergelenk sehr gering. Die letztere wird um so grösser, je mehr sich die Anfangsstellung der Streckstellung des Ellbogengelenks nähert. Die Streckbewegung zwischen den beiden extremen Stellungen des Ellbogengelenks wird daher in umgekehrter Weise vor sich gehen wie die Beugebewegung. Die unteren Figurenreihen auf Tafel VI, welche genau so für die Streckbewegung aufzufassen sind, wie die darüberstehenden Figurenreihen für die Beugebewegung, erläutern dieses Verhalten.

Ganz entsprechende Versuche wurden für beide Bewegungsarten im Falle der Belastung der Hand am Apparat durch ein Gewicht von 2200 g, d. h. also bei Belastung der menschlichen Hand mit 3500 g, angestellt. Die folgenden beiden Tabellen geben die Resultate derselben wieder.

Beugebewegung bei 3500 g Handbelastung.

Beugungswinkel im Ellbogengelenk für die Ausgangsstellung	Beugung im Ellbogengelenk	Rückwärtsdrehung oder Streckung im Schultergelenk	Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk
0°	30°	15°	0,50
15	35½	18	0,51
30	30½	15	0,49
45	34	17	0,50
60	29½	15	0,51
75	31½	15½	0,49
90	33	15	0,46
105	25	9	0,36
120	25	3	0,12

Streckbewegung bei 3500 g Handbelastung.

Beugungswinkel im Ellbogengelenk für die Ausgangsstellung	Streckung im Ellbogengelenk	Vorwärtsdrehung oder Beugung im Schultergelenk	Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk
150°	23°	7°	0,30
135	37	13	0,33
120	30	12	0,40
105	32	13	0,41
90	28	11½	0,41
75	26	12	0,46
60	26	12½	0,48
45	23	11	0,48
30	24	12	0,50
15	14	7	0,50

Aus beiden Versuchsreihen ergiebt sich, dass das Drehungsverhältniss durch die Handbelastung viel constanter für die verschiedenen Ausgangsstellungen geworden ist. Es nimmt erst von der rechtwinkligen Beugestellung aus merklich ab. Im theoretischen Theile dieser Arbeit wird gezeigt, dass es für eine noch grössere Belastung der Hand, nämlich von 4400 g, überhaupt constant den Werth 0,5 beibehält, und dass es für Belastungen über 4400 g sogar mit vorgeschrittener Beugestellung etwas zunimmt. Diese Thatsache liess sich durch den Versuch am Apparat nicht mit Sicherheit constatiren, da bei so grossen Belastungen infolge des vermehrten Druckes auf die Glasplatte die Bewegung beeinflusst wird.

Die Figurenreihen auf Tafel VII veranschaulichen die Gliederbewegungen, wie sie bei 4400 g und bei 15000 g Handbelastung vor sich gehen müssen. Die exacte Ableitung dieser Bewegungen wird im zweiten Theile der Arbeit folgen. Man erkennt aus denselben, dass die Bahn, welche der Mittelpunkt (Schwerpunkt) der in der Hand gehaltenen Masse beschreibt, mit wachsendem Gewicht dieser Masse sich immer mehr einer geraden Linie nähert. Die Theorie sagt, dass in dem nicht realisirbaren Falle, wo das Gewicht der gehaltenen Masse unendlich gross gegenüber dem Gewichte des ganzes Arms ist, der Schwerpunkt der in der Hand gehaltenen Masse bei der Beugebewegung in genau geradliniger Bahn direct auf den Schultergelenkmittelpunkt zu steuern, und umgekehrt bei der Streckbewegung sich in genau geradliniger Bahn von dem Schultergelenkmittelpunkte entfernen würde.

7. Die bisherigen Versuche bezogen sich ausschliesslich auf den Fall, dass die Gliederbewegung von irgend einer r u h e n d e n Anfangsstellung aus eingeleitet wird. Wenn nun aber ein eingelenkiger Beuge- oder Streckmuskel des Ellbogengelenks durch seine Contraction eine stetige Bewegung zwischen den beiden extremen Haltungen des Armes hervorruft, so findet er im Verlaufe seiner Thätigkeit, mit Ausnahme des Anfanges der Bewegung, die einzelnen Armabschnitte fortwährend schon mit Geschwindigkeiten begabt vor. Seine Spannung wirkt also dann auf ein Gliedersystem, welches schon in Bewegung ist, bei welchem auch, wenn die Contraction des Muskels plötzlich unterbrochen und das System sich selbst überlassen würde, noch

weitere Drehungen im Ellbogengelenk und im Schultergelenk stattfinden würden. Es entsteht daher die Frage, ob der Muskel auf das bewegte System bei jeder beliebigen Beugestellung des Ellbogengelenks genau so wirkt, wie auf das ruhende, und ob die durch die bisherige Contraction hervorgebrachten Geschwindigkeiten eine Aenderung in dem Verhältniss der Drehungen in den beiden Gelenken bei weiterer Contraction verursachen. Wenn dies der Fall wäre, so würde daraus zu folgern sein, dass die Lage der Insertionspunkte und der Spannungszustand des Muskels, welche ja auf das Verhältniss der Gesammtdrehungen keinen Einfluss ausübten, doch für den Ablauf der ganzen Bewegung bestimmend sein können. Mit der Aenderung der Insertionsstellen und der Spannung ändern sich ja auch die Drehungsmomente, welche der Muskel auf die beiden Abschnitte des Armes ausübt, und diese sind wiederum massgebend für die Geschwindigkeiten, welche die beiden Theile sowohl in ihrer absoluten Bewegung als in ihrer zu einander relativen Bewegung erlangen.

Diese Frage kann nur dadurch entschieden werden, dass man sich eine eingehende Kenntniss von dem ganzen Ablaufe der Bewegung verschafft. Diese Kenntniss wird aber vermittelt durch die auf den Tafeln III, IV und V niedergelegten photographischen Aufnahmen des ganzen Bewegungsvorganges. Hier hat man durch die Anwendung der Geissler'schen Röhren eine genügende Anzahl successiver Stellungen des Gliedersystems sowohl für die Beuge- als für die Streckbewegung registrirt. Da zwischen je zwei aufeinander folgenden Bewegungsphasen immer genau derselbe Zeitraum, nämlich die Dauer einer Schwingung der Unterbrechungsstimmgabel, liegt, so geben die Figuren nicht nur Aufschluss über die einzelnen Stellungen, welche während der Bewegung von dem Gliedersystem nach und nach eingenommen werden, sondern sie lassen auch die Geschwindigkeiten erkennen, mit denen das System durch diese Stellungen hindurchgegangen ist. Man sieht z. B. auf den ersten Blick, dass die durch Figur 1 auf Tafel IV dargestellte Gliederbewegung viel schneller vor sich gegangen ist als die zu Figur 2 auf Tafel III gehörende: denn die einzelnen Stellungen liegen bei ersterer räumlich viel weiter auseinander als bei letzterer, obgleich der zeitliche Abstand bei beiden derselbe gewesen ist.

Man kann nun auf zwei Arten verfahren, um die successiven Bewegungsphasen zu bestimmen. Entweder man misst mit Hülfe eines genügend präcis arbeitenden Winkelmessinstrumentes direct die Winkel, welche die Längsaxe des Oberarms mit einer in der Bewegungsebene gelegenen festen Geraden einerseits und die Längsaxe des Unterarms mit der Verlängerung der Längsaxe des Oberarms andererseits bildet, — oder man bezieht die Bewegung auf ein in derselben Ebene gelegenes festes Coordinatensystem und misst mit Hülfe eines besonderen Instruments die Länge der Coordinaten für die einzelnen Stellungen der Mittelpunkte von Schultergelenk, Ellbogengelenk und Handgelenk, und leitet dann aus diesen Coordinaten die Winkel ab. Da mir kein genügend genauer Winkelmesser, wohl aber der in der Arbeit über den Gang des Menschen ausführlich beschriebene Coordinatenmesser zur Verfügung stand, so habe ich den letzteren Weg beschritten.

Das Coordinatensystem wurde so gelegt, dass der Anfangspunkt desselben mit dem bei der Bewegung fest bleibenden Schultergelenkmittelpunkt und die eine Axe (Y-Axe) mit der Richtung der beiden Längsaxen in der äussersten Streckstellung zusammenfiel. Die andere Axe (X-Axe) stand dazu senkrecht und wurde in der Richtung nach vorn positiv gerechnet. Hat man die Coordinaten der Mittelpunkte von Ellbogengelenk und Handgelenk gemessen, so lassen sich durch eine sehr einfache trigonometrische Rechnung die Winkel φ_1 und φ_2 bestimmen, welche die Längsaxen des Ober- und Unterarms mit der Richtung der Y-Axe bilden. Der Winkel φ_1 giebt dann direct an, um wieviel der Oberarm aus der Streckstellung des ganzen Arms im Schultergelenk nach vor- oder rückwärts gedreht ist, wenn man beide Drehungsarten durch das Vorzeichen (+ für Vorwärtsdrehung und — für Rückwärtsdrehung) von einander unterscheidet. Der Winkel φ_2 giebt dagegen zunächst nur an, um welchen Winkel sich die Richtung der Unterarmlängsaxe gegenüber der Streckstellung geändert hat. Will man aus der Grösse von φ_2 den Drehungswinkel ψ im Ellbogengelenk ableiten, so braucht man nur, unter Berücksichtigung des Vorzeichens von φ_1, den Winkel φ_1 von φ_2 abzuziehen. Da man diese Winkelbestimmung an den Figuren oder, was für die Erzielung grosser Genauigkeit besser ist, auf den photographischen Platten auch mit Hülfe eines feineren Transporteurs controliren kann, so sollen die

Resultate der Coordinatenmessung nicht ausführlich angegeben, sondern gleich die Grössen der aus ihnen abgeleiteten Winkel φ_1, φ_2 und ψ mitgetheilt werden.

Es sind nun nur Messungen an den auf die Beugebewegung des Ellbogengelenks ohne Armbelastung bezüglichen Figuren (Figur 2, 3, 4 und 5 auf Tafel III und Figur 1 auf Tafel IV) gemacht worden. Die Streckbewegung wurde deshalb nicht einer genaueren Messung unterworfen, weil, wie schon oben angeführt worden ist, die hierauf bezüglichen Versuche mit zu grossen Fehlerquellen belastet sind, als dass sie eine genaue Messung zulassen könnten. Die Resultate der Winkelbestimmung für die Beugebewegung sind in den umstehenden Tabellen (Seite 104 und 105) niedergelegt worden. Dabei soll noch einmal hervorgehoben werden, dass die drei ersten Versuche (Tafel III, Figur 2, 3 und 4) sich nur durch verschiedene Lage der Muskelinsertionen, die beiden letzten (Tafel III, Figur 5 und Tafel IV, Figur 1) dagegen sich von den anderen und von einander durch die Anwendung verschiedener Muskeln unterscheiden.

Schon ein Vergleich der fünf Tabellen zeigt, dass dieselben insofern nahezu vollständig übereinstimmen, als überall, wo derselbe, oder annähernd derselbe, Beugungswinkel des Ellbogengelenks (ψ) in verschiedenen Tabellen auftritt, auch innerhalb der durch die unvermeidlichen Fehlerquellen gesetzten Genauigkeitsgrenzen, der gleiche Drehungswinkel im Schultergelenk (φ_1) sich einstellt. Es stimmen daher die fünf unter den verschiedensten Bedingungen angestellten Versuche in der Weise überein, dass bei allen das Gliedersystem dieselben successiven Stellungen durchwandert. Sie unterscheiden sich nur dadurch, dass bei dem einen (z. B. Tafel IV, Figur 1) diese Stellungen schneller, bei dem anderen (z. B. Tafel III, Figur 2) dieselben langsamer durchlaufen werden. Die Lage der Insertionsstellen und die Spannungsgrössen des Muskels haben daher wohl einen Einfluss auf die Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung zwischen den beiden extremen Stellungen des Armes vor sich geht, nicht aber auf die Art, in welcher die Gliederbewegung stattfindet. Die Gliederbewegung des Armes ist daher bei alleiniger Contraction eines eingelenkigen Beugemuskels eine *Zwangsbewegung*; sie findet immer in genau derselben Weise statt, man könnte sie nicht willkürlich abändern, wenn man nur eingelenkige Muskeln zur Verfügung hätte,

Tafel III, Fig. 2			Tafel III, Fig. 3			Tafel III, Fig. 4			Tafel III, Fig. 5			Tafel IV, Fig. 1		
φ_1	φ_2	ψ 1)	φ_1	φ_2	ψ	φ_1	φ_2	ψ	φ_1	φ_2	ψ	φ_1	φ_2	ψ
0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
									— 0°56′	1°32′	2°28′	— 0°58′	1°41′	2°39′
						— 1°22′	2°17′	3°39′	— 1 12	1 59	3 11	— 1 23	2 25	3 48
— 1°48′	2°44′	4°32′	— 1°45′	2°40′	4°25′	— 1 38	2 45	4 23	— 1 30	2 29	3 59	— 1 52	3 16	5 8
— 2 5	3 8	5 13	— 2 3	3 5	5 8	— 1 47	3 17	5 4	— 1 52	3 6	4 58	— 2 30	4 20	6 50
— 2 25	3 39	6 4	— 2 23	3 38	6 1	— 2 18	3 53	6 11	— 2 20	3 51	6 11	— 3 15	5 37	8 52
— 2 47	4 13	7 0	— 2 45	4 12	6 57	— 2 44	4 35	7 19	— 2 52	4 43	7 35	— 4 9	7 12	11 21
— 3 11	4 48	7 59	— 3 10	4 50	8 0	— 3 11	5 21	8 32	— 3 32	5 45	9 17	— 5 13	8 59	14 12
— 3 38	5 30	9 8	— 3 40	5 36	9 16	— 3 43	6 13	9 56	— 4 16	6 53	11 9	— 6 24	11 3	17 27
— 4 10	6 16	10 26	— 4 12	6 26	10 38	— 4 22	7 14	11 36	— 5 18	8 17	13 35	— 7 50	13 29	21 19
— 4 45	7 9	11 54	— 4 50	7 22	12 12	— 5 6	8 22	13 28	— 6 10	9 46	15 56	— 9 19	16 1	25 20
— 5 28	8 14	13 42	— 5 32	8 25	13 57	— 5 56	9 41	15 37	— 7 15	11 28	18 43	—10 55	18 48	29 43
— 6 12	9 17	15 29	— 6 18	9 34	15 52	— 6 52	11 10	18 2	— 8 32	13 25	21 57	—12 54	22 12	35 6
— 7 2	10 32	17 34	— 7 9	10 52	18 1	— 7 55	12 47	20 42	— 9 51	15 30	25 21	—14 33	25 10	39 43
— 7 57	11 55	19 52	— 8 9	12 20	20 29	— 9 6	14 38	23 44	—11 19	17 50	29 9	—16 32	28 41	45 13
— 8 55	13 21	22 16	— 9 8	13 50	22 58	—10 21	16 38	26 59	—12 51	20 20	33 11	—18 21	32 2	50 23
— 9 58	14 57	24 55	—10 19	15 37	25 56	—11 44	18 49	30 33	—14 29	23 3	37 32	—20 43	36 12	56 55
—11 5	16 41	27 46	—11 27	17 21	28 48	—13 9	21 3	34 12	—16 4	25 43	41 47	—22 38	39 34	62 12
—12 16	18 32	30 48	—12 40	19 14	31 54	—14 43	23 38	38 21	—17 44	28 35	46 19	—24 37	43 35	68 12
—13 36	20 33	34 9	—13 59	21 18	35 17	—16 16	26 11	42 27	—19 30	31 40	51 10	—26 42	47 45	74 27
—14 53	22 35	37 28	—15 16	23 21	38 37	—17 51	28 52	46 43	—21 18	34 53	56 11	—28 29	51 47	80 16
—16 17	24 48	41 5	—16 40	25 34	42 14	—19 41	31 55	51 36	—22 57	37 56	60 53	—30 12	55 47	85 59
—17 35	26 54	44 29	—18 5	27 52	45 57	—21 20	34 48	56 8	—24 43	41 13	65 56	—31 57	60 1	91 58
—19 3	29 18	48 21	—19 27	30 9	49 36	—22 57	37 42	60 39	—26 25	44 34	70 59	—33 36	64 19	97 55
—20 30	31 43	52 13	—20 57	32 38	53 35	—24 38	41 5	65 43				—35 13	68 47	104 0
—21 58	34 12	56 10	—22 15	34 53	57 8	—26 18	43 59	70 17	—29 43	51 26	81 9	—36 34	73 19	109 53
—23 20	36 33	59 53	—23 51	37 37	61 28	—27 57	47 2	74 59	—31 18	54 51	86 9	—37 49	77 56	115 45

—24 17	39 10	63 57	—25 20	40 5	65 25	—29 32	50 19	79 51	—32 45	58 20	91 5	—38 54	82 41	121 35
—26 19	41 43	68 2	—26 39	42 49	69 28	—30 59	53 39	84 38	—34 14	62 3	96 17	—39 41	87 29	127 10
—27 48	44 36	72 24	—27 57	45 22	73 19	—32 26	56 57	89 23	—35 37	65 39	101 16	—40 23	92 36	132 59
—28 58	46 58	75 56	—29 24	47 52	77 16	—33 39	60 13	93 52				—40 52	97 46	138 38
—30 18	49 50	80 8	—30 41	50 45	81 26	—35 3	63 36	98 39	—38 47	73 0	111 47	—41 7	103 52	144 59
—31 42	52 27	84 9	—31 59	53 25	85 24				—39 53	76 56	116 49	—41 7	108 24	149 31
—33 1	54 53	87 54	—33 15	56 3	89 18				—40 44	80 52	121 36			
—34 13	57 44	91 57	—34 26	58 37	93 3	—38 57	72 41	111 38	—41 40	84 49	126 29			
—35 28	60 26	95 54	—35 32	61 21	96 53	—39 47	75 48	115 35	—42 28	88 58	131 26			
—36 35	63 14	99 49	—36 38	64 7	100 45	—40 26	79 0	119 26	—43 7	93 6	136 13			
—37 40	66 12	103 52	—37 41	66 51	104 32	—41 9	82 5	123 14	—43 21	97 19	140 40			
—38 39	68 49	107 28	—38 40	69 34	108 14	—41 43	85 12	126 55	—43 21	101 34	144 55			
—39 32	71 31	111 3	—39 28	72 24	111 52	—42 12	88 21	130 33						
—40 25	74 22	114 47			2)	—42 34	91 23	133 57						
—41 17	77 10	118 27	—40 52	77 55	118 47	—42 34	94 48	137 22						
—41 56	80 1	121 57	—41 28	80 43	122 11	—42 34	98 17	140 51						
—42 34	82 52	125 26	—42 3	83 31	125 34	—42 34	101 21	143 55						
—43 9	85 46	128 55	—42 38	86 11	128 49									
—43 36	88 40	132 16												
—43 50	91 35	135 25	—43 23	92 2	135 25									
—43 50	94 47	138 37	—43 23	95 9	138 32									
—43 50	97 59	141 49	—43 23	98 15	141 38									
—43 50	100 34	144 24	—43 23	100 48	144 11									

1) φ_1 giebt den Drehungswinkel im Schultergelenk an; derselbe ist mit positivem Vorzeichen bei Vorwärtsdrehung, mit negativem Vorzeichen bei Rückwärtsdrehung versehen. Da in allen Tabellen φ_1 nur negative Werthe besitzt, so handelt es sich bei der Beugebewegung des Armes nur um Rückwärtsdrehung oder Streckung im Schultergelenk. φ_2 ist der Winkel, um welchen sich die Richtung der Längsaxe des Unterarms von der Streckstellung aus geändert hat. ψ endlich giebt den Beugungswinkel des Ellbogengelenks an. ψ steht mit den beiden anderen Winkeln in der Beziehung: $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$.

2) Die an diese und die anderen frei gelassenen Stellen gehörenden Winkelgrössen konnten nicht genau bestimmt werden.

welche über das Ellbogengelenk hinwegziehen, und wenn die Schwere nicht modificirend auf dieselbe einwirkte. Dem Arm ist dabei eine ganz bestimmte Folge von Gliederstellungen vorgeschrieben. Das Einzige, was man willkürlich abändern könnte, wäre die Geschwindigkeit der Zwangsbewegung, je nachdem man die eingelenkigen Muskeln stark oder schwach innervirte.

Noch deutlicher als durch die Betrachtung der Tabellen kann man diese Thatsachen erkennen, wenn man die Werthe der Winkel ψ und φ_1 als Abscissen und Ordinaten eines rechtwinkligen Coordinatensystems verwendet und die Curve aufzeichnet, welche der in den Tabellen ausgedrückten Abhängigkeit der beiden Winkel entspricht. Dies ist auf Tafel VIII für die fünf Versuche gethan worden. Wollte man alle fünf Curven in ein und dasselbe Coordinatensystem einzeichnen, so würden sich dieselben nahezu überdecken, so dass man sie nicht auseinander zu halten im Stande wäre. Daher ist für jede folgende der fünf Curven das Coordinatensystem nach unten um je einen Centimeter verschoben worden. Man glaubt nun ein System von fünf Parallelcurven vor sich zu haben. Die verschiedene Geschwindigkeit, mit welcher die Beugebewegung in einigen Fällen vor sich gegangen ist, erkennt man aus den verschiedenen Abständen der durch die Messung gefundenen Punkte dieser Curven.

Was endlich die Beugebewegung des Gliedersystems bei Belastung der Hand anlangt, so war in dem Falle der grössten angewandten Belastung (2200 g am künstlichen System = 3500 g am wirklichen Arm) eine Messung der Winkelgrössen gar nicht nöthig. Man bestätigt nämlich aus Figur 3 auf Tafel IV, dass in diesem Falle ein Punkt der Unterarmlängsaxe, welcher dieselbe Entfernung vom Mittelpunkt des Ellbogengelenks besitzt als letzterer vom Mittelpunkt des Schultergelenks, sich fast genau auf der durch die beiden Längsaxen in der Streckstellung markirten geraden Linie bewegt. Demnach bilden in diesem Falle bei allen Gliederstellungen die Längsaxen von Oberarm und Unterarm mit der die Streckstellung bezeichnenden geraden Linie ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Spitze der Mittelpunkt des Ellbogengelenks ist. Daraus geht hervor, dass die beiden Winkel φ_1 und φ_2, welche die Längsaxen von Ober- und Unterarm mit ihrer Ausgangslage (Y-Axe) bilden, numerisch gleich sind; dieselben unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen, indem

φ_2 immer positive, φ_1 dagegen nur negative Werthe besitzt. Daraus geht aber wiederum hervor, dass der Beugungswinkel ψ des Ellbogengelenks, welcher gleich der Differenz $\varphi_2 - \varphi_1$ war, unter Berücksichtigung des negativen Vorzeichens von φ_1 numerisch immer doppelt so gross ausfällt als φ_1. Es ist also im ganzen Verlaufe der Beugebewegung die Rückwärtsdrehung im Schultergelenk halb so gross wie die Beugung im Ellbogengelenk. Genau genommen tritt dieser Fall erst bei 4400 g Belastung des wirklichen Armes ein; die Bewegung bei der geringeren Belastung von 3500 g weicht aber nicht so sehr von der bei der grösseren Belastung eintretenden ab, als dass sich die Unterschiede bei der mit der Messung zu erreichenden Genauigkeit nachweisen liessen. Zeichnet man auch für diesen Fall die Curve auf, welche die Abhängigkeit der beiden Winkel ψ und φ_1 veranschaulicht, so zeigt sich, dass sie eine gerade Linie ist. Dieselbe findet sich auch auf Tafel VIII eingetragen, um den grossen Unterschied deutlich zu machen, welchen die Bewegung mit Handbelastung gegenüber der Bewegung ohne Handbelastung aufweist.

Die entsprechenden Resultate gelten für die Streckbewegung. Da sie nicht auch auf empirischem Wege mit genügender Sicherheit abgeleitet werden konnten, so soll, was deren Beweis anlangt, auf den zweiten (theoretischen) Theil dieser Arbeit verwiesen werden.

Stellt man endlich an der Hand der Tabellen auf Seite 104 und 105 das Verhältniss zwischen den beiden Gelenkbewegungen für verschiedene Phasen der Bewegung fest, so erkennt man leicht, dass dasselbe innerhalb der Genauigkeitsgrenzen überall den gleichen Werth besitzt wie in dem Falle, wo die Contraction des Muskels bei den gleichen Ausgangsstellungen von der Ruhe aus geschieht. Daraus ergiebt sich aber, dass die Figurenreihen auf der rechten Seite der Tafel VI und auf Tafel VII nicht allein die Gliederbewegung darstellen, wenn sie ruckweise von einer Beugestellung nach der anderen geschieht, sondern dass dieselben den ganzen stetigen Verlauf der Beuge- oder Streckbewegung des Armes infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Beuge- oder Streckmuskels veranschaulichen. —

Es liegt nun die Frage nahe, ob und wie weit sich die bisherigen Befunde über die Wirkungsweise eingelenkiger Beuge- oder Streckmuskeln des Ellbogengelenks am Lebenden nachweisen lassen.

Um diese Frage zur Entscheidung zu bringen, hatte Herr Dr. W. HIS jun. die Güte, in meiner Gegenwart einige Muskeln auf elektrischem Wege zur Contraction zu bringen. Um die Wirkung der Schwere auf die Gliederbewegung möglichst auszuschliessen, wurde das Versuchsindividuum veranlasst, sich horizontal auf die Seite zu legen, so dass die Axe des Ellbogengelenks annähernd vertical stand und der in mittlerer Pronationsstellung befindliche Unterarm nur lose auf dem Körper auflag. Darauf wurden nach einander sowohl der M. brachialis als auch der M. brachioradialis von verschiedenen Stellungen des Ellbogengelenks aus zur Contraction gebracht. Ging man von der äussersten Streckstellung aus, so zeigte sich während der Beugung des Unterarms im Ellbogengelenk thatsächlich eine geringe Rückwärtsdrehung (Streckung) des Oberarms im Schultergelenk. Beide Gelenkbewegungen waren zwar nicht sehr ausgiebig, man konnte sie aber doch deutlich constatiren. Liess man einen der beiden Muskeln sich contrahiren, nachdem vorher der Unterarm bis über die rechtwinklige Beugestellung im Ellbogengelenk hinausgeführt worden war, so blieb der Oberarm bei der Contraction in seiner Lage, und es zeigte sich nur noch Beugung im Ellbogengelenk. Dies entspricht also genau den Versuchen am künstlichen Modell des Armes.

Andererseits liess sich auch nachweisen, dass die beiden eingelenkigen Köpfe des M. triceps brachii bei ihrer Contraction nicht nur den Unterarm gegen den Oberarm strecken, sondern auch den Oberarm im Schultergelenk nach vorwärts drehen (beugen).

Diese Erfolge ermuthigten uns, für die Zukunft den Plan ins Auge zu fassen, eingehendere Untersuchungen am Lebenden über die Wirkungsweise der Muskeln anzustellen und wo möglich zu versuchen, die eintretenden Gelenkbewegungen auf photographischem Wege zu registriren und zu messen.

Jedenfalls hat sich aus den wenigen Vorversuchen aber schon die Thatsache auch am Lebenden erwiesen, dass die Muskeln gewöhnlich mit auf Gelenke wirken, über welche sie gar nicht hinwegziehen.

II. Theil.

Theoretische Ableitung der Versuchsergebnisse.

In nebenstehender Figur 6 seien 𝔖, 𝔈 und 𝔋 die Mittelpunkte vom Schulter-, Ellbogen- und Handgelenk. Der Mittelpunkt 𝔖 des Schultergelenks soll im Raume fest liegen. Da nur eingelenkige Muskeln des Ellbogengelenks, nicht aber solche, welche über das Schultergelenk hinweggehen, in Rücksicht gezogen werden sollen, so ist es für die folgenden Betrachtungen ganz gleichgültig, ob man den Rumpf mit dem Schultergürtel durch besondere Kräfte im Raume festgestellt annimmt, oder ob man den Arm vom Rumpfe losgelöst denkt und als Körpersystem für sich betrachtet, welches um den im Raume festgestellten Schultergelenkmittelpunkt drehbar ist. Es soll daher der Einfachheit der Betrachtung halber die letztere Annahme gemacht werden. Ferner soll angenommen werden, dass eine feste Axe im Ellbogengelenk vorhanden sei, und dsss dieselbe senkrecht zu der Ebene 𝔖𝔈𝔋 der drei Gelenkmittelpunkte stehe. Denkt man sich die Hand mit dem Unterarm starr verbunden, so wird die Haltung des ganzen Armes bekannt sein, wenn man die Lage der Ebene 𝔖𝔈𝔋 im Raume kennt, und wenn man weiss, welche Winkel φ_1 und φ_2 die Längsaxen 𝔖𝔈 und 𝔈𝔋 von Ober- und

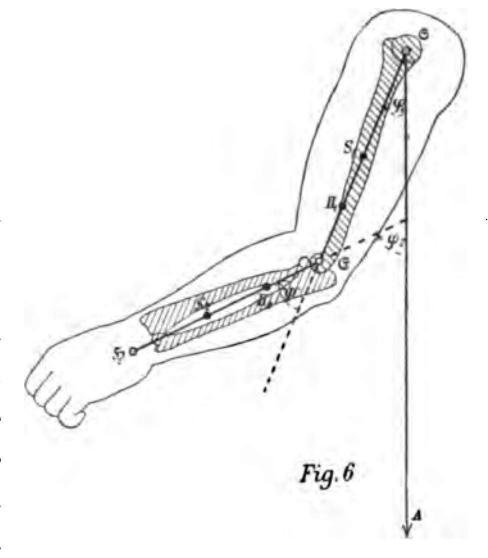


Fig. 6

Unterarm mit einer in der Ebene $\mathfrak{S}\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ gelegenen Geraden $\mathfrak{S}A$ bilden. Diese Gerade kann ganz beliebig gewählt werden. Damit man sich ihre Lage leicht vorstellen kann, wollen wir annehmen, dass sie die Schnittgerade der Ebene $\mathfrak{S}\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ mit der bei normaler Rumpfhaltung durch die Mittelpunkte der Schulter- und Hüftgelenke hindurchgehenden Ebene darstellt.

Die Winkel φ_1, φ_2 sollen in der Richtung nach vorn positiv gerechnet werden. Mit diesen beiden Winkeln steht in engstem Zusammenhange der Winkel ψ, welchen die Längsaxe $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ des Unterarms mit der Verlängerung der Längsaxe $\mathfrak{S}\mathfrak{E}$ des Oberarms bildet. Dieser Winkel ψ soll »Beugungswinkel des Ellbogengelenks« und der Winkel φ_1 »Drehungswinkel des Schultergelenks« genannt sein.

Betrachtet man $\mathfrak{S}A$ als Ausgangsstellung der Längsaxe des Oberarms, so entspricht einem positiven Werthe des Winkels φ_1 eine Drehung des Oberarms im Schultergelenk nach vorn, also eine Beugung des Oberarms; ein negativer Werth von φ_1 deutet dagegen auf eine Rückwärtsdrehung (Streckung) des Oberarms gegenüber der Stellung $\mathfrak{S}A$ hin. Der Winkel ψ kann sein Vorzeichen nicht wechseln, da die Längsaxe des Unterarms immer nur nach einer Richtung innerhalb der Ebene $\mathfrak{S}\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ von der Verlängerung der Oberarmlängsaxe abweichen kann. Derselbe kann aber den Werth Null annehmen, nämlich in der Streckstellung des Ellbogengelenks. Rechnet man ψ in der Richtung von der Verlängerung der Oberarmlängsaxe zur Unterarmlängsaxe hin positiv, so besteht zwischen den drei Winkeln φ_1, φ_2 und ψ die Relation $\varphi_1 + \psi = \varphi_2$. Es ist also

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1 .$$

Der Schwerpunkt S_1 des Oberarms liegt nach früheren Untersuchungen[1]) mit grosser Annäherung in der Verbindungslinie der Mittelpunkte von Schulter- und Ellbogengelenk; seine Entfernung vom Schultergelenkmittelpunkt $\mathfrak{S}$ sei r_1. Der Schwerpunkt S_2 des als starr angenommenen Systems Unterarm plus Hand liegt in der Verbindungslinie von Ellbogen- und Handgelenkmittelpunkt; seine Entfernung von $\mathfrak{E}$ sei r_2. Die Masse des Oberarms sei m_1, die des

---

1) W. BRAUNE und O. FISCHER, Ueber den Schwerpunkt des menschlichen Körpers u. s. w. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. d. Wissenschaften Bd. XV, Nr. VII, 1889, pag. 595.

Systems Unterarm plus Hand m_2. Die Länge des Oberarms, d. h. die Länge $\overline{\mathfrak{S}\mathfrak{E}}$ sei l_1.

Ausser den beiden Schwerpunkten S_1 und S_2 besitzen für die Gliederbewegungen des Arms noch zwei andere feste Punkte der beiden Glieder bemerkenswerthe Bedeutung.

Denkt man sich die Massen von Unterarm und Hand in dem Mittelpunkte $\mathfrak{E}$ des Ellbogengelenks concentrirt und der Masse des Oberarms hinzufügt, so entsteht ein System, dessen Masse gleich der Summe der Massen von Oberarm, Unterarm und Hand, d. h. also gleich der Masse des ganzen Armes ist. Bezeichnet man dieselbe mit m_0, so ist

$$m_0 = m_1 + m_2.$$

Der Schwerpunkt dieses Massensystems, welches reducirtes Oberarmsystem heissen möge, liegt auf der Verbindungsstrecke $\overline{S_1\mathfrak{E}}$ und theilt dieselbe im umgekehrten Verhältniss der Massen vom Oberarm einerseits und vom System Unterarm plus Hand andererseits. Derselbe ist also ein fester Punkt im Oberarm. Entsprechend seiner Bedeutung für die Bewegungen des Gliedersystems unter dem Einfluss äusserer und innerer Kräfte soll dieser Punkt »Hauptpunkt des Oberarms« genannt sein. Derselbe ist in die Figur 6 und in die folgende Figur 7 eingetragen und mit H_1 bezeichnet worden. Seine Entfernungen von $\mathfrak{S}$, S_1 und $\mathfrak{E}$ seien bezüglich c_1, e_1 und d_1 (vgl. Figur 7). Die Verbindungsstrecken des Hauptpunktes H_1 mit den Mittelpunkten vom Schulter- und Ellbogengelenk, also die Strecken $\overline{\mathfrak{S}H_1}$ und $\overline{H_1\mathfrak{E}}$, sollen die Namen »Hauptstrecken des Oberarms« führen[1]).

Fig. 7

Denkt man sich ferner die Masse des Oberarms im Punkte $\mathfrak{E}$ concentrirt und der Masse des Systems Unterarm plus Hand hinzugefügt, so entsteht ein

1) Es ist wohl zu beachten, dass hier der Arm ganz isolirt von dem übrigen Körper ins Auge gefasst wird. Betrachtet man dagegen den Arm bei seinen Bewegungen als Theil des ganzen menschlichen Körpers, so ändert der Hauptpunkt des Oberarms seine Lage; er ist dann als der Schwerpunkt eines Massensystems aufzufassen, welches dadurch entsteht, dass man im Mittelpunkt des Ellbogengelenks die Masse von Unterarm und Hand und im Mittelpunkt des Schultergelenks die

zweites Massensystem von der Masse $m_0 = m_1 + m_2$. Der Schwerpunkt H_2 dieses Massensystems, welches reducirtes Unterarmsystem genannt sein soll, liegt auf der Längsaxe des Unterarms und theilt die Strecke $\overline{\mathfrak{E} S_2}$ ebenfalls im umgekehrten Verhältniss der Massen von Oberarm einerseits und von Unterarm plus Hand andererseits. Dieser Punkt H_2 stellt den Hauptpunkt des Systems Unterarm plus Hand dar. Seine Entfernungen von $\mathfrak{E}$ und S_2 seien c_2 und e_2. Die Strecke $\overline{\mathfrak{E} H_2}$ soll wieder eine Hauptstrecke des Systems Unterarm plus Hand heissen.

Die Lagen der beiden Hauptpunkte stehen nun in engster Beziehung zu der Lage des Gesammtschwerpunktes S_0 des ganzen Armes.

Setzt man nämlich im Hauptpunkte H_1 die Hauptstrecke $\overline{\mathfrak{E} H_2}$ parallel an, so ist der Endpunkt dieser Strecke der Gesammtschwerpunkt S_0. Dasselbe gilt, wenn man von H_2 aus eine Strecke parallel und gleich der Hauptstrecke $\overline{\mathfrak{E} H_1}$ abträgt. Diese Beziehung ist ganz unabhängig von der Beugestellung im Ellbogengelenk. Es bildet für jede Haltung des Armes das Viereck $H_1 \mathfrak{E} H_2 S_0$ ein Parallelogramm.

Von der Richtigkeit dieser Thatsache kann man sich auf folgende Weise überzeugen.

Der Gesammtschwerpunkt S_0 liegt auf der Verbindungslinie der beiden Einzelschwerpunkte S_1 und S_2 und theilt dieselbe im umgekehrten Verhältniss der Massen m_1 und m_2. Denkt man sich S_0 auf Grund dieser Eigenschaft construirt und zieht nun von S_0 aus Parallele zu den Längsaxen $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{S}\mathfrak{E}$ der beiden Glieder (vgl. Figur 7), so wird die erste dieser Parallelen die Längsaxe $\mathfrak{S}\mathfrak{E}$ in einem Punkte treffen, welcher die Strecke $\overline{S_1 \mathfrak{E}}$ im umgekehrten Verhältniss der Massen m_1 und m_2 theilt, und es wird die zweite Parallele die andere Längsaxe $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ in einem Punkte durchschneiden, welcher die Strecke $\overline{\mathfrak{E} S_2}$ im umgekehrten Verhältniss dieser beiden Massen theilt. Diese beiden Schnittpunkte fallen daher mit den Hauptpunkten der beiden Glieder zusammen.

Massen aller übrigen Theile des ganzen menschlichen Körpers concentrirt annimmt. Der Hauptpunkt rückt infolge dessen dem Schultergelenkmittelpunkt sehr nahe (vergl. Die Arbeit der Muskeln und die lebendige Kraft des menschlichen Körpers, Abhandl. der Kgl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch., math.-phys. Classe, Bd. XX. Nr. I).

Eine weitere bemerkenswerthe Eigenschaft der beiden Hauptpunkte ist folgende.

Denkt man sich das System der beiden Glieder ganz frei beweglich, ausser Zusammenhang mit dên übrigen Theilen des menschlichen Körpers, so wird der Gesammtschwerpunkt S_0 an seiner Stelle bleiben, wenn man eins der beiden Glieder um die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Hauptpunkt beliebig dreht und dem anderen Gliede zu gleicher Zeit keine Drehung, sondern nur fortschreitende Bewegung (Parallelverschiebung, Translation) gestattet. Unter fortschreitender Bewegung oder Parallelverschiebung soll dabei eine solche Bewegung verstanden sein, bei welcher alle Geraden innerhalb des Körpers während der Bewegung ihre Richtung im Raume beibehalten. Die einzelnen Punkte des Körpers selbst können natürlich beliebige krumme Linien beschreiben; die Bahnen aller Punkte sind aber congruent. So führt z. B. die Magnetnadel eines Compasses gewöhnlich nur Parallelverschiebung aus, in welcher Weise sich auch das ganze Schiff selbst bewegen möge.

Der angeführte Satz lässt sich leicht einsehen.

Dreht man z. B. den Oberarm um die Axe durch H_1 und erlaubt dem System Unterarm plus Hand nur Parallelverschiebung, so wird bei dieser Bewegung einmal der Punkt H_1 (in Figur 7) fest bleiben und ausserdem die Richtung von $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ sich nicht ändern. Da $H_1 S_0$ parallel $\mathfrak{E}\mathfrak{H}$ ist, so wird demnach die ganze Strecke $H_1 S_0$ und folglich auch ihr Endpunkt S_0 fest bleiben. Dreht man dagegen das System Unterarm plus Hand um die Axe durch seinen Hauptpunkt H_2 mit gleichzeitiger Parallelverschiebung des Oberarms, so wird sowohl der Ort von H_2 als auch die Richtung von $\mathfrak{E}\mathfrak{S}$ erhalten bleiben. Da $H_2 S_0$ stets parallel $\mathfrak{E}\mathfrak{S}$ verläuft, so bleibt daher die ganze Strecke $H_2 S_0$, also auch der Gesammtschwerpunkt S_0 fest.

An der Hand dieses Satzes kann man eine jede beliebige ebene Bewegung des Gliedersystems in drei mechanisch von einander verschiedene Bestandtheile zerlegen.

Handelt es sich um die Bewegung eines einzigen starren Körpers, so zerlegt man dieselbe in die Drehung, welche der Körper um seinen Schwerpunkt ausführt und die Parallelverschiebung des Körpers, welche demselben durch die Bahn des Schwerpunktes vorgeschrieben ist. Bei der Untersuchung der ersteren Bewegungsart

des Körpers nimmt man den Schwerpunkt als festgestellt an, bei der Betrachtung der letzteren Bewegung sieht man ganz von der Drehung der einzelnen Massentheilchen um den Schwerpunkt ab und stellt sich die ganze Masse des Körpers in dem Schwerpunkte concentrirt vor.

Hat man es dagegen mit der, zunächst ganz allgemeinen, Bewegung eines Systems von zwei durch ein Charniergelenk verbundenen Körpern zu thun, wobei also der Mittelpunkt $\mathfrak{S}$ des Schultergelenks nicht fest zu sein braucht, so genügt es nicht, dieselbe in die Drehung des Systems um den Schwerpunkt und die Parallelverschiebung nach Massgabe der Bewegung des Schwerpunktes zu zerlegen. Denn das System verhält sich bei seiner Bewegung um den Schwerpunkt nicht wie ein starrer Körper. Seine beiden Glieder bewegen sich selbst relativ zu einander und führen infolge dessen verschiedene Drehungen bei festem Gesammtschwerpunkt des Systems aus. Man hat bei der Zerlegung der Bewegung die Drehungen des einen Gliedes von denen des anderen abzusondern.

Dies lässt sich nun nicht einfach so machen, dass man z. B. die Drehung des Oberarms für sich allein betrachtet und dabei sowohl den Unterarm als auch den Gesammtschwerpunkt S_0 als ruhend auffasst. Denn, wenn der Unterarm in Ruhe bleiben soll, so könnte diese Drehung bei den Bedingungen, welche den Bewegungen beider Körper durch die Gelenkverbindungen gesetzt sind, nur um die Charnieraxe stattfinden. Dabei würde aber der Gesammtschwerpunkt S_0 nicht fest bleiben können; derselbe müsste sich, wie man aus Figur 7 bestätigt, in einem Kreise um H_2 als Mittelpunkt und mit $\overline{H_2S_0}$ als Radius bewegen. Nimmt man aber andererseits den Gesammtschwerpunkt als ruhend an, indem man die Bewegung, welche das System um den Schwerpunkt ausführt, absondern will von der Bewegung, welche dasselbe mit dem Schwerpunkte macht, so erkennt man, dass die Bewegung eines der beiden Glieder nicht isolirt von der Bewegung des anderen betrachtet werden kann. Denn eine jede Bewegung des einen zieht bei ruhendem Gesammtschwerpunkt gleichzeitig eine ganz bestimmte Bewegung des anderen Gliedes nach sich.

Mit Hülfe der Hauptpunkte lassen sich nun die gleichzeitigen Bewegungen der beiden Glieder bei festgehaltenem Gesammtschwer-

punkt in zwei Bewegungsarten zerlegen, bei denen jedesmal nur das eine Glied eine Drehung ausführt, während das andere sich ohne Drehung parallel verschiebt. Man braucht nur die Drehung des einen Gliedes um die zur Gelenkaxe parallele Axe durch seinen Hauptpunkt vor sich gehen zu lassen, dann muss das andere Glied Parallelverschiebung ausführen, wenn der Schwerpunkt des Systems an seiner Stelle bleiben soll.

Demnach hat man eine jede beliebige ebene Bewegung des Systems zweier Glieder zu zerlegen in

1. die Drehung des ersten Gliedes um die zur Gelenkaxe parallele Axe durch seinen Hauptpunkt, verbunden mit gleichzeitiger Parallelverschiebung des zweiten Gliedes;

2. die Drehung des zweiten Gliedes um die zur Gelenkaxe parallele Axe durch seinen Hauptpunkt, verbunden mit gleichzeitiger Parallelverschiebung des ersten Gliedes;

3. die Parallelverschiebung des ganzen Systems nach Massgabe der Bewegung des Gesammtschwerpunktes.

Die ersten beiden Bewegungsarten des Systems stellen zusammen die Bewegung desselben um den Gesammtschwerpunkt dar.

Mit Hülfe dieser Zerlegung der Bewegung des Gliedersystems kann man sich leicht die Grösse der kinetischen Energie oder lebendigen Kraft verschaffen, welche das System bei irgend welcher Bewegung besitzt. Die Kenntniss der lebendigen Kraft des Systems vermittelt aber ihrerseits die Kenntniss des Zusammenhangs, welcher zwischen den am Körpersystem angreifenden Kräften und den dadurch hervorgerufenen Bewegungen besteht.

Die lebendige Kraft, welche ein Körper oder ein System von Körpern infolge seiner Bewegung aufweist, stellt sich als Summe zweier Bestandtheile dar. Der eine Bestandtheil ist die lebendige Kraft, welche der Körper oder das Körpersystem bei seiner Bewegung um den Gesammtschwerpunkt besitzt. Der andere Bestandtheil ist gleich der lebendigen Kraft, welche ein materieller Punkt von der Gesammtmasse des in Frage stehenden Körpers oder Körpersystems entwickelt, wenn er sich mit der Geschwindigkeit des Gesammtschwerpunktes bewegt. Der erste Bestandtheil ist von der Bewegung des Gesammtschwerpunktes unabhängig; dagegen kommt bei demselben die Massengruppirung um den Schwerpunkt und die

Bewegung der einzelnen Massentheilchen relativ zum Schwerpunkte zur Geltung. Auf die Grösse des anderen Bestandtheiles hat im Gegentheil die Massenvertheilung und die Bewegung um den Schwerpunkt gar keinen Einfluss; er hängt allein von der Gesammtgrösse der Masse und der Bewegung des Gesammtschwerpunktes ab.

Daher kann man einerseits zur Bestimmung des ersten Bestandtheiles den Gesammtschwerpunkt als ruhend auffassen, andererseits kann man für die Ableitung des zweiten Bestandtheiles der lebendigen Kraft die Annahme machen, dass die gesammte Masse des Körpers oder Körpersystems im Gesammtschwerpunkte concentrirt sei.

Was nun die Ermittelung des ersten Bestandtheiles, d. h. der lebendigen Kraft der Bewegung relativ zum Gesammtschwerpunkte, anlangt, so hat man zu unterscheiden, ob es sich um die Bewegung eines einzigen Körpers oder eines Systems von Körpern handelt.

Bei einem einzigen Körper kann die Bewegung relativ zum Schwerpunkt nur in einer Drehung des ganzen Körpers um eine durch den Schwerpunkt hindurchgehende Axe bestehen. Im Allgemeinen wird diese Drehungsaxe während der Bewegung des Körpers fortwährend ihre Lage und Richtung im Raume und auch die Richtung im Körper verändern. In besonders einfachen Fällen, z. B. bei ebener Bewegung des Körpers, bleibt die Axe im Körper fest und behält ihre Richtung im Raume bei. Die lebendige Kraft, welche ein sich um eine Axe drehender Körper besitzt, wird gemessen durch das halbe Product aus dem Trägheitsmoment des Körpers[1]) in Bezug auf die Drehungsaxe und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit der Drehung. Ist die Masse des Körpers m, der Trägheitsradius desselben in Bezug auf die Axe durch den Schwerpunkt $\varkappa$ und die Winkelgeschwindigkeit der Drehung w, so hat demnach der Bestandtheil T_r der gesammten lebendigen Kraft, welcher aus der Drehung des Körpers um den Schwerpunkt resultirt, den Werth

$$T_r = \tfrac{1}{2} m \varkappa^2 \cdot w^2.$$

Im Allgemeinen ändert sich diese Grösse im Verlaufe der Be-

1) Ueber die Bedeutung des Trägheitsmomentes und Trägheitsradius eines Körpers vergleiche man: W. BRAUNE und O. FISCHER, Bestimmung der Trägheitsmomente des menschlichen Körpers und seiner Glieder. Abhandlungen der math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. XVIII, Nr. VIII, 1892.

wegung; sie ist nur dann constant, wenn entweder die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt fest bleibt, und gleichzeitig die Drehung mit constanter Geschwindigkeit vor sich geht, oder wenn bei veränderlicher Axenrichtung der Trägheitsradius $\varkappa$ und die Winkelgeschwindigkeit w sich im umgekehrten Verhältniss ändern, so dass das Product $\varkappa w$ seinen Werth beibehält.

Der zweite Bestandtheil T_0 der gesammten lebendigen Kraft, welcher der Bewegung des Schwerpunktes entspricht, wird gemessen durch das halbe Product aus der Masse des Körpers und dem Quadrate der Geschwindigkeit v_0, mit welcher der Schwerpunkt im Raume fortschreitet. Er besitzt daher die Grösse

$$T_0 = \tfrac{1}{2} m v_0^2 .$$

Bezeichnet man die gesammte lebendige Kraft des Körpers mit T, so ist infolge dessen

$$T = \tfrac{1}{2} m \varkappa^2 w^2 + \tfrac{1}{2} m v_0^2 .$$

Handelt es sich dagegen um die Bewegung eines Systems von zwei durch ein Charniergelenk verbundenen Körpern, wie es durch die Figuren 6 und 7 dargestellt ist, so setzt sich der Ausdruck für die gesammte lebendige Kraft aus mehr Gliedern zusammen. Man kann zwar auch hier zwei Bestandtheile unterscheiden, von denen der eine die lebendige Kraft T_r der Bewegung relativ zum Gesammtschwerpunkt und der andere die lebendige Kraft T_0 darstellt, welche aus der Bewegung des Gesammtschwerpunktes hervorgeht. Dabei ist aber der erste dieser beiden Bestandtheile nicht durch ein einziges Product zu messen, weil das Körpersystem sich bei seiner Drehung um den Gesammtschwerpunkt nicht wie ein einziger starrer Körper verhält. Die beiden das System zusammensetzenden Körper führen im Allgemeinen ganz verschiedenartige Bewegungen relativ zum Gesammtschwerpunkte aus, wie schon oben auseinander gesetzt wurde. Es zerfällt daher der erste Bestandtheil T_r der gesammten lebendigen Kraft des Systems abermals in zwei gesonderte Theile, von denen der eine der Bewegung des einen Körpers (Oberarms) und der andere der Bewegung des anderen Körpers (Unterarms plus Hand) relativ zum Gesammtschwerpunkte S_0 (Figur 7) entspricht. Da bei der Bewegung des Oberarms relativ zum Gesammtschwerpunkt der Einzelschwerpunkt S_1 des Gliedes nicht in Ruhe

verharren kann, sondern selbst Bewegung relativ zu S_0 ausführen muss, und da ferner das Entsprechende für den Einzelschwerpunkt S_2 von Unterarm plus Hand gilt, so zerfällt endlich jeder der beiden Theile von T_r abermals in zwei Bestandtheile, nämlich in die lebendige Kraft, welche von der Drehung des betreffenden Gliedes um eine Axe durch seinen Einzelschwerpunkt herrührt, und die lebendige Kraft, welche aus der Bewegung des Einzelschwerpunktes relativ zu dem Gesammtschwerpunkte des ganzen Systems resultirt. Man erhält infolgedessen T_r als Summe von vier Gliedern, nämlich:

1. der lebendigen Kraft, welche der Oberarm bei seiner Drehung um seinen Schwerpunkt S_1 besitzt;

2. der lebendigen Kraft, welche der Oberarm infolge der Bewegung seines Schwerpunktes S_1 relativ zu S_0 besitzt, wobei in S_1 die Masse m_1 des Oberarms concentrirt angenommen werden kann;

3. der lebendigen Kraft, welche das System Unterarm plus Hand bei seiner Drehung um seinen Schwerpunkt S_2 besitzt, und

4. der lebendigen Kraft, welche das System Unterarm plus Hand infolge der Bewegung seines Schwerpunktes S_2 relativ zu S_0 besitzt, wobei wiederum die Masse m_2 desselben in S_2 concentrirt gedacht werden kann.

Bezeichnet man mit $\varkappa_1$ den Trägheitsradius des Oberarms in Bezug auf die momentane Drehungsaxe durch S_1, welcher nach den früheren Untersuchungen ebenso wie der folgende Trägheitsradius $\varkappa_2$ ein Hauptträgheitsradius ist, und mit φ_1' die Winkelgeschwindigkeit der Drehung um diese Axe, ferner mit v_1 die Geschwindigkeit, mit welcher sich S_1 relativ zu S_0 fortbewegt, und bezeichnet man ferner mit $\varkappa_2$, φ_2' und v_2 die entsprechenden Grössen für die zu S_0 relative Bewegung des Systems Unterarm plus Hand, so ergiebt sich nach den früheren Entwickelungen als Werth der lebendigen Kraft T_r des ganzen Systems relativ zum Gesammtschwerpunkt

$$T_r = \tfrac{1}{2} m_1 \varkappa_1^2 \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 \varkappa_2^2 \varphi_2'^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 .$$

Die Geschwindigkeiten v_1, v_2, welche die beiden Einzelschwerpunkte in ihrer Bewegung relativ zu S_0 besitzen, müssen sich nun durch die Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' der Drehungen der beiden Glieder um ihre Schwerpunkte ausdrücken lassen. Dies geht daraus hervor, dass durch diese beiden Winkelgeschwindigkeiten die Be-

wegung des ganzen Systems um S_0 vollständig bestimmt ist, was sich mit Hülfe der Hauptpunkte H_1, H_2 der beiden Glieder an der Hand der Figur 7 leicht einsehen lässt. Wie oben abgeleitet worden ist, bleiben bei jeglicher Bewegung des Systems die beiden Strecken S_0H_2 und S_0H_1 stets beziehungsweise parallel den Längsaxen 𝔖𝔈 und 𝔈𝔋. Daher werden diese beiden Strecken sich immer mit denselben Winkelgeschwindigkeiten um S_0 drehen, mit welchen 𝔖𝔈 und 𝔈𝔋 um ihre Schwerpunkte S_1 und S_2 Drehungen ausführen. Da S_0 zur Bestimmung von T_r als fest anzusehen ist, so braucht man nur S_0H_2 und S_0H_1 mit den Winkelgeschwindigkeiten φ_1' und φ_2' um S_0 zu drehen, dann werden die beiden Längsaxen, welche ja durch die Hauptpunkte mit diesen beiden Strecken verbunden sind, sich in ganz bestimmter Weise dieser Bewegung anschliessen, so dass also die Bewegungsgeschwindigkeiten der Einzelschwerpunkte S_1 und S_2 in ganz bestimmter Weise mit den Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' zusammenhängen.

Die Hauptpunkte geben nun wieder das Mittel an die Hand, diesen Zusammenhang in anschaulicher Weise klar zu legen.

Wie früher auseinandergesetzt worden ist, kann man jede Bewegung des Systems der beiden Glieder relativ zum Gesammtschwerpunkt zerlegen in eine Drehung des Oberarms um die zur Gelenkaxe des Ellbogengelenks parallele Axe durch seinen Hauptpunkt H_1, verbunden mit gleichzeitiger Parallelverschiebung von Unterarm plus Hand, und in eine Drehung von Unterarm plus Hand um die durch seinen Hauptpunkt H_2 hindurchgehende und der Gelenkaxe des Ellbogengelenks parallele Axe, verbunden mit gleichzeitiger Parallelverschiebung des Oberarms. Die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Drehungen um H_1 bezüglich H_2 sind φ_1' bezüglich φ_2'.

Bei jeder dieser beiden Drehungen, verbunden mit Parallelverschiebung des nicht gedrehten Gliedes, wird nun sowohl S_1 als S_2 eine Bewegung auf einem Kreise ausführen, deren lineare Geschwindigkeit an jeder Stelle die Richtung der Tangente der betreffenden Kreisbahn besitzt.

Infolge der Drehung um H_1 wird sich S_1 auf einem Kreise um H_1 mit dem Radius e_1 (vergl. Figur 8 auf Seite 120) bewegen. Die Richtung dieser Bewegung steht immer senkrecht zu H_1S_1, die Geschwindigkeit derselben wird gemessen durch das Product $e_1\varphi_1'$. Gleichzeitig werden

sämmtliche Punkte von Unterarm plus Hand infolge der begleitenden Parallelverschiebung dieses Gliedes Kreisbahnen beschreiben, welche unter sich congruent sind, wenn sie auch natürlich für zwei von einander entfernte Punkte des Unterarms nicht zusammenfallen können, sondern um den Abstand dieser Punkte verschoben sein müssen. Die Gestalt der Bahn, die Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung wird aber für alle Punkte vom System Unterarm plus Hand die gleiche sein. So wird also S_2 genau dieselbe Geschwindigkeit, sowohl der Grösse als auch der Richtung nach, besitzen wie z. B. der Punkt 𝔈 der Ellbogenaxe. Dieser letztere Punkt beschreibt bei der Drehung um H_1 einen Kreis um H_1 mit dem Radius d_1. Die Richtung seiner Bewegung steht daher senkrecht zu H_1𝔈, oder, da 𝔈, H_1 und S_1 in gerader Linie liegen, ebenfalls senkrecht zu $H_1 S_1$; dieselbe ist aber entgegengesetzt der Bewegungsrichtung von S_1. Die Geschwindigkeit der Bewegung von 𝔈 infolge der Drehung um H_1 ist $d_1\varphi_1'$. Genau dieselbe Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit besitzt S_2; ein Unterschied besteht nur insofern, als der Mittelpunkt der Kreisbahn von S_2 um dieselbe Strecke und in derselben Richtung gegen H_1 verschoben ist wie der Punkt S_2 gegen 𝔈.

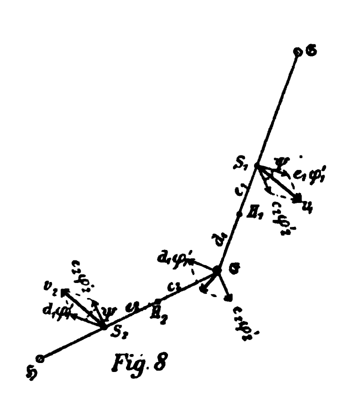


Fig. 8

Infolge der Drehung von Unterarm plus Hand um H_2 wird sich dagegen S_2 auf einem Kreise um H_2 mit dem Radius e_2 bewegen. Die Richtung dieser Bewegung steht senkrecht zu $H_2 S_2$, ihre Geschwindigkeit besitzt die Grösse $e_2\varphi_2'$. Da während dieser Drehung der Oberarm nur Parallelverschiebung ausführen soll, so wird der Schwerpunkt S_1 des Oberarms dabei dieselbe Bewegung ausführen als 𝔈, wobei 𝔈 jetzt als Punkt des Oberarms aufzufassen ist. 𝔈 beschreibt aber infolge der Drehung um H_2 einen Kreis um H_2 mit dem Radius c_2. Seine Bewegungsrichtung steht senkrecht auf H_2𝔈 und ist der soeben angeführten Bewegungsrichtung von S_2 entgegengesetzt; seine Geschwindigkeit beträgt $c_2\varphi_2'$.

Wir erhalten somit für jeden der beiden Einzelschwerpunkte zwei Geschwindigkeiten, welche derselbe gleichzeitig in seiner Bewegung relativ zum Gesammtschwerpunkte S_0 besitzen soll. Diese

Geschwindigkeiten haben verschiedene Richtungen; sie setzen sich daher nach dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten zu einer resultirenden Geschwindigkeit zusammen. Da für jeden der beiden Einzelschwerpunkte die eine Geschwindigkeit senkrecht zur Längsaxe des Oberarms und die andere senkrecht zur Längsaxe des Unterarms gerichtet ist, so bilden dieselben, wie man aus Figur 8 erkennt, denselben Winkel mit einander, um welchen die Längsaxe des Unterarms gegen die Verlängerung der Längsaxe des Oberarms geneigt ist. Dies ist aber der früher mit ψ bezeichnete Winkel. Man hat daher für die Quadrate der beiden mit v_1 und v_2 bezeichneten resultirenden Geschwindigkeiten der beiden Einzelschwerpunkte nach dem Satze vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten:

$$v_1^2 = e_1^2 \varphi_1'^2 + c_2^2 \varphi_2'^2 + 2 e_1 \varphi_1' c_2 \varphi_2' \cdot \cos \psi$$

$$v_2^2 = d_1^2 \varphi_1'^2 + e_2^2 \varphi_2'^2 + 2 d_1 \varphi_1' e_2 \varphi_2' \cdot \cos \psi \,.$$

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck für T_r ein und ordnet die Glieder nach $\varphi_1'^2$, $\varphi_2'^2$ und $\varphi_1'\varphi_2'$, so ergiebt sich

$$T_r = \tfrac{1}{2}[m_1(\varkappa_1^2 + e_1^2) + m_2 d_1^2]\,\varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2}[m_2(\varkappa_2^2 + e_2^2) + m_1 c_2^2]\,\varphi_2'^2 + [m_1 e_1 c_2 + m_2 e_2 d_1] \cos \psi \cdot \varphi_1' \varphi_2' \,.$$

Dabei haben die in eckige Klammern eingeschlossenen Grössen constante, von der Grösse und Vertheilung der Massen abhängige Werthe. Die Bedeutung derselben lässt sich wieder unter Zuhülfenahme der Hauptpunkte leicht erkennen. Der Hauptpunkt H_1 des Oberarms ist der Schwerpunkt des reducirten Oberarmsystems (vergl. Seite 111). Das letztere wird erhalten, wenn man im Punkte $\mathfrak{E}$ die Masse von Unterarm und Hand concentrirt und dem Oberarm hinzugefügt denkt. Es ergiebt sich nun, dass der Factor von $\frac{1}{2}\varphi_1'^2$ im Ausdrucke für T_r das Trägheitsmoment des reducirten Oberarmsystems in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch den Hauptpunkt H_1 des Oberarms darstellt. Entsprechend der Entstehung des reducirten Oberarmsystems setzt sich dieses Trägheitsmoment zusammen aus dem Trägheitsmoment des Oberarms in Bezug auf die Axe durch H_1 und dem Trägheitsmoment der im Punkte $\mathfrak{E}$ concentrirt gedachten Massen von Unterarm und Hand in Bezug auf dieselbe Axe. Da der Trägheitsradius des Oberarms in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Schwerpunkt S_1 mit $\varkappa_1$ bezeichnet worden

ist, so ist das Trägheitsmoment des Oberarms für die in der Entfernung e_1 vom Schwerpunkte S_1 verlaufende Axe durch den Hauptpunkt H_1 gleich

$$m_1(\varkappa_1^2 + e_1^2).^{1)}$$

Ferner besitzt das Trägheitsmoment der im Punkte 𝔈 concentrirten Massen von Unterarm und Hand in Bezug auf die Axe durch H_1 infolge des Abstandes d_1 des Punktes 𝔈 von H_1 den Werth:

$$m_2 d_1^2 \,.$$

Die Summe dieser beiden Trägheitsmomente giebt in der That den Factor von $\frac{1}{2}\varphi_1'^2$ im Ausdrucke für T_r. Die Grösse dieses Gesammtträgheitsmomentes kann man sich durch Einführung des Trägheitsradius für das reducirte Oberarmsystem veranschaulichen. Unter dem Trägheitsradius k_1 des letzteren in Bezug auf die Axe durch seinen Schwerpunkt H_1 hat man dabei diejenige Entfernung zu verstehen, in welcher die Gesammtmasse des reducirten Oberarmsystems von der Axe durch H_1 angebracht werden müsste, um das dem System zukommende Trägheitsmoment zu erhalten[2]). Da die Gesammtmasse des reducirten Oberarmsystems $m_1 + m_2$ oder m_0 ist, so stellt sich das Trägheitsmoment in der Form $m_0 k_1^2$ dar. Die Grösse des Trägheitsradius ergiebt sich aus der Gleichheit

$$m_0 k_1^2 = m_1(\varkappa_1^2 + e_1^2) + m_2 d_1^2 \,.$$

Durch eine ganz entsprechende Ueberlegung ergiebt sich, dass der in eckiger Klammer stehende Factor von $\frac{1}{2}\varphi_2'^2$ in dem Ausdrucke für T_r das Trägheitsmoment des reducirten Unterarmsystems (vgl. Seite 112) in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Schwerpunkt H_2 darstellt. Denn einmal ist $m_2(\varkappa_2^2 + e_2^2)$ das Trägheitsmoment von Unterarm plus Hand in Bezug auf diese Axe, welche vom Schwerpunkte S_2 die Entfernung e_2 besitzt. Und dann ist $m_1 c_2^2$ das Trägheitsmoment der im Punkte 𝔈 concentrirt gedachten Masse des Oberarms für dieselbe Axe, weil 𝔈 von der letzteren den Abstand c_2 besitzt. Bezeichnet man mit k_2 den Trägheitsradius des reducirten Unterarmsystems in Bezug auf die Axe durch seinen Schwerpunkt H_2,

---

1) Vgl. die Arbeit über: Die Bestimmung der Trägheitsmomente des menschlichen Körpers u. s. w. pag. 424, Z. 5 v. u.

2) l. c. pag. 418.

so ist das Trägheitsmoment selbst durch $m_0 k_2^2$ dargestellt; denn die Masse des reducirten Unterarmsystems ist wieder $m_1 + m_2$ oder m_0. Die Grösse von k_2 berechnet sich hierbei aus der Gleichheit

$$m_0 k_2^2 = m_2(\varkappa_2^2 + e_2^2) + m_1 c_2^2 .$$

Endlich lässt sich auch noch der Factor von $\cos\psi \,.\, \varphi_1' \varphi_2'$ im Ausdrucke für T_r mit Hülfe der Hauptpunkte und Hauptstrecken auf eine einfachere Form bringen.

Da H_1 der Schwerpunkt des reducirten Oberarmsystems ist, so müssen die statischen Momente der in S_1 bezüglich $\mathfrak{E}$ concentrirt zu denkenden Massen m_1 bezüglich m_2 in Bezug auf H_1 gleich sein. Es muss also stattfinden

$$m_1 e_1 = m_2 d_1 .$$

In ganz entsprechender Weise müssen für den Schwerpunkt H_2 des reducirten Unterarmsystems die statischen Momente der in S_2 bezüglich $\mathfrak{E}$ concentrirt zu denkenden Massen m_2 bezüglich m_1 gleich sein. Es muss also stattfinden

$$m_2 e_2 = m_1 c_2 .$$

Unter Verwendung dieser Beziehungen lässt sich der Factor von $\cos\psi \,.\, \varphi_1' \varphi_2'$ in der Form schreiben

$$m_2 d_1 c_2 + m_1 c_2 d_1 = (m_2 + m_1)\, d_1 c_2 = m_0 d_1 c_2 .$$

Man hat daher für die lebendige Kraft T_r der Bewegung des Systems der beiden durch die Ellbogenaxe mit einander verbundenen Körper den einfacheren Ausdruck:

$$T_r = \tfrac{1}{2} m_0 k_1^2 \cdot \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 k_2^2 \cdot \varphi_2'^2 + m_0 d_1 c_2 \cos\psi \cdot \varphi_1' \varphi_2' .$$

Es ist zu beachten, dass hierbei die Grössen m_1 und m_2 der Massen von Oberarm einerseits und dem System Unterarm plus Hand andererseits gar nicht mehr gesondert, sondern nur in ihrer Summe m_0 vorkommen. Der Einfluss, welchen die Werthe von m_1 und m_2 auf den Werth der lebendigen Kraft T_r ausüben, macht sich nur in den Grössen der Trägheitsradien k_1 und k_2 der beiden reducirten Systeme und in den Grössen der Hauptstrecken d_1, c_2 geltend.

Die drei Glieder, aus denen sich die gesammte lebendige Kraft der Bewegung des Systems der zwei Glieder relativ zum Gesammtschwerpunkte S_0 zusammensetzt, haben folgende Bedeutung:

Es ist $\tfrac{1}{2} m_0 k_1^2 \varphi_1'^2$ die lebendige Kraft, welche das reducirte Ober-

armsystem bei seiner Drehung um die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch den Hauptpunkt H_1 des Oberarms mit der Winkelgeschwindigkeit φ_1' besitzt.

Ferner ist $\frac{1}{2} m_0 k_2^2 \varphi_2'^2$ die lebendige Kraft der Drehung des reducirten Unterarmsystems mit der Winkelgeschwindigkeit φ_2' um die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch den Hauptpunkt H_2 von Unterarm plus Hand.

Das dritte Glied $m_0 d_1 c_2 \cos \psi \, . \, \varphi_1' \varphi_2'$ endlich ist eine Grösse, in welcher der Einfluss, den der Grad der Beugung im Ellbogengelenk auf die lebendige Kraft des Systems ausübt, zur Geltung kommt, während die beiden ersten Glieder von dieser Beugestellung ganz unabhängig sind. Dass die lebendige Kraft des Systems eine andere sein wird, wenn der Arm im Ellbogengelenk gestreckt ist, als wenn der Unterarm gegen den Oberarm gebeugt ist, und dass dieselbe sich mit veränderter Beugestellung auch ändern wird, war von vornherein zu erwarten. Das Glied $m_0 d_1 c_2 \cos \psi \, . \, \varphi_1' \varphi_2'$ zeigt nun, in welcher Weise die Grösse der lebendigen Kraft T_r von dem Beugungswinkel abhängt. Ist der letztere gleich Null, d. h. befindet sich der Unterarm gegen den Oberarm in der äussersten Streckstellung, so ist $\cos \psi = 1$, und das dritte Glied besitzt den Werth $m_0 d_1 c_2 \varphi_1' \varphi_2'$. Dies ist der grösste Werth, den dieses dritte Glied und infolge dessen die lebendige Kraft T_r überhaupt für bestimmte Winkelgeschwindigkeiten annehmen kann; denn $\cos \psi$ kann nie grösser wie 1 werden. Für die rechtwinklige Beugestellung im Ellbogengelenk ist $\psi = 90^\circ$ und daher $\cos \psi = 0$. In diesem Falle wird daher die lebendige Kraft direct gleich der Summe der lebendigen Kräfte der beiden reducirten Systeme bei ihren Drehungen um die zur Ellbogenaxe parallelen Axen durch die beiden Hauptpunkte. Ist der Unterarm über die rechtwinklige Stellung zum Oberarm hinaus gebeugt, so wird ψ grösser wie 90°, und $\cos \psi$ nimmt dann einen negativen Werth an.

Daraus geht hervor, dass bei gleich bleibenden Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' die lebendige Kraft der Bewegung des Gliedersystems relativ zum Gesammtschwerpunkt continuirlich kleiner wird, während der Unterarm aus der äussersten Streckstellung in die äusserste Beugestellung gegen den Oberarm übergeht, und dass sie also einerseits ihren grössten Werth für die äusserste Streckstellung, anderer-

seits ihren kleinsten Werth für die äusserste Beugestellung im Ellbogengelenk besitzt.

Bisher haben wir erst die lebendige Kraft T_r für die Bewegung der beiden durch ein Charniergelenk verbundenen Glieder relativ zum Gesammtschwerpunkt S_0 betrachtet. Im Allgemeinen wird nun bei den Bewegungen des Gliedersystems S_0 nicht fest bleiben, sondern selbst eine Bewegung ausführen, deren Geschwindigkeit durch v_0 bezeichnet sein soll. Es kommt dann, wie bei der Bewegung eines einzigen starren Körpers, für die gesammte lebendige Kraft des Gliedersystems zu T_r noch die lebendige Kraft T_0 hinzu, welche der Gesammtschwerpunkt infolge seiner Geschwindigkeit v_0 besitzen würde, wenn in ihm die Gesammtmasse m_0 des Gliedersystems vereinigt wäre. Der Werth dieser lebendigen Kraft ist, wie schon früher dargelegt wurde (Seite 117),

$$T_0 = \tfrac{1}{2} m_0 v_0^2 .$$

Man hat infolge dessen für die gesammte lebendige Kraft T der Bewegung des Gliedersystems:

$$T = T_r + T_0 = \tfrac{1}{2} m_0 k_1^2 \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 k_2^2 \varphi_2'^2 + m_0 d_1 c_2 \cos\psi \cdot \varphi_1' \varphi_2' + \tfrac{1}{2} m_0 v_0^2 .$$

Dies gilt ganz allgemein, wie auch die ebene Bewegung des Gliedersystems beschaffen sein möge.

Die Bewegung des Gesammtschwerpunktes S_0 wird nun sowohl von der Bewegung der beiden Abschnitte des Armes als auch von der Bewegung des Rumpfes abhängen. Denkt man sich den Rumpf und den Schultergürtel festgestellt, so ist die Bewegung des Gesammtschwerpunktes allein eine Folge der Drehungen des Oberarms und des Systems Unterarm plus Hand einerseits und der Beugestellung im Ellbogengelenk andererseits. Es muss sich daher in diesem Falle die Geschwindigkeit v_0 des Gesammtschwerpunktes durch die Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' der Drehungen der beiden Glieder und den Beugungswinkel ψ des Ellbogengelenks ausdrücken lassen.

Dies lässt sich wieder leicht mit Hülfe der Hauptpunkte und Hauptstrecken bewirken.

Wenn der Rumpf und der Schultergürtel festgestellt sind, so kann das Gliedersystem nur noch solche Bewegungen ausführen, bei denen der Mittelpunkt $\mathfrak{S}$ des Schultergelenks (Figur 6) seine Lage beibehält. Es vermag daher der Oberarm bei der gemachten

Voraussetzung ebener Bewegung nur Drehungen um die zur Ellbogenaxe parallele Axe des Schultergelenks auszuführen. Erlaubt man aber dem Oberarm nicht, sich im Schultergelenk zu drehen, so ist dadurch der ganze Oberarm festgestellt, und der Unterarm kann sich dann nur um die Ellbogenaxe drehen. Es wäre daher in diesem Falle bedingter Beweglichkeit des Armes zweckmässig, seine Gliederbewegungen zu zerlegen in eine Drehung des Oberarms um die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch 𝔖 mit gleichzeitiger Parallelverschiebung von Unterarm plus Hand und eine Drehung von Unterarm plus Hand um die Ellbogenaxe, während dabei der Oberarm in Ruhe verharrt. Auf diesem Wege liesse sich dann auch leicht der Werth der gesammten lebendigen Kraft des ganzen Armes für die Bewegungen desselben bei feststehendem Schultergelenkmittelpunkt direct ableiten. Darauf soll jedoch an dieser Stelle nicht weiter eingegangen sein. Es soll dagegen diese Zerlegung der Bewegungen um den Schultergelenkmittelpunkt benutzt werden, um die Geschwindigkeit v_0 des Gesammtschwerpunktes mit Hülfe der Hauptpunkte durch die beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' und den Beugungswinkel ψ im Ellbogengelenk darzustellen.

Bei der Drehung des Oberarms um 𝔖 mit gleichzeitiger Parallelverschiebung von Unterarm plus Hand führt der Gesammtschwerpunkt S_0 genau dieselbe Bewegung aus wie der Hauptpunkt H_1 des Oberarms; denn bei dieser Bewegung muss die Strecke $H_1 S_0$ (Figur 9) ebenso wie die Längsaxe 𝔈𝔋 ihre Richtung beibehalten. Dreht sich der Oberarm mit der Winkelgeschwindigkeit φ_1', so besitzt H_1 und infolge dessen auch S_0 die lineare Geschwindigkeit $c_1 \varphi_1'$.

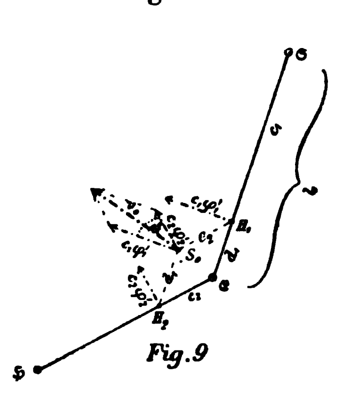


Fig. 9

Bei der Drehung des Unterarms um 𝔈, während der Oberarm in Ruhe bleibt, wird dagegen S_0 dieselbe Bewegung ausführen müssen, wie der Hauptpunkt H_2 von Unterarm plus Hand. Dies folgt unmittelbar daraus, dass die Strecke $H_2 S_0$, welche stets parallel 𝔖𝔈 bleibt, ihre Richtung bei dieser Bewegung beibehalten muss. Da die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Unterarms den Werth φ_2' besitzen soll, so wird H_2 und folglich auch S_0 in diesem Falle mit der linearen Geschwindig-

keit $c_2\varphi_2'$ fortschreiten. Bei gleichzeitiger Drehung der beiden Glieder muss daher S_0 gleichzeitig zwei Bewegungen mit den Geschwindigkeiten $c_1\varphi_1'$ und $c_2\varphi_2'$ ausführen. Da die Richtungen derselben mit einander denselben Winkel ψ bilden, um welchen die Längsaxe des Unterarms gegen die Verlängerung der Längsaxe des Oberarms geneigt ist, wie man leicht an der Hand der Figur 9 bestätigt, so setzen sich beide Geschwindigkeiten nach dem Satze vom Parallelogramm der Geschwindigkeiten zu der resultirenden Geschwindigkeit v_0 zusammen, deren Quadrat den Werth besitzt:

$$v_0^2 = c_1^2\varphi_1'^2 + c_2^2\varphi_2'^2 + 2c_1\varphi_1'c_2\varphi_2' \cdot \cos\psi\,.$$

Es ist also damit die Geschwindigkeit v_0 des Gesammtschwerpunktes S_0 durch die beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' und den Beugungswinkel ψ ausgedrückt. Ausser diesen drei veränderlichen Grössen kommen in dem Ausdruck nur noch die beiden constanten Hauptstrecken c_1 und c_2 vor.

Setzt man den Werth von v_0^2 in den Ausdruck für die gesammte lebendige Kraft T des Gliedersystems auf Seite 125 ein und fasst die Glieder mit $\varphi_1'^2$, $\varphi_2'^2$ und $\varphi_1'\varphi_2'$ zusammen, so folgt:

$$T = \tfrac{1}{2}m_0(k_1^2 + c_1^2)\varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2}m_0(k_2^2 + c_2^2)\varphi_2'^2 + m_0(c_1 + d_1)c_2\cos\psi \cdot \varphi_1'\varphi_2'.$$

Die drei Glieder lassen sich auch hier wieder in etwas einfacherer Form schreiben.

Da $m_0k_1^2$ das Trägheitsmoment des reducirten Oberarmsystems in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Schwerpunkt H_1 ist, so stellt $m_0(k_1^2 + c_1^2)$ das Trägheitsmoment des reducirten Oberarmsystems in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe des Schultergelenks dar. Bezeichnet man mit λ_1 den zugehörigen Trägheitsradius, so kann man auch $m_0\lambda_1^2$ an Stelle von $m_0(k_1^2 + c_1^2)$ setzen, denn es ist dann $\lambda_1^2 = k_1^2 + c_1^2$.

Ferner bedeutet $m_0(k_2^2 + c_2^2)$ das Trägheitsmoment des reducirten Unterarmsystems in Bezug auf die Ellbogenaxe, welche ja von dem Schwerpunkte H_2 dieses Systems den Abstand c_2 besitzt. Ist λ_2 der zugehörige Trägheitsradius, so kann man einfacher $m_0\lambda_2^2$ an Stelle von $m_0(k_2^2 + c_2)$ setzen, wobei

$$\lambda_2^2 = k_2^2 + c_2^2\,.$$

Endlich stellt $c_1 + d_1$ die Länge l_1 des Oberarms dar. Berück-

sichtigt man dies und setzt gleichzeitig für ψ nach Seite 110 seinen Wert $\varphi_2 - \varphi_1$ ein, so hat man

$$T = \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_1^2 \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_2^2 \varphi_2'^2 + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \varphi_1' \varphi_2' .$$

Die beiden ersten Glieder sind wieder unabhängig von der Beugestellung im Ellbogengelenk. $\tfrac{1}{2} m_0 \lambda_1^2 \varphi_1'^2$ bedeutet die lebendige Kraft des reducirten Oberarmsystems in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe des Schultergelenks, und $\tfrac{1}{2} m_0 \lambda_2^2 \varphi_2'^2$ die lebendige Kraft des reducirten Unterarmsystems in Bezug auf die Ellbogenaxe selbst. Das letzte Glied lässt dagegen wieder den Einfluss erkennen, welchen die Beugestellung im Ellbogengelenk auf die Grösse der gesammten lebendigen Kraft ausübt. Es ergiebt sich auch für die gesammte lebendige Kraft der Bewegung des Gliedersystems, dass dieselbe am grössten in der Streckstellung und am kleinsten in der äussersten Beugestellung des Armes ist, und dass sie für gleichbleibende Winkelgeschwindigkeiten φ_1' und φ_2' beim Uebergang aus der ersteren der beiden extremen Stellungen in die letztere continuirlich abnimmt.

Durch die bisherigen Entwickelungen ist die gesammte lebendige Kraft der Bewegung des Gliedersystems dargestellt worden als Function des Beugungswinkels ψ oder $\varphi_2 - \varphi_1$ im Ellbogengelenk und der beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2', mit denen sich bei feststehendem Rumpfe der Oberarm einerseits und das System Unterarm plus Hand andererseits im Raume drehen. Es ist dabei φ_1' die Geschwindigkeit, mit welcher sich »der Drehungswinkel des Schultergelenks« (vgl. Seite 110) ändert, oder kurz die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Oberarms gegen den Rumpf im Schultergelenk. Dagegen ist φ_2' keineswegs die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Unterarms gegen den Oberarm im Ellbogengelenk, sondern die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Unterarms relativ zum Rumpfe. Dies beeinträchtigt die Anschaulichkeit der Resultate. Denn man ist in der Anatomie und Physiologie nicht gewöhnt, die Richtungsänderungen der Unterarmlängsaxe auf den Rumpf zu beziehen.

Man achtet vielmehr bei den Bewegungen des Unterarms in erster Linie auf die Drehungen, welche derselbe relativ zum Oberarm ausführt, d. h. also auf die Bewegungen im Ellbogengelenk. Aus der Grösse der Winkelgeschwindigkeit φ_2' allein ist aber keines-

wegs die Winkelgeschwindigkeit der Drehung im Ellbogengelenk direct zu ersehen. Würde z. B. von einer bestimmten Beugestellung im Ellbogengelenk aus Oberarm und Unterarm sich mit derselben Winkelgeschwindigkeit in gleichem Sinne relativ zum Rumpfe drehen, was dem Falle $\varphi_2' = \varphi_1'$ entsprechen würde, so bliebe dabei die Beugestellung im Ellbogengelenk erhalten. Damit Beugung im Ellbogengelenk stattfindet, ist nothwendig, dass $\varphi_2' > \varphi_1'$ ist. Im Falle, dass $\varphi_2' < \varphi_1'$ wäre, würde trotz der in gleichem Sinne stattfindenden, zum Rumpfe relativen, Drehung beider Glieder Streckung im Ellbogengelenk stattfinden. Die Grösse der Winkelgeschwindigkeit, mit welcher sich der Beugungswinkel ψ im Ellbogengelenk bei der Bewegung des Gliedersystems ändert, wird durch die Differenz der beiden Winkelgeschwindigkeiten von Unterarm und Oberarm gemessen. Bezeichnet man diese Winkelgeschwindigkeit mit ψ', so ist demnach

$$\psi' = \varphi_2' - \varphi_1' .$$

Besitzt ψ' einen positiven Werth, so wird das Ellbogengelenk bei der Bewegung stärker gebeugt, bei negativem ψ' wird es dagegen stärker gestreckt. Dies entspricht direct der Beziehung

$$\psi = \varphi_2 - \varphi_1 ,$$

welche besteht zwischen dem Beugungswinkel im Ellbogengelenk einerseits und den beiden Winkeln, welche die Längsaxen von Unterarm und Oberarm mit der zum Rumpfe festen Geraden $\mathfrak{S}A$ (vgl. Figur 6) bilden, andererseits. Die Relation $\psi' = \varphi_2' - \varphi_1'$ kann man nun benutzen, um die gesammte lebendige Kraft der Bewegung des Gliedersystems durch den Beugungswinkel ψ des Ellbogengelenks, die Winkelgeschwindigkeit φ_1' der Drehung des Oberarms im Schultergelenk und die Winkelgeschwindigkeit ψ' der Drehung des Unterarms gegen den Oberarm im Ellbogengelenk auszudrücken. Aus der Relation folgt nämlich

$$\varphi_2' = \psi' + \varphi_1' .$$

Setzt man diesen Werth in den Ausdruck für T auf Seite 128, gleichzeitig für $\varphi_2 - \varphi_1$ wieder ψ ein und ordnet nach $\varphi_1'^2$, ψ'^2 und $\varphi_1'\psi'$, so folgt, wie man leicht bestätigt, der etwas weniger einfache Ausdruck für die gesammte lebendige Kraft des Gliedersystems:

$$T = \tfrac{1}{2} m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_2^2 \psi'^2 + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \varphi_1' \psi' .$$

Die Bedeutung der drei Glieder ist folgende:

Das erste Glied $\frac{1}{2} m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \varphi_1'^2$ ist die lebendige

Kraft des um die Schultergelenkaxe mit der Winkelgeschwindigkeit φ_1' gedrehten Armes, wenn der Unterarm zum Oberarm in der durch den Werth des Winkels ψ charakterisirten Beugestellung im Ellbogengelenk festgestellt ist. Man bestätigt dies unter Zuhülfenahme der Formel für T auf Seite 128, indem man beachtet, dass bei Feststellung des Ellbogengelenks $\varphi_2' = \varphi_1'$ wird. Die Grösse dieses ersten Gliedes hängt daher von der Beugestellung im Ellbogengelenk ab; sie vermindert sich bei wachsendem ψ, d. h. bei zunehmender Beugung.

Das zweite Glied $\frac{1}{2}m_0\lambda_2^2\psi'^2$ stellt die lebendige Kraft dar, welche das reducirte Unterarmsystem bei der zum Oberarm relativen Drehung des Unterarms im Ellbogengelenk mit der Winkelbeschleunigung ψ' besitzt. Da beim reducirten Unterarmsystem die Masse des Oberarms in einem Punkte der Ellbogenaxe concentrirt zu denken ist, so hat diese Summe m_1 keinen Einfluss auf die Grösse des Trägheitsmomentes in Bezug auf die Ellbogenaxe. Es wird daher $m_0\lambda_2^2$ denselben Werth besitzen, wie das Trägheitsmoment von Unterarm plus Hand allein in Bezug auf die Ellbogenaxe. Dies lässt sich auch aus den Beziehungen ableiten, welche zwischen den Grössen λ_2, k_2, $\varkappa_2$, e_2, c_2 und den Massen m_0, m_1, m_2 bestehen. Es ist nach Seite 127

$$\lambda_2^2 = k_2^2 + c_2^2.$$

Man hat daher

$$m_0\lambda_2^2 = m_0k_2^2 + m_0c_2^2 .$$

Andererseits ist nach Seite 123

$$m_0k_2^2 = m_2\varkappa_2^2 + m_2e_2^2 + m_1c_2^2 .$$

Setzt man ferner für m_0 die Summe $m_1 + m_2$ ein, so folgt:

$$m_0\lambda_2^2 = m_2\varkappa_2^2 + m_2e_2^2 + m_2c_2^2 + 2m_1c_2^2 .$$

Endlich ist nach Seite 123 $m_1c_2 = m_2e_2$; man kann daher auch für $2m_1c_2^2$ schreiben $2m_2e_2c_2$. Setzt man dies in den Werth für $m_0\lambda_2^2$ ein und beachtet, dass $e_2^2 + c_2^2 + 2ec_2$ das Quadrat der Summe $e_2 + c_2$ darstellt, so folgt:

$$m_0\lambda_2^2 = m_2[\varkappa_2^2 + (e_2 + c_2)^2] .$$

Nun ist $e_2 + c_2$ die Entfernung des Schwerpunktes S_2 von Unterarm plus Hand und $\varkappa_2$ der Trägheitsradius dieses Gliedersystems in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch S_2. Folglich stellt $m_2[\varkappa_2^2 + (e_2 + c_2)^2]$ das Trägheitsmoment des Systems Unterarm plus

Hand in Bezug auf die Ellbogenaxe dar. Man kann daher auch sagen:

Das zweite Glied $\frac{1}{2}m_0\lambda_2^2\psi'^2$ in dem Ausdrucke für die gesammte lebendige Kraft T des um eine Schultergelenkaxe drehbaren Gliedersystems stellt die lebendige Kraft dar, welche das System Unterarm plus Hand bei seiner zum Oberarm relativen Drehung im Ellbogengelenk mit der Winkelgeschwindigkeit ψ' besitzt.

Das dritte Glied $m_0(\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi)\varphi_1'\psi'$ von T giebt zu erkennen, dass es für die Grösse der gesammten lebendigen Kraft nicht gleichgültig ist, von welcher Beugestellung aus die Gelenkbewegung im Ellbogengelenk vor sich geht. Dieses Zusatzglied ist am grössten für die Streckstellung im Ellbogengelenk und nimmt bis zu der äussersten Beugestellung fortwährend ab.

Die beiden auf den Seiten 128 und 129 niedergelegten Ausdrücke für die gesammmte lebendige Kraft des Gliedersystems, welche sich nur dadurch von einander unterscheiden, dass in dem einen die Winkelgeschwindigkeiten der zum Rumpfe relativen Drehungen von Oberarm und Unterarm plus Hand, in dem anderen dagegen die Winkelgeschwindigkeiten der Gelenkbewegungen im Schulter- und Ellbogengelenk vorkommen, lassen sich auch in der Form schreiben:

$$T = \tfrac{1}{2}m_0[\lambda_1^2\varphi_1'^2 + \lambda_2^2\varphi_2'^2 + 2l_1c_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)\cdot\varphi_1'\varphi_2']$$

und

$$T = \tfrac{1}{2}m_0[(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2l_1c_2\cos\psi)\varphi_1'^2 + \lambda_2^2\psi'^2 + 2(\lambda_2^2 + l_1c_2\cos\psi)\cdot\varphi_1'\psi'].$$

Dieselben gelten nun nicht allein für den zum festen Schultergürtel in ebener Bewegung drehbaren und im Ellbogengelenk gegliederten Arm. Sie behalten ihre Gültigkeit für alle im menschlichen oder thierischen Körper vorkommenden Systeme von zwei durch ein Charniergelenk mit einander verbundenen Gliedern, von denen das eine nur Bewegungen um einen festen Gelenkmittelpunkt, bezüglich um eine feste Gelenkaxe, ausführen kann. Es ist jedoch dabei zu beachten, dass sie sich nur auf Bewegungen beziehen, welche parallel einer bestimmten Ebene vor sich gehen, und dass sowohl von etwaigen Rollungen der Glieder um ihre Längsaxen als auch von Schwankungen der Axe des Charniergelenks vorläufig abgesehen worden ist. Wenn man sich nun auch durch diese vereinfachenden Annahmen thatsächlich von der Wirklichkeit etwas

entfernt, so ist es doch für das Verständniss der verwickelteren Bewegungserscheinungen am Organismus unerlässlich, dass man sich zunächst vollständige Klarheit über die mechanischen Verhältnisse an möglichst einfachen Fällen verschafft hat. Ohne dieses Fundament wird es selbst für den Mathematiker und Physiker von Fach nicht leicht sein, die Ausdrücke, welche sich in verwickelteren Fällen für die lebendige Kraft des Gliedersystems ergeben, zu deuten und in ihnen nicht blos starre Formeln, praktische Anweisungen zur Berechnung der Grösse der lebendigen Kraft zu sehen.

Was nun speciell die Verhältnisse am Arme des Menschen anlangt, so findet man folgende Werthe für die in Betracht kommenden Grössen[1]:

Masse des Oberarms	$m_1 = 1908$ g
Masse von Unterarm plus Hand	$m_2 = 1775$ g
Gesammtmasse des Arms	$m_0 = 3683$ g
Länge des Oberarms	$l_1 = 30{,}3$ cm
Entfernung des Schwerpunktes S_1 des Oberarms vom Schultergelenkmittelpunkt .	$r_1 = 13{,}6$ cm
Entfernung des Schwerpunktes S_1 des Oberarms vom Ellbogengelenkmittelpunkt .	$s_1 = 16{,}7$ cm
Trägheitsradius des Oberarms in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Schwerpunkt	$\varkappa_1 = 9{,}1$ cm
Länge des Unterarms (Abstand des Handgelenkmittelpunktes vom Ellbogengelenkmittelpunkt)	$l_2 = 27{,}2$ cm
Entfernung des Schwerpunktes S_2 des Systems Unterarm plus Hand vom Ellbogengelenkmittelpunkt	$r_2 = 19{,}0$ cm
Entfernung des Schwerpunktes S_2 des Systems Unterarm plus Hand vom Handgelenkmittelpunkt	$s_2 = 8{,}2$ cm
Trägheitsradius des Systems Unterarm plus Hand in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch seinen Schwerpunkt .	$\varkappa_2 = 12{,}4$ cm.

Aus diesen direct gemessenen Grössen sind dann die Strecken, welche sich auf die Lage der Hauptpunkte der beiden Glieder beziehen, durch Rechnung abzuleiten.

---

1) Vgl. die Anmerkung auf Seite 74.

Man hat für die Entfernungen c_1, d_1 und e_1 des Oberarm-Hauptpunktes vom Schultergelenkmittelpunkte, Ellbogengelenkmittelpunkte und Schwerpunkte des Oberarms die Relationen

$$m_0 c_1 = m_1 r_1 + m_2 l_1 \text{ [1]}$$
$$m_0 d_1 = m_1 s_1$$
$$m_0 e_1 = m_2 s_1 .$$

Alle drei Relationen folgen ohne Weiteres aus der Eigenschaft des Hauptpunktes, der Schwerpunkt des reducirten Oberarmsystems zu sein. Es ergeben sich daher zur Berechnung der drei Grössen c_1, d_1 und e_1 die Formeln:

$$c_1 = \frac{m_1 r_1 + m_2 l_1}{m_0}$$
$$d_1 = \frac{m_1 s_1}{m_0}$$
$$e_1 = \frac{m_2 s_1}{m_0} .$$

Für die dem Unterarm angehörenden Strecken c_2, e_2 zwischen dem Hauptpunkte von Unterarm plus Hand einerseits, und dem Ellbogengelenkmittelpunkt bezüglich Schwerpunkt von Unterarm plus Hand andererseits, erhält man die ganz entsprechenden Relationen:

$$m_0 c_2 = m_2 r_2 \quad \text{und} \quad m_0 e_2 = m_1 r_2 ,$$

woraus folgt:

$$c_2 = \frac{m_2 r_2}{m_0} \quad \text{und} \quad e_2 = \frac{m_1 r_2}{m_0} .$$

Die Trägheitsradien k_1 und k_2 der beiden reducirten Systeme in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallelen Axen durch ihre Schwerpunkte (Hauptpunkte der beiden Glieder) könnte man nach Berechnung der Grössen e_1, d_1, e_2 und c_2 aus den Relationen auf Seite 122 und 123 gewinnen. Es ist jedoch für die Genauigkeit der Resultate zweckmässiger, sie aus den am Präparat direct gemessenen Grössen abzuleiten. Die Relationen, welche dieses ermöglichen, erhält man aus den auf Seite 122 und 123 niedergelegten, indem man daselbst die obenstehenden Formeln für e_1, d_1, e_2 und c_2 einsetzt. Es ergiebt sich

1) Man vergleiche W. Braune und O. Fischer, Ueber den Schwerpunkt des menschlichen Körpers u. s. w. Abhandlungen der math.-phys. Classe der Königl. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Bd. XV Nr. VII, pag. 605 ff.

dann, wie man nach einer geringen Umformung der zunächst entstehenden Ausdrücke unter Beachtung, dass $m_1 + m_2 = m_0$ ist, erkennt:

$$k_1^2 = \frac{m_1 x_1^2 + \frac{m_1 m_2}{m_0} s_1^2}{m_0} \quad \text{und} \quad k_2^2 = \frac{m_2 x_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_0} r_2^2}{m_0}$$

und also für die Trägheitsradien selbst:

$$k_1 = \sqrt{\frac{m_1 x_1^2 + \frac{m_1 m_2}{m_0} s_1^2}{m_0}} \quad \text{und} \quad k_2 = \sqrt{\frac{m_2 x_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_0} r_2^2}{m_0}}.$$

Die Quadrate der auf die Axen im Schultergelenk bezüglich Ellbogengelenk bezogenen Trägheitsradien λ_1, λ_2 der beiden reducirten Systeme würden sich aus den Relationen auf Seite 127

$$\lambda_1^2 = k_1^2 + c_1^2 \quad \text{und} \quad \lambda_2^2 = k_2^2 + c_2^2$$

ergeben. Man kann sie aber ebenfalls aus den direct am Präparat gemessenen Grössen ableiten. Es folgt nämlich unmittelbar aus der Bedeutung von λ_1, λ_2:

$$m_0 \lambda_1^2 = m_1 (x_1^2 + r_1^2) + m_2 l_1^2$$

und

$$m_0 \lambda_2^2 = m_2 (x_2^2 + r_2^2) .$$

Man hat daher für die Quadrate dieser beiden Trägheitsradien:

$$\lambda_1^2 = \frac{m_1 (x_1^2 + r_1^2) + m_2 l_1^2}{m_0}$$

$$\lambda_2^2 = \frac{m_2 (x_2^2 + r_2^2)}{m_0}$$

und für die Trägheitsradien selbst:

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{m_1 (x_1^2 + r_1^2) + m_2 l_1^2}{m_0}}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{m_2 (x_2^2 + r_2^2)}{m_0}} .$$

Unter Benutzung aller der Formeln, in welchen nur die am Präparat gemessenen, auf Seite 132 niedergelegten Grössen vorkommen, ergeben sich folgende Werthe

für die Entfernung des Hauptpunktes H_1 des Oberarms

vom Mittelpunkt des Schultergelenks . . $c_1 = 21{,}65$ cm

vom Mittelpunkt des Ellbogengelenks . . $d_1 = 8{,}65$ cm

vom Schwerpunkt des Oberarms. . . . $e_1 = 8{,}05$ cm,

für die Entfernung des Hauptpunktes H_2 des Systems Unterarm plus Hand
vom Mittelpunkt des Ellbogengelenks . . . $c_2 = 9{,}16$ cm
vom Schwerpunkt von Unterarm plus Hand $e_2 = 9{,}84$ cm,
für das Quadrat der Trägheitsradien k_1, k_2 der beiden reducirten Systeme in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallelen Axen durch ihre Schwerpunkte (Hauptpunkte der Glieder):

$$k_1^2 = 112{,}53 \text{ cm}^2$$
$$k_2^2 = 164{,}24 \text{ cm}^2$$

und für das Quadrat der Trägheitsradien λ_1, λ_2 derselben Massensysteme in Bezug auf die Axen im Schultergelenk bezüglich Ellbogengelenk:

$$\lambda_1^2 = 581{,}19 \text{ cm}^2$$
$$\lambda_2^2 = 248{,}08 \text{ cm}^2 .$$

Obgleich für die Trägheitsmomente und die lebendige Kraft des Systems nur die Quadrate der Trägheitsradien gebraucht werden, so sollen doch deren Werthe selbst noch mit angegeben sein, weil dieselben ein bequemes Mittel darbieten, sich über die Art der Massenvertheilung in den reducirten Systemen, so weit sie mechanisch in Betracht kommt, eine Anschauung zu verschaffen. Durch Wurzelausziehen erhält man die Werthe:

$$k_1 = 10{,}61 \text{ cm}, \qquad k_2 = 12{,}82 \text{ cm},$$
$$\lambda_1 = 24{,}11 \text{ cm}, \qquad \lambda_2 = 15{,}75 \text{ cm}.$$

Setzt man die gefundenen numerischen Werthe in die beiden Ausdrücke für die lebendige Kraft T auf Seite 131 ein, lässt aber zunächst noch m_0 für die Gesammtmasse stehen, so ergiebt sich[1])

$$T = \tfrac{1}{2} m_0[581{,}19 \cdot \varphi_1'^2 + 248{,}08 \cdot \varphi_2'^2 + 554{,}91 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'\varphi_2']$$

und

$$T = \tfrac{1}{2} m_0[(829{,}27 + 554{,}91 \cdot \cos\psi)\varphi_1'^2 + 248{,}08 \cdot \psi'^2 + \\ + (496{,}16 + 554{,}91 \cdot \cos\psi)\varphi_1'\psi'] .$$

Hierbei findet sich die Gesammtmasse m_0 abgesondert von einem Factor, welcher nicht mehr von dem Werthe von m_0 selbst, sondern

1) Bei der Berechnung von $2 l_1 c_2$ ist nicht der auf zwei Decimalstellen abgerundete Werth von c_2, sondern der Werth von r_2 verwendet worden; da $c_2 = \frac{m_2 r_2}{m_0}$, so folgt nämlich $2 l_1 c_2 = \frac{2 m_2 l_1 r_2}{m_0}$.

nur von den Verhältnissen der Massen m_1, m_2 der beiden Glieder untereinander, bezüglich zu der Gesammtmasse des Armes, abhängt. Dies lehrt ein Blick auf die zur Berechnung von λ_1^2, λ_2^2 und c_2 verwendeten Formeln (Seite 134 und 133). Wenn nun auch bei verschiedenen Individuen die Gesammtmasse des Armes sehr verschieden sein kann, so wird doch das Massenverhältniss der einzelnen Gliederabschnitte unter einander viel geringeren individuellen Schwankungen unterworfen sein. Es werden sich daher die numerischen Coefficienten in dem in eckige Klammer eingeschlossenen Factor nur dann im Wesentlichen ändern, wenn man es mit oberen Extremitäten von anderen Längen, nicht aber dann, wenn man es mit solchen von denselben Dimensionen aber anderer Gesammtmasse zu thun hat. Die Länge des Oberarms betrug bei dem in Betracht gezogenen Präparat 30,3 cm. Ist an einem anderen Präparat die Länge des Oberarms grösser oder kleiner, sie sei wieder allgemein mit l_1 bezeichnet, so werden unter sonst gleichen Verhältnissen alle Längen am Arm im Verhältniss $\frac{l_1}{30,3}$ geändert sein. Da die numerischen Coefficienten von $\varphi_1'^2$, $\varphi_2'^2$ u. s. w. durchweg Producte zweier Längenmaasszahlen darstellen, so müsste man diese sämmtlichen Zahlenfactoren mit $\left(\frac{l_1}{30,3}\right)^2$ multipliciren, um die den veränderten Dimensionen entsprechenden numerischen Coefficienten zu erhalten. Giebt man dann auch m_0 den entsprechenden Werth, so kann man auf diese Weise für jede andere obere Extremität die Ausdrücke für die lebendige Kraft der Bewegung ableiten.

Da das Product aus einer Länge und einer Winkelgeschwindigkeit äquivalent einer linearen Geschwindigkeit ist, so erkennt man weiter aus den Formen, in welcher die lebendige Kraft auf Seite 135 geschrieben worden ist, dass die lebendige Kraft des Gliedersystems gleich der lebendigen Kraft eines materiellen Punktes von der Masse m_0 ist, welcher sich im Raume mit einer Geschwindigkeit fortbewegt, deren Quadrat durch den auf Seite 135 in eckiger Klammer geschriebenen Factor gemessen wird. Ob man den Klammerfactor der ersten oder zweiten Form von T zur Berechnung dieser Geschwindigkeit zu verwenden hat, das kommt ganz darauf an, ob man bei der Bewegung des Gliedersystems die Winkelgeschwindigkeiten der zum Rumpfe relativen Drehungen oder

die Winkelgeschwindigkeiten der Gelenkbewegungen der beiden Gliederabschnitte gemessen hat.

Setzt man nun den für den vorliegenden Fall geltenden Werth $m_0 = 3683$ g in die Ausdrücke für T ein, so ergeben sich endlich die Werthe:

$$T = 1070300 \cdot \varphi_1'^2 + 456800 \cdot \varphi_2'^2 + 1021900 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1' \varphi_2'$$

und

$$T = (1527100 + 1021900 \cdot \cos\psi) \cdot \varphi_1'^2 + 456800 \cdot \psi'^2 + \\ + (913600 + 1021900 \cdot \cos\psi) \cdot \varphi_1' \psi' .$$

Bei einer bestimmten Bewegung des Gliedersystems unter der gemachten Voraussetzung fester, zur Ellbogenaxe paralleler, Schultergelenkaxe wird der Werth der lebendigen Kraft sich fortwährend ändern. Um die Grösse derselben für einen bestimmten Moment der Bewegung angeben zu können, muss man sich auf empirischem Wege die diesem Moment entsprechenden Werthe der Winkelgeschwindigkeiten φ_1' und φ_2' oder φ_1' und ψ' und die Grösse des Beugungswinkels $\varphi_2 - \varphi_1$ oder ψ im Ellbogengelenk verschaffen, und in einen der beiden Ausdrücke für T einsetzen. Da als Grundmaasse für Länge, Masse und Zeit: Centimeter, Gramm und Secunde angenommen worden sind, so gehört zu der Zahl, welche sich bei dieser Rechnung für die lebendige Kraft ergiebt, als Maasseinheit $cm^2 \cdot g \cdot sec^{-2}$.

Die Aenderungen der lebendigen Kraft des Gliedersystems stehen nun in inniger Beziehung zu den inneren und äusseren Kräften, welche auf dasselbe einwirken. Als innere Kräfte des Systems sind dabei unter anderen die Spannungen von Muskeln aufzufassen, welche sich zwischen den beiden Gliedern erstrecken, welche also bei Feststellung des Radio-Ulnargelenks, des Handgelenks und der Gelenke zwischen den Knochen der Hand nur noch über das beweglich gelassene Ellbogengelenk hinwegziehen. Beispiele hierfür bilden der M. brachialis, M. brachioradialis, M. pronator teres, M. extensor carpi radialis longus, das Caput laterale und Caput mediale des M. triceps brachii, der M. anconaeus. Obgleich alle diese Muskeln bei ihrer Contraction auf jeden der beiden als starr angenommenen Abschnitte des Arms eine äussere Kraft ausüben, so stellen dieselben für das ganze Gliedersystem innere Kräfte dar. Dagegen sind die an einem der beiden Armabschnitte ansetzenden Muskeln, welche ihren Ursprung ausser-

halb des Arms, z. B. am Schulterblatt nehmen, auch für das Gliedersystem als äussere Kräfte aufzufassen. Beispiele hierfür bilden die beiden Köpfe des M. biceps brachii, das Caput longum des M. triceps brachii, der M. coracobrachialis, M. deltoideus u. a.

Das Drehungsbestreben, welches ein Muskel bei seiner Contraction für irgend einen Knochen, auf den er einwirkt, besitzt, wird stets durch das Moment eines Kräftepaares gemessen, wie an anderer Stelle ausführlich auseinandergesetzt worden ist[1]). Kann der Muskel sich zwischen seinen Insertionsstellen geradlinig ausspannen, so wirkt er auf Ursprung und Ansatz mit entgegengesetzt gleicher Kraft. Wird er gezwungen an einem oder auch an beiden Knochen zunächst über Knochenvorsprünge hinwegzuziehen, so wirkt er mit entgegengesetzt gleicher Kraft auf die Stellen an den Vorsprüngen der beiden Knochen, zwischen welchen er sich thatsächlich geradlinig ausspannt. Für die Ermittelung des vom Muskel ausgeübten Drehungsbestrebens ist es dann zweckmässig, geradezu diese Stellen an den Knochenvorsprüngen als Insertionsstellen aufzufassen.

Befindet sich der Ursprung des Muskels am Oberarm, der Ansatz an dem als starr aufgefassten System Unterarm plus Hand, so wird das auf den Oberarm einwirkende Kräftepaar gebildet: durch die am Muskelursprung bezüglich an dem betreffenden Knochenvorsprung des Humerus angreifende Kraft einerseits, und eine im Punkte $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe angreifende entgegengesetzt gleiche Kraft andererseits. Entsprechend setzt sich das auf das System Unterarm plus Hand wirkende Kräftepaar zusammen aus der am Muskelansatzpunkte, bezüglich an dem für diesen eintretenden Punkte eines Knochenvorsprungs, angreifenden Kraft und einer im Punkte $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe angreifenden entgegengesetzt gleichen Kraft. Bezeichnet man das Moment des ersteren Kräftepaares mit D_1, dass des letzteren Kräftepaares mit D_2, so ist unter allen Umständen, wo auch sich die Insertionspunkte des Muskels oder die in Frage kommenden Stellen an Knochenvorsprüngen befinden mögen,

$$D_2 = - D_1 ,$$

eine Beziehung, welche man auch in der Form schreiben kann:

$$D_1 + D_2 = 0 .$$

1) O. Fischer, Ueber die Drehungsmomente ein- und mehrgelenkiger Muskeln. Archiv für Anatomie und Physiologie. Anatomische Abtheilung. 1894, Seite 105.

Diese beiden Drehungsmomente müssen also stets entgegengesetzt gleich sein, d. h. sie müssen gleich gross sein, aber Drehungen in entgegengesetztem Drehungssinne verursachen wollen.

Liegt der Ursprung des Muskels ausserhalb des Armes, am Schulterblatt, an der Clavikel u. s. w., der Ansatz dagegen am Unterarm, so wird das Kräftepaar, welches auf den Oberarm einwirkt, dargestellt durch zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte, von denen die eine im Schultergelenkmittelpunkt $\mathfrak{S}$ angreift und gleich und gleichgerichtet mit der im Muskelursprung angreifenden Kraft ist, während die andere ihren Angriffspunkt wieder im Punkte $\mathfrak{E}$ des Ellbogengelenks besitzt. Auf das Kräftepaar, welches das System Unterarm plus Hand zu drehen strebt, hat die Verlegung des Muskelursprungs ausserhalb des Armes keinen Einfluss. Dasselbe wird wieder durch die im Muskelansatzpunkte angreifende und die ihr entgegengesetzt gleiche in $\mathfrak{E}$ angreifende Kraft gebildet. Bezeichnet man wieder die Momente der beiden Kräftepaare mit D_1 und D_2, so ergiebt sich in diesem Falle keine so einfache Beziehung, wie im Falle eines nur über das Ellbogengelenk hinwegziehenden Muskels, es ist also dann im Allgemeinen $D_1 + D_2$ nicht gleich Null.

Befindet sich endlich der Muskelursprung ausserhalb des Armes und der Ansatz am Oberarm, so wird das auf den Oberarm einwirkende Kräftepaar gebildet durch die im Ansatz angreifende Kraft und eine ihr entgegengesetzt gleiche, deren Angriffspunkt im Mittelpunkte $\mathfrak{S}$ des Schultergelenks zu suchen ist. Auf das System Unterarm plus Hand kann ein solcher Muskel selbstverständlich kein Drehungsbestreben ausüben. Es ist daher bei Anwendung analoger Bezeichnung wie bei den anderen Muskelarten $D_2 = 0$, während D_1 im allgemeinen einen bestimmten endlichen Werth besitzt. Hieraus ist zu ersehen, dass auch in diesem Falle keine einfache Beziehung zwischen den beiden Drehungsmomenten vorhanden ist.

Denkt man sich das Ellbogengelenk festgestellt, oder, mit anderen Worten, denkt man sich den ganzen Arm als ein starres Gebilde, so wird ein nur zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand sich erstreckender Muskel überhaupt kein Drehungsbestreben ausüben können, da es ja bei Fixirung des Ellbogengelenks den Insertionspunkten eines solchen Muskels nicht gestattet ist, sich zu nähern. Damit ein am Arme ansetzender Muskel drehend auf den

ganzen, als starr aufgefassten Arm einwirkt, ist unbedingt nothwendig, dass sein Ursprung ausserhalb des Arms gelegen ist. Das drehende Kräftepaar wird dann dargestellt durch die im Muskelansatz angreifende Kraft einerseits und eine derselben entgegengesetzt gleiche durch den Schultergelenkmittelpunkt. Es ist dabei ganz gleichgültig, ob der betreffende Muskel am Unterarm oder am Oberarm ansetzt.

Das Moment dieses Kräftepaares hängt in sehr einfacher Weise mit den Momenten D_1, D_2 der beiden Kräftepaare zusammen, welche die beiden Abschnitte des Arms zu drehen streben. Das erstere ist nämlich gleich der Summe der beiden letzteren.

Dies gilt ganz allgemein, wo auch die Muskelinsertionen sich befinden mögen. Hat man es z. B. mit einem nur zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand hinziehenden Muskel zu thun, so ist, wie wir sahen, $D_1 + D_2 = 0$. In der That ist auch das Moment des auf den ganzen Arm mit fixirtem Ellbogengelenk wirkenden Kräftepaares Null, d. h. der Muskel vermag den Arm nicht zu drehen. Setzt der Muskel am Unterarm an, und besitzt er seinen Ursprung ausserhalb des Arms, so kann man das drehende Kräftepaar durch Hinzufügen zweier entgegengesetzt gleicher im Punkte $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe angreifender Kräfte in zwei Kräftepaare zerlegen, deren Momente nach dem Früheren in der That D_1 und D_2 sind. Befindet sich endlich der Ansatz am Oberarm und der Ursprung ausserhalb des Arms, so ist das Drehungsmoment für den ganzen starren Arm, wie man nach den früheren Auseinandersetzungen bestätigt, gleich dem Drehungsmoment D_1, welches der Muskel auf den Oberarm allein ausübt. Da aber in diesem Falle gleichzeitig $D_2 = 0$ ist, so kann man wieder das auf den ganzen, starren Arm ausgeübte Drehungsmoment als die Summe von D_1 und D_2 auffassen.

Die auf die einzelnen Abschnitte oder auf das ganze als starr aufgefasste Gliedersystem einwirkenden Kräftepaare ertheilen nun den Gliedern bestimmte Winkelbeschleunigungen oder Drehungsbeschleunigungen. Befindet sich vor der Contraction der Muskeln das Gliedersystem in Ruhe, so werden bei der Contraction die Glieder in Drehung versetzt. Ist dagegen vor der Contraction das System schon in Bewegung, etwa in Folge der Schwere oder anderer äusserer Kräfte, so besteht der Effect der Muskelcontraction darin, dass die

Winkelgeschwindigkeiten, mit welchen die Drehungen der Glieder vor sich gehen, verändert werden. Wird die Drehungsgeschwindigkeit eines Gliedes vergrössert, so redet man von Winkelbeschleunigung oder Drehungsbeschleunigung, wird dieselbe verkleinert, von Winkelverzögerung oder Drehungsverzögernng. Letztere kann man auch negative Winkelbeschleunigung oder negative Drehungsbeschleunigung nennen, da sie bei der Rechnung sich von der Winkelbeschleunigung nur durch das Vorzeichen unterscheidet.

Die Winkelbeschleunigungen, welche den Gliedern durch die Kräftepaare ertheilt werden, hängen nun nicht allein von den Momenten der Kräftepaare ab, sondern sie werden in erster Linie bestimmt durch die Massen und Trägheitsmomente der Glieder; sie werden ausserdem bei Systemen von durch Gelenke verbundenen Gliedern beeinflusst durch die Winkelgeschwindigkeiten, welche die einzelnen Glieder im Moment der Einwirkung des Muskels besitzen.

Greift eine Anzahl Kräfte an einem einzigen starren Körper an, welcher um eine feste Axe drehbar ist, und liegen alle diese Kräfte in einer zur Axe senkrechten Ebene, so erhält man die Kräftepaare, mit welchen dieselben den Körper um die Axe zu drehen streben, indem man im Schnittpunkte der Kräfteebene mit der Drehungsaxe entsprechend jeder Kraft eine entgegengesetzt gleiche angebracht denkt. Die durch diese Kräftepaare hervorgerufene Winkelbeschleunigung φ'' ist dann direct proportional der Summe D der Drehungsmomente aller Kräftepaare, dagegen umgekehrt proportional dem Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Umdrehungsaxe. Bedeutet m die Grösse der Masse und λ die Grösse des betreffenden Trägheitsradius, so ist also

$$\varphi'' = \frac{D}{m\lambda^2} \cdot$$

Es ist infolge dessen D gleich dem Product $m\lambda^2 \cdot \varphi''$ aus Trägheitsmoment und Winkelbeschleunigung.

Bei dem von uns in Betracht gezogenen System von Körpern wird eine so einfache Beziehung zwischen resultirendem Drehungsmoment, Trägheitsmoment und Winkelbeschleunigung nicht stattfinden können; denn ein auf den Oberarm einwirkendes Kräftepaar hat ja nicht allein den Oberarm um eine Schultergelenkaxe zu drehen, sondern es hat bei dieser Drehung die ganze Masse von Unterarm plus Hand

mit in Bewegung zu setzen. Es ist dabei von vorn herein wahrscheinlich, dass die dem Oberarm durch das Drehungsmoment ertheilte Winkelbeschleunigung nicht allein von der Masse von Unterarm plus Hand, sondern auch von der Lage des Schwerpunktes dieses letzteren Systems abhängig sein wird, und dass auch eine gleichzeitig vorhandene Winkelbeschleunigung, ja selbst eine Winkelgeschwindigkeit des Systems Unterarm plus Hand — die letztere infolge der dadurch hervorgerufenen Centrifugalkraft — modificirend auf die Drehung des Oberarms einwirken wird. Schliesslich wird auch die Beugestellung im Ellbogengelenk Einfluss auf die Drehung haben. Auf der anderen Seite wird ein am System Unterarm plus Hand angreifendes Kräftepaar zwar zunächst nur dieses System in Drehung versetzen wollen. Diese Drehung kann aber nicht genau so stattfinden, als ob die Axe des Ellbogengelenks fest wäre. Denn im Allgemeinen wird bei der Drehung eines Körpers um eine feste Axe ein Druck auf die letztere ausgeübt, welchem durch Widerstandskräfte an den Befestigungsstellen der Axe das Gleichgewicht gehalten wird. Ist nun die Axe selbst beweglich, wie die Ellbogenaxe in unserem Gliedersystem, so wird dieselbe dem Drucke nachgeben, d. h. es wird im Allgemeinen mit der Drehung des Unterarms im Ellbogengelenk eine Drehung des Oberarms um die Schultergelenkaxe Hand in Hand gehen, für deren Grösse voraussichtlich auch die Beugestellung im Ellbogengelenk von Einfluss ist. Diese Drehung wird indirect ebenfalls durch das am Unterarm angreifende Kräftepaar veranlasst. Es muss in Folge dessen das Drehungsmoment dieses Kräftepaares auch in gewisser Beziehung zu der Winkelbeschleunigung und Winkelgeschwindigkeit des Oberarms stehen.

Für eine exacte Ableitung der Beziehungen, welche zwischen den Momenten der wirksamen Kräftepaare einerseits, und den Winkelbeschleunigungen, Winkelgeschwindigkeiten, Massen, Trägheitsmomenten, Dimensionen der einzelnen Glieder und den Gelenkstellungen andererseits bestehen, muss man seine Zuflucht zu den von LAGRANGE aufgestellten allgemeinen Differentialgleichungen der Bewegung oder zu einem der umfassenden Principe der Mechanik, wie z. B. dem HAMILTON'schen Princip oder dem EULER'schen Princip der kleinsten Wirkung, nehmen. Zum Verständniss der dazu nöthigen Rechnungen ist aber die Kenntniss der Methoden der Differential- und Inte ral-

rechnung und der Behandlung von Differentialgleichungen unerlässlich. Da diese Kenntniss nicht von Jedem vorausgesetzt werden kann, welcher sich über die Art und die Ursachen der Gliederbewegungen des lebenden Menschen und Thieres Klarheit verschaffen muss, so werde ich zwar zunächst die in Frage stehenden Beziehungen mit Hülfe der LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen ableiten, dann aber versuchen, dieselben Resultate auf elementarem Wege, durch einfache Ueberlegungen, abzuleiten. Man kann den vorher einzuschlagenden exacten Weg schon aus dem Grunde nicht vermeiden, weil man auf diese einfachen Ueberlegungen zum Theil erst durch die Endresultate der verwickelten Rechnungen hingewiesen wird. Wenn daher auch der elementare Weg der Darstellung im Interesse des Verständnisses der Resultate als der zweckmässigere erscheint, so wird man zur Ableitung neuer Resultate doch stets den exacten und sicheren Weg der mathematischen Analyse zu wählen haben. Ich bitte daher Diejenigen, welche der höheren Mathematik unkundig sind, die folgenden Seiten zu überschlagen und verweise dieselben auf die Auseinandersetzungen, welche auf Seite 150 beginnen.

Die Bewegungsgleichungen von LAGRANGE in der für die gegenwärtige Anwendung zweckmässigsten Form schliessen sich eng dem Ausdrucke für die gesammte lebendige Kraft T der Bewegung des Gliedersystems an. Wir hatten die lebendige Kraft in zwei verschiedenen Formen aufgestellt. Dementsprechend erhält man zwei verschiedene Paare von Bewegungsgleichungen. Bei der ersten Form hatten wir als unabhängige Veränderliche die beiden Winkel φ_1, φ_2 benutzt, welche die Längsaxen von Oberarm und Unterarm mit einer zum Rumpfe festen Geraden $\mathfrak{S}A$ (vergl. Fig. 6) bilden. Es traten infolge dessen die Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2' auf, welche nichts anderes darstellen als die Differentialquotienten der beiden Winkel φ_1 und φ_2 nach der Zeit t, so dass also

$$\varphi_1' = \frac{d\varphi_1}{dt} \quad \text{und} \quad \varphi_2' = \frac{d\varphi_2}{dt} .$$

Die LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen lauten nun in diesem Falle:

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1}$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_2'}\right)}{dt} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_{\varphi_2}.$$

Dabei bedeuten Q_{φ_1} bezüglich Q_{φ_2}, wie ich in meiner Habilitationsschrift ausführlich nachgewiesen habe, die Summen der Momente aller Kräftepaare, welche in Folge von äusseren und inneren Kräften auf den Oberarm bezüglich das System Unterarm plus Hand drehend einwirken.

Aus

$$T = \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_1^2 \cdot \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_2^2 \cdot \varphi_2'^2 + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1' \varphi_2'$$

folgt nun:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'} = m_0 \lambda_1^2 \cdot \varphi_1' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} = m_0 \lambda_1^2 \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'' + m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1' \varphi_2' - m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1' \varphi_2'$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_2'} = m_0 \lambda_2^2 \cdot \varphi_2' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_2'}\right)}{dt} = m_0 \lambda_2^2 \cdot \varphi_2'' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'' - m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2' \varphi_1' + m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = - m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2' \varphi_1'.$$

Handelt es sich zunächst nur um die alleinige Wirkung eines Muskels, unter Ausschluss aller anderen inneren oder äusseren Kräfte, wie z. B. der Schwere, so ist Q_{φ_1} gleich dem Drehungsmoment D_1, welches dieser Muskel auf den Oberarm, und Q_{φ_2} gleich dem Drehungsmoment D_2, welches derselbe auf das starre System Unterarm plus Hand ausübt. Man hat infolge dessen die beiden zusammengehörenden Bewegungsgleichungen

$$m_0\lambda_1^2 \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'' - m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'^2 = D_1$$

$$m_0\lambda_2^2 \cdot \varphi_2'' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_1'^2 = D_2.$$

Dies sind die gesuchten Beziehungen, welche zwischen den Drehungsmomenten des Muskels einerseits und den Winkelbeschleunigungen, Winkelgeschwindigkeiten, den Massen, Trägheitsradien, den Längen und Hauptstrecken der Glieder und dem Beugungswinkel im Ellbogengelenk andererseits bestehen.

Bevor wir auf die Deutung dieser Beziehungen näher eingehen, wollen wir noch einige Betrachtungen an die Werthe der Differentialquotienten der lebendigen Kraft knüpfen.

Zunächst ist ersichtlich, dass in unserem Falle $\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = -\frac{\partial T}{\partial \varphi_1}$ ist, so dass also zwischen diesen beiden partiellen Differentialquotienten die einfache Beziehung $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$ besteht.

Addirt man die beiden Bewegungsgleichungen in der oben angegebenen Form, so hebt sich diese Summe fort und man erhält:

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} + \frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} = Q_{\varphi_1} + Q_{\varphi_2}\,.$$

Durch beiderseitige Multiplication mit dt und Integration ergiebt sich hieraus allgemein

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'} + \frac{\partial T}{\partial \varphi_2'} = \int (Q_{\varphi_1} + Q_{\varphi_2})\, dt + C\,,$$

wo C die Integrationsconstante bedeutet.

Im Falle eines einzigen Muskels mit den beiden Drehungsmomenten D_1 und D_2 hat man dann nach Einsetzen der Ausdrücke für $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}$ und $\frac{\partial T}{\partial \varphi_2'}$

$$m_0[\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \cdot \varphi_1' + m_0[\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \cdot \varphi_2'$$
$$= \int (D_1 + D_2)\, dt + C\,.$$

Erstreckt sich der Muskel nur zwischen Oberarm und dem als starr aufgefassten System Unterarm plus Hand, so ist, wie wir sahen,

$$D_1 + D_2 = 0\,.$$

Zieht man dabei vorläufig nur den Fall in Betracht, dass die beiden Abschnitte des Arms sich vor der Contraction des Muskels in Ruhe befinden, so ist für $\varphi_1' = 0$ auch $\varphi_2' = 0$, und infolge dessen besitzt in diesem Falle auch die Constante C den Werth Null. Man hat daher stets, wenn sich allein ein zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand hinziehender Muskel von der Ruhe aus contrahirt und jede andere Einwirkung, wie z. B. die der Schwere, auf das Gliedersystem ausgeschlossen ist, zwischen den beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1', φ_2', da sich der gemeinsame Factor m_0 heraushebt, die Beziehung

$$[\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \cdot \varphi_1' + [\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \cdot \varphi_2' = 0$$

oder

$$\frac{\varphi_1'}{\varphi_2'} = - \frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}{\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Bei dem zweiten von uns aufgestellten Ausdruck für die gesammte lebendige Kraft des Gliedersystems waren als unabhängige Veränderliche der Drehungswinkel φ_1 im Schultergelenk (wie beim ersten Ausdruck) und der Beugungswinkel ψ im Ellbogengelenk benutzt. Infolge dessen traten in demselben die beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1' der zum Rumpfe relativen Drehung des Oberarms im Schultergelenk und ψ' der zum Oberarm relativen Drehung des Unterarms im Ellbogengelenk auf; dieselben sind wieder die Differentialquotienten der beiden Winkel nach der Zeit, also

$$\varphi_1' = \frac{d\varphi_1}{dt} \quad \text{und} \quad \psi' = \frac{d\psi}{dt}.$$

Die LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen lauten daher in diesem zweiten Falle:

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = [Q_{\varphi_1}]$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \psi'}\right)}{dt} - \frac{\partial T}{\partial \psi} = Q_\psi.$$

Hierbei besitzt die Grösse $[Q_{\varphi_1}]$ eine andere Bedeutung wie Q_{φ_1} in dem ersten Paare von Bewegungsgleichungen; dieselbe ist daher zum Unterschiede in Klammer eingeschlossen worden. Es ist

nämlich jetzt $[Q_{\varphi_1}]$ die Summe der Momente aller Kräftepaare, welche nach Feststellung des Ellbogengelenks drehend auf den ganzen, dabei als starre Masse aufzufassenden, Arm einwirken. Q_ψ ist dagegen die Summe der Momente aller Kräftepaare, welche das starre System Unterarm plus Hand im Ellbogengelenk relativ zum Oberarm zu drehen streben.

Aus

$$T = \tfrac{1}{2} m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_0 \lambda_2^2 \cdot \psi'^2 + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1' \psi'$$

folgt nun

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'} = m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \psi'$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} = m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \psi'' - \\ - 2 m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \varphi_1' \psi' - m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \psi'^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial \psi'} = m_0 \lambda_2^2 \cdot \psi' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'$$

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \psi'}\right)}{dt} = m_0 \lambda_2^2 \cdot \psi'' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' - m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \psi' \cdot \varphi_1'$$

$$\frac{\partial T}{\partial \psi} = - m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \psi' \varphi_1' - m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \varphi_1'^2 .$$

Wirkt nur ein einziger Muskel auf das System, im Uebrigen keine andere äussere oder innere Kraft, so ist nach der eingeführten Bezeichnungsweise und nach früheren Auseinandersetzungen $[Q_{\varphi_1}] = D_1 + D_2$ und $Q_\psi = D_2$, und man hat die beiden zusammengehörenden Bewegungsgleichungen

$$m_0 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \psi'' - 2 m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \varphi_1' \psi' \\ - m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \psi'^2 = D_1 + D_2$$

$$m_0 \lambda_2^2 \cdot \psi'' + m_0 (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \sin\psi \cdot \varphi_1'^2 = D_2 .$$

Diese beiden Gleichungen können natürlich nichts anderes aussagen, als das zuerst aufgestellte Paar von Bewegungsgleichungen auf Seite 145; sie werden sich von jenen nur in der Form unterscheiden, da im letzteren Falle an Stelle der zweiten unabhängigen Variabelen φ_2 des ersten Paares der Winkel ψ getreten ist.

Es ist daher im Princip gleichgültig, ob man sich für die Ableitung weiterer Resultate des ersten oder letzten Paares von Bewegungsgleichungen bedient. Da es jedoch viel anschaulicher ist und auch dem anatomischen Sprachgebrauche mehr entspricht, wenn man eine Bewegung des Arms als Drehung des Oberarms gegen den Rumpf im Schultergelenk und gleichzeitige Drehung des Unterarms gegen den Oberarm im Ellbogengelenk auffasst, als wenn man die Drehungen beider Armabschnitte relativ zum Rumpfe betrachtet, so werden wir im Folgenden hauptsächlich das letztere Paar von Bewegungsgleichungen benutzen, trotzdem dasselbe auf den ersten Blick weniger einfach zu sein scheint als das erstere.

Während früher $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$ war, hat man jetzt nicht eine solche Beziehung zwischen $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1}$ und $\frac{\partial T}{\partial \psi}$. Die frühere einfache Beziehung wird dagegen jetzt ersetzt durch $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = 0$. Infolge dieser Thatsache hat man nämlich bei Anwendung des zweiten Ausdrucks der lebendigen Kraft

$$\frac{d\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}\right)}{dt} = [Q_{\varphi_1}]$$

und folglich

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'} = \int [Q_{\varphi_1}] + C,$$

unter C wieder die Integrationsconstante verstanden.

Im Falle eines einzigen Muskels hat man dann im Hinblick auf den jetzt veränderten Werth von $\frac{\partial T}{\partial \varphi_1'}$ die der früheren genau entsprechende Beziehung:

$$m_0(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos \psi) \cdot \varphi_1' + m_0(\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos \psi) \cdot \psi' =$$
$$= \int (D_1 + D_2) dt + C.$$

Handelt es sich wiederum um einen nur zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand sich erstreckenden Muskel, so ist $D_1 + D_2 = 0$. Wird ferner wieder vorausgesetzt, dass der Arm sich vor der Contraction des Muskels in Ruhe befindet, so ist

$C = 0$, und man hat zwischen den Winkelgeschwindigkeiten φ_1' und ψ' der Drehungen im Schultergelenk und im Ellbogengelenk die Beziehung:

$$(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1' + (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \psi' = 0$$

oder

$$\frac{\varphi_1'}{\psi'} = - \frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi} .$$

Dieselbe ist keine andere, wie die schon früher gefundene; sie unterscheidet sich von jener nur durch die unabhängigen Veränderlichen. Setzt man in jener (auf Seite 146) für φ_2 und φ_2' die Summen $\varphi_1 + \psi$ und $\varphi_1' + \psi'$ ein, so erhält man diese.

Die Relation zwischen den beiden Winkelgeschwindigkeiten φ_1' und ψ' stellt nun zugleich eine Differentialgleichung dar, aus welcher sich durch Integration der Ausdruck für die Abhängigkeit zwischen dem Drehungswinkel φ_1 im Schultergelenk und dem Beugungswinkel ψ im Ellbogengelenk finden lässt. Beachtet man nämlich, dass

$$\varphi_1' = \frac{d\varphi_1}{dt} \quad \text{und} \quad \psi' = \frac{d\psi}{dt} ,$$

und setzt man an Stelle von $\frac{d\varphi_1}{dt}$ das ihm gleiche Product $\frac{d\varphi_1}{d\psi} \cdot \frac{d\psi}{dt}$ ein, so folgt nach Division mit dem jetzt beiden Gliedern gemeinsamen Factor $\frac{d\psi}{dt}$ die Differentialgleichung

$$(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \frac{d\varphi_1}{d\psi} + (\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) = 0 .$$

In derselben kommt die Zeit nicht mehr vor, es tritt vielmehr ψ als unabhängige Veränderliche auf, und es ist infolge dessen der Winkel φ_1 als Function von ψ aufgefasst.

Da sich in dieser Differentialgleichung die Variabelen separiren lassen, so lässt sie sich unmittelbar integriren. Man hat zunächst

$$d\varphi_1 = - \frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi} \cdot d\psi$$

und erhält hieraus

$$\varphi_1 = - \int \frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi} \cdot d\psi + \alpha ,$$

wo α die Integrationsconstante bedeutet.

Die Ausführung der Integration ergiebt die zwischen φ_1 und ψ stattfindende Relation:

$$\varphi_1 = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\sqrt{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)^2 - 4 l_1^2 c_2^2}} \text{ arctang } \left\{ \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - 2 l_1 c_2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2}} \text{ tang } \frac{\psi}{2} \right\} - \frac{\psi}{2} + \alpha .$$

Da $\varphi_1 = \alpha$ wird, wenn man $\psi = 0$ setzt, so stellt α den Winkel dar, welchen die Längsaxe des Oberarms mit der zum Rumpfe festen Geraden $\mathfrak{S}A$ (Fig. 6) bildet, wenn der Arm im Ellbogengelenk vollständig gestreckt ist. —

Bevor ich weiter auf die Bedeutung aller dieser Relationen für die Wirkung der Muskeln eingehe, will ich nunmehr versuchen, die auf exactem Wege gewonnenen Bewegungsgleichungen noch einmal auf elementare Weise, durch einfache Ueberlegungen, abzuleiten.

Zu diesem Zwecke müssen wir zunächst nochmals die Drehung eines einzigen starren Körpers um eine feste Axe in Betracht ziehen.

Ein Körper von der Masse m sei um eine feste Axe drehbar, welche in Figur 10 in $\mathfrak{A}$ senkrecht zu der Ebene der Zeichnung zu denken ist, und welche eine Hauptträgheitsaxe des Körpers für den Punkt $\mathfrak{A}$ darstellt. Sein Schwerpunkt S liege in der durch $\mathfrak{A}$ senkrecht zur Axe gelegten Ebene (Ebene der Zeichnung) und besitze von der Axe die Entfernung r. Auf diesen Körper, welcher sich zunächst in Ruhe befinden soll, wirke eine im Punkte $\mathfrak{P}$ angreifende und in der Ebene der Zeichnung liegende Kraft K, welche die Resultante beliebig vieler in dieser Ebene gelegener Kräfte sein kann. Dieselbe wird, wenn ihre Richtung nicht gerade die Axe schneidet, den Körper in Drehung versetzen. Die Winkelbeschleunigung dieser Drehung sei φ''. Würde der Körper vollständig frei sein, so würde diese Drehung um den Schwerpunkt S stattfinden, und ausserdem würde dem Körper eine Parallelverschiebung durch die Kraft K ertheilt werden, bei welcher der Schwerpunkt seinen Ort verändert. Die Bewegung des Schwerpunktes wäre genau dieselbe, welche er annehmen müsste, wenn in ihm die Masse des ganzen Körpers vereinigt wäre und zugleich die Kraft K in ihm selbst angriffe. Der Schwerpunkt würde sich also

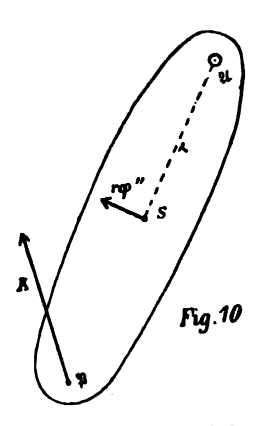


Fig. 10

in der Richtung dieser Kraft fortbewegen. Da die Bewegung des Körpers nicht frei ist, sondern der Schwerpunkt in Folge der festen Drehungsaxe auf den Kreis um $\mathfrak{A}$ mit dem Radius r gezwungen ist, so kann der Schwerpunkt diesem Zuge der Kraft nicht folgen. Es wird sich dagegen das Bestreben des Körpers, die Bewegung anzunehmen, welche ihm bei vollständig freier Beweglichkeit durch die Kraft K ertheilt würde, als Druck auf die Axe geltend machen. Dieser Druck ruft an den Befestigungstellen der Axe Widerstandskräfte hervor, welche genau so gross sein müssen, dass ihre Resultante dem Druck auf die Axe das Gleichgewicht hält. Es muss also die Resultante R der Widerstandskräfte entgegengesetzt gleich dem Drucke sein, welchen die Axe erleidet. Diese Widerstandskräfte wirken auf den Körper wie äussere Kräfte.

Der Schwerpunkt des Körpers erfährt nun bei der durch die Kraft dem Körper mitgetheilten Winkelbeschleunigung φ'' die lineare Beschleunigung $r\varphi''$. Diese kann dem Schwerpunkte nur durch eine auf den Körper wirkende äussere Kraft ertheilt worden sein, und zwar ist zur Hervorbringung dieser Beschleunigung eine Kraft von der Grösse $mr\varphi''$ und von der zu $\mathfrak{A}S$ senkrechten Richtung nöthig. Die sämmtlichen äusseren Kräfte müssen daher, nach dem Schwerpunkte verlegt, diese Kraft als Resultante besitzen. Als äussere Kräfte wirken aber in dem betrachteten Falle nur die Kraft K und die Resultante R der Reactionskräfte der Axe. Es muss daher die letztere so beschaffen sein, dass sie sich mit der Kraft K, wenn beide nach dem Schwerpunkte verlegt werden, zu der Resultante $mr\varphi''$ zusammensetzt. Die Resultante R der Reactionskräfte stellt daher die zweite Seite eines Parallelogramms dar, dessen eine Seite K und dessen eine Diagonale $mr\varphi''$ ist, wie Figur 11 veranschaulicht. Es ist zweckmässig, an Stelle der auf diese Weise zu berechnenden Reactionsresultante R zwei Componenten zu setzen, welche zusammen derselben in Bezug auf die Wirkung äquivalent sind. Bringt man nämlich im Angriffspunkte der drei Kräfte in Figur 11 eine der Kraft K entgegengesetzt gleiche Kraft — K an, was in Figur 12 besonders

Fig. 11

Fig. 12

ausgeführt ist, um die Einfachheit der Figur 11 nicht zu zerstören, so erkennt man ohne Weiteres, dass $m r \varphi''$ und $-K$ die Seiten eines Parallelogramms bilden, deren eine Diagonale R ist. Es lässt sich daher die Reactionsresultante R, welche ihren Angriffspunkt in $\mathfrak{A}$ (Figur 10) besitzt, in die beiden Componenten $m r \varphi''$ und $-K$ zerlegen. Da die Reaktionsresultante R nun genau entgegengesetzt gleich dem Drucke auf die Gelenkaxe ist, so erkennt man hieraus, dass dieser Druck die Resultante zweier Componenten darstellt: die eine Componente ist die nach $\mathfrak{A}$ verlegte Kraft K, und die andere ist eine Kraft, welche entgegengesetzt gleich der Kraft $m r \varphi''$ ist, die dem mit der Gesammtmasse m des Körpers versehenen Schwerpunkte die lineare Beschleunigung $r \varphi''$ ertheilt; die Grösse der letzteren ist $-m r \varphi''$. Die eine Componente ist nur von der Grösse und Richtung der äusseren Kraft K, die andere nur von der Winkelbeschleunigung des Körpers, der Masse desselben und der Lage seines Schwerpunktes abhängig.

Wir hatten bisher angenommen, dass auf den Körper eine äussere Kraft K wirke, welche die Resultante beliebig vieler in der Ebene der Zeichnung gelegener Kräfte darstellen sollte. Wir wollen nun noch den Fall in's Auge fassen, dass das ebene Kräftesystem, welches auf den Körper einwirkt, keine Resultante besitzt, sondern einem Kräftepaar $(K, -K)$ äquivalent ist. Dann wird jede der beiden Kräfte des Paares für sich Veranlassung zu einer Druckwirkung auf den Punkt $\mathfrak{A}$ geben, welche gleich der Wirkung einer ihr gleichen und gleichgerichteten im Punkte $\mathfrak{A}$ angreifenden Kraft ist. Da die beiden Kräfte eines Paares entgegengesetzt gleich sind, so werden sich diese beiden Druckwirkungen gegenseitig tilgen. Es bleibt in Folge dessen in diesem Falle allein der Druck von der Grösse $-m r \varphi''$ übrig, wenn φ'' die Winkelbeschleunigung ist, welche der Körper durch das Kräftepaar erfahren hat.

Die Axe ist nun unter allen Umständen diesen Druckkräften ausgesetzt, gleichgültig ob sie fixirt oder ob sie frei ist. Ist dieselbe fixirt, so tritt eben deshalb keine Bewegung der Axe ein, weil die auftretenden Reactionskräfte dem Drucke das Gleichgewicht halten. Befindet sich dagegen die Axe an einem zweiten Körper, welcher nicht festgestellt ist, so wirkt dieser Axendruck auf diesen zweiten Körper genau so wie eine in $\mathfrak{A}$ angreifende äussere Kraft von der-

selben Stärke bewegend ein. Diesen letzteren Fall finden wir aber in dem von uns in Betracht gezogenen Gliedersysteme vor. Hier ruft jede am System Unterarm plus Hand angreifende Kraft einen ihr gleichen Druck im Punkte 𝔈 der Ellbogenaxe hervor, und die dem Unterarm mitgetheilte Winkelbeschleunigung φ_2' giebt Veranlassung zu einer Druckcomponente im Punkte 𝔈 von der Grösse $m_2 r_2 \varphi_2''$, welche auf 𝔈S_2 senkrecht steht und der zu 𝔈 relativen linearen Beschleunigung, die der Schwerpunkt S_2 infolge der Winkelbeschleunigung φ_2 erfährt, entgegengesetzt gerichtet ist.

Man hat nun weiterhin in Rücksicht zu ziehen, dass der Oberarm bei seiner Drehung um eine Schultergelenkaxe die ganze träge Masse des Unterarms und der Hand mit in Bewegung zu setzen hat. Da dem Einfluss, welchen eine eigne Drehungsbeschleunigung des Systems Unterarm plus Hand auf die Drehung des Oberarms ausübt, schon in der einen Componente des Drucks auf die Ellbogenaxe Rechnung getragen ist, so hat man nur noch zu berücksichtigen, in welcher Weise die am Oberarm hängende Masse des Systems Unterarm plus Hand die Drehungen des Oberarms beeinflusst, wenn dieselbe ohne Drehung den Bewegungen der Ellbogenaxe folgt, oder, mit anderen Worten, wenn dieselbe nur Parallelverschiebung ausführt. Die lineare Beschleunigung, welche dem System Unterarm plus Hand durch den Oberarm in Folge der Gelenkverbindung beider Glieder aufgezwungen wird, ist gleich der linearen Beschleunigung, welche die Ellbogenaxe infolge der Drehung des Oberarms relativ zum Rumpfe erfährt. Beträgt die Winkelbeschleunigung der Drehung des Oberarms φ_1'', so ist die lineare Beschleunigung von 𝔈 relativ zum Rumpfe gleich $l_1\varphi_1''$. Um dem System Unterarm plus Hand die lineare Beschleunigung $l_1\varphi_1''$ zu ertheilen, ist aber eine Kraft von der Grösse $m_2 l_1 \varphi_1''$ erforderlich. Der Oberarm muss daher mit seinem Ellbogenende auf das System Unterarm plus Hand einen Druck von dieser Stärke senkrecht zur Längsaxe 𝔖𝔈 des Oberarms ausüben. Nach dem Princip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung muss aber dann umgekehrt das System Unterarm plus Hand in entgegengesetzter Richtung mit derselben Stärke $m_2 l_1 \varphi_1''$ auf den Punkt 𝔈 des Oberarms drücken. Es resultirt hieraus eine neue Druckcomponente auf den Punkt 𝔈 des Oberarms.

Bisher haben wir angenommen, dass der um eine feste Axe

drehbare Körper (Figur 10) aus der Ruhe bewegt werde. Besitzt derselbe nun in dem Augenblicke, in welchem die Kräfte zu wirken beginnen, schon eine Bewegung, etwa eine Drehung um die Axe von der Winkelgeschwindigkeit φ', so kommt noch eine weitere Druckcomponente hinzu, welche ihren Grund in den Centrifugalkräften hat, mit denen die einzelnen Massentheilchen bei der Drehung sich von der Axe zu entfernen streben. Diese Centrifugalkräfte wirken zwar in allen zur Axe senkrechten Richtungen auf die Axe ein, sie zerstören sich aber trotzdem nur unter ganz besonderen Verhältnissen, nämlich nur dann, wenn die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt hindurchgeht, und wenn dieselbe gleichzeitig eine Hauptträgheitsaxe des Körpers darstellt. Findet zwar das letztere statt, was wir für die Axe durch $\mathfrak{A}$ annehmen wollten, liegt dagegen der Schwerpunkt ausserhalb der Axe im Abstande r, so setzen sich die sämmtlichen Centrifugalkräfte zu einer Resultante von der Grösse $m r \varphi'^2$ zusammen. Ist die Umdrehungsaxe eine der zum Punkte $\mathfrak{A}$ gehörenden Hauptträgheitsaxen und liegt S in der durch $\mathfrak{A}$ zur Axe senkrechten Ebene, was wir oben vorausgesetzt haben, so besitzt die resultirende Centrifugalkraft die Richtung $\mathfrak{A}S$. Es kommt daher zu den beiden angeführten Componenten des Druckes auf die Axe noch die in der Richtung $\mathfrak{A}S$ wirkende Druckcomponente $mr\varphi'^2$ hinzu. Bei fester Axe wird dieselbe eine ihr entgegengesetzt gleiche Reactionscomponente hervorrufen. In dem betrachteten Gliedersysteme wird die aus der Winkelgeschwindigkeit φ_2' des Systems Unterarm plus Hand herrührende, im Punkte $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe angreifende Druckcomponeute $m_2 r_2 \varphi_2'^2$ im Allgemeinen bewegend auf den im Schultergelenk drehbaren Oberarm einwirken.

Nimmt man zu den Drehungsmomenten der direct am Oberarm angreifenden Kräfte die Drehungsmomente der im Punkte $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe angreifenden Druckcomponenten hinzu, welche einerseits von den am System Unterarm plus Hand angreifenden Kräften, andererseits von der eignen zum Rumpfe relativen Bewegung dieses Systems herrühren, so muss zwischen der Summe dieser Drehungsmomente, dem Trägheitsmoment des Oberarms — beide in Bezug auf die Drehungsaxe im Schultergelenk genommen — und der Winkelbeschleunigung des Oberarms wieder die schon früher (Seite 141) angeführte einfache Beziehung bestehen: Es muss das Product aus

Trägheitsmoment und Winkelbeschleunigung gleich der Summe sämmtlicher auf den Oberarm einwirkenden Drehungsmomente sein.

Das Trägheitsmoment des Oberarms in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Schulteraxe ist $m_1(\varkappa_1^2 + r_1^2)$, die Winkelbeschleunigung des Oberarms φ_1''.

Von den Drehungsmomenten sollen zunächst die durch die Muskelkräfte hervorgerufenen in Betracht gezogen sein. Wirkt ein einziger zwischen Oberarm und dem als starr aufgefassten System Unterarm plus Hand sich erstreckender Muskel, so setzt sich das Drehungsmoment der am Oberarm direct angreifenden Muskelkraft mit dem Drehungsmoment der durch die entgegengesetzt gleiche, am System Unterarm plus Hand angreifenden Muskelkraft hervorgerufenen Druckcomponente in 𝔈 zu dem Moment des Kräftepaares zusammen, welches bei den früheren Auseinandersetzungen mit D_1 bezeichnet worden ist. Setzt der Muskel am System Unterarm plus Hand an, während sein Ursprung sich am Rumpfe befindet, so ist das Moment D_1 allein gleich dem Drehungsmoment der in 𝔈 angreifenden Druckkraft in Bezug auf den Schultergelenkmittelpunkt 𝔖. Genau genommen hat man es, wie schon mehrfach betont worden ist, auch hier mit dem Moment eines Kräftepaares zu thun, bei welchem die eine Kraft in 𝔈, die andere im Schultergelenkmittelpunkt 𝔖 angreift. Setzt der vom Rumpfe herziehende Muskel am Oberarm selbst an, so ist das Moment D_1 gleich dem auf 𝔖 bezogenen Drehungsmoment der am Oberarm angreifenden Muskelkraft, bezüglich gleich dem Momente eines Paares von Kräften, welche im Ansatzpunkte des Muskels und im Schultergelenkmittelpunkt angreifen. Wirken mehrere Muskeln, welche unter diese drei Arten gehören, gleichzeitig auf den Oberarm drehend ein, so ist unter D_1 die Summe der von ihnen verursachten Drehungsmomente zu verstehen.

Das Drehungsmoment der in 𝔈 angreifenden Druckcomponente $-m_2r_2\varphi_2''$ ist $-m_2r_2\varphi_2'' \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot l_1$. Dies geht daraus hervor, dass diese Druckcomponente senkrecht zu der Längsachse 𝔈 S_2 𝔋 des Unterarms (Fig. 6) gerichtet ist, dass sie also mit der zur Längsaxe 𝔖𝔈 des Oberarms senkrechten Richtung denselben Winkel bildet, wie die Längsaxe des Unterarms mit der Verlängerung der Oberarmlängsaxe. Dieser Winkel ist $\varphi_2 - \varphi_1$. Daher ist die drehende Componente der Druckkraft $-m_2r_2\varphi_2''$ gleich $-m_2r_2\varphi_2'' \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$.

Da ferner ihr Hebelarm l_1 ist, so ergiebt sich der angeführte Werth für ihr Drehungsmoment.

Die Druckcomponente $m_2 l_1 \varphi_1''$ besitzt direct die zu $\mathfrak{S}\mathfrak{E}$ senkrechte Richtung und sucht den Winkel φ_1 zu verkleinern. Ihr Drehungsmoment beträgt daher $- m_2 l_1 \varphi_1'' \cdot l_1$.

Die Druckcomponente $m_2 r_2 \varphi_2'^2$ ist von $\mathfrak{E}$ aus nach S_2 hin gerichtet. Ihre Richtung bildet daher mit der Verlängerung der Oberarmlängsaxe den Winkel $\varphi_2 - \varphi_1$. Daraus ergiebt sich, dass sie mit einer zur Oberarmlängsaxe senkrecht gerichteten Kraft von der Grösse $m_2 r_2 \varphi_2'^2 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$ drehend auf den Oberarm einwirkt, und dass infolge dessen ihr Drehungsmoment in Bezug auf die Schulteraxe $m_2 r_2 \varphi_2'^2 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot l_1$ beträgt.

Dies vorausgeschickt ergiebt sich als Bewegungsgleichung:

$$m_1(\varkappa_1^2 + r_1^2) \cdot \varphi_1'' = D_1 - m_2 r_2 \varphi_2'' \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot l_1 - m_2 l_1 \varphi_1'' \cdot l_1 + m_2 r_2 \varphi_2'^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot l_1 .$$

Man kann sich leicht davon überzeugen, dass diese auf elementarem Wege abgeleitete Bewegungsgleichung identisch ist mit der ersten der beiden aus den LAGRANGE'schen Differentialgleichungen gewonnenen Bewegungsgleichungen, welche sich auf Seite 145 niedergelegt finden. Zu dem Zwecke hat man nur zunächst die Glieder der rechten Seite, mit Ausnahme von D_1 auf die linke Seite zu bringen und die Glieder mit dem Factor φ_1'' zusammenzufassen. Dann erhält man:

$$[m_1(\varkappa_1^2 + r_1^2) + m_2 l_1^2] \cdot \varphi_1'' + m_2 l_1 r_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'' - m_2 l_1 r_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'^2 = D_1 .$$

Nun ist $m_1(\varkappa_1^2 + r_1^2) + m_2 l_1^2$ das Trägheitsmoment des reducirten Oberarmsystems in Bezug auf die Schulteraxe. Bezeichnet man, wie früher, den zugehörigen Trägheitsradius mit λ_1, so kann man also dieses Trägheitsmoment kurz in der Form $m_0 \lambda_1^2$ schreiben. Ferner ist $m_2 r_2 = m_0 c_2$, da c_2 den Abstand des Schwerpunktes S_2 des reducirten Unterarmsystems (Hauptpunkt von Unterarm plus Hand) von $\mathfrak{E}$ bedeutet und die Masse m_1 des Oberarms bei diesem reducirten System in den Punkt $\mathfrak{E}$ verlegt zu denken ist. Setzt man dies ein, so erhält man in der That:

$$m_0 \lambda_1^2 \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'' - m_0 l_1 c_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \varphi_2'^2 = D_1 .$$

Zum Zwecke der elementaren Ableitung der zweiten Bewegungsgleichung wollen wir zunächst wieder den einfachen Fall der Dreh-

ung eines Körpers um eine feste Axe (Figur 10 auf Seite 150), in Betracht ziehen, wobei zur Vereinfachung der Aufgabe dieselben Voraussetzungen wie früher zutreffen sollen, so z. B. die, dass die Axe eine Hauptträgheitsaxe des Punktes $\mathfrak{A}$ darstellt, dass der Schwerpunkt S in der zur Axe senkrechten Ebene durch $\mathfrak{A}$ liegt, u. s. w. Wir fanden, dass bei der Einwirkung einer im Punkte $\mathfrak{P}$ angreifenden und in der zur Axe senkrechten Schwerpunktsebene liegenden Kraft K, welche dem Körper eine Winkelbeschleunigung von der Grösse φ'' ertheilt, im Punkte $\mathfrak{A}$ der Axe eine Reactionskraft R auftritt, welche sich aus den beiden Componenten $-K$ und $mr\varphi''$ (Figur 12 auf Seite 151) zusammensetzt. Fasst man die beiden Reactionscomponenten als äussere Kräfte auf, so kann man den Körper als vollständig frei beweglich und unter der Wirkung der drei Kräfte K, $-K$, $mr\varphi''$ stehend ansehen, von denen die erstere in $\mathfrak{P}$ und die beiden letzteren in $\mathfrak{A}$ angreifen. Diese drei Kräfte wirken dann auf den Schwerpunkt S so, als ob sie direct in ihm angriffen und die im Schwerpunkte concentrirte Gesammtmasse m fortzubewegen hätten. Da K und $-K$ sich gegenseitig vernichten, so wirkt also nur noch die Kraft von der Grösse $mr\varphi''$ auf denselben und ertheilt ihm, wie man aus dem Werthe der Kraft sofort erkennt, die lineare Beschleunigung $r\varphi''$. Andererseits verursachen die drei äusseren Kräfte eine Drehung des Körpers um den Schwerpunkt. Die Drehungsmomente der beiden entgegengesetzt gleichen Kräfte K und $-K$ setzen sich zu dem Moment des von ihnen gebildeten Kräftepaares zusammen — dasselbe sei D —, und das Drehungsmoment der Kraft $mr\varphi''$ in Bezug auf den Schwerpunkt ist $mr\varphi''\cdot r$, weil dieselbe an dem Hebelarm r senkrecht zu $S\mathfrak{A}$ wirkt. Da diese Kraft die entgegengesetzte Drehung wie das Kräftepaar $(K, -K)$ hervorbringen will, so ist ihr Drehungsmoment negativ in Rechnung zu bringen, wenn man D positiv rechnet. Ist $\varkappa$ der Trägheitsradius des Körpers in Bezug auf die zur Umdrehungsaxe parallele Schwerpunktsaxe, so erhält man infolge dessen die Bewegungsgleichung

$$m\varkappa^2\cdot\varphi'' = D - mr\varphi''\cdot r\,.$$

Dies ist aber genau dieselbe Bewegungsgleichung, die man erhält, wenn man die Axe als fest annimmt und nur die äussere Kraft K einwirken lässt. Man hat nämlich in diesem Falle die Beziehung: Das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Drehungsaxe,

multiplicirt mit der Winkelbeschleunigung, ist gleich dem Drehungsmoment der Kraft in Bezug auf die Drehungsaxe. Das letztere ist nun gleich dem Moment D des vorhin betrachteten Kräftepaares $(K, -K)$, und das Trägheitsmoment besitzt die Grösse $m(\varkappa^2 + r^2)$. Die Bewegungsgleichung lautet daher

$$m(\varkappa^2 + r^2) \cdot \varphi'' = D.$$

Man braucht nur in der Gleichung auf Seite 157 das zweite Glied auf der rechten Seite nach der linken zu bringen, um die vollständige Uebereinstimmung jener mit dieser einzusehen.

Die Methode, einen um eine Axe drehbaren Körper als frei beweglich anzusehen und dafür die Reactionskräfte der Axe als äussere Kräfte für den Körper aufzufassen, lässt sich nun mit Vortheil verwenden, um die zweite der beiden Bewegungsgleichungen des in Betracht gezogenen Gliedersystems auf elementarem Wege abzuleiten.

Fasst man das System Unterarm plus Hand als frei beweglich auf, so wirken auf dasselbe ausser den direct an ihm angreifenden Kräften zunächst die in $\mathfrak{E}$ angreifenden Reactionscomponenten, welche diesen Kräften entgegengesetzt gleich sind; dieselben setzen sich mit den ursprünglichen Kräften zu Kräftepaaren zusammen. Ferner wirkt auf das System die in $\mathfrak{E}$ angreifende Reactionscomponente $m_2 r_2 \varphi_2''$, welche den Winkel φ_2 zu verkleinern strebt; dieselbe ist also negativ zu rechnen. Da der Angriffspunkt dieser Reactionscomponente um die Strecke r_2 vom Schwerpunkte S_2 entfernt ist, und da ihre Richtung senkrecht auf der Richtung von $S_2\mathfrak{E}$ steht, so ist ihr Drehungsmoment in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch den Schwerpunkt S_2 gleich $-m_2 r_2 \varphi_2'' \cdot r_2$. Weiterhin übt, wie früher (Seite 153) auseinandergesetzt worden ist, der Oberarm infolge seiner Winkelbeschleunigung φ_1' mit seinem Ellbogenende einen Druck von der Grösse $m_2 l_1 \varphi_1''$ auf das System Unterarm plus Hand aus. Diese Druckkraft sucht ebenfalls den Winkel φ_2 zu verkleinern; sie greift in der Entfernung r_2 vom Schwerpunkte S_2 an und besitzt eine Richtung, welche von der zu $S_2\mathfrak{E}$ senkrechten Richtung um den Winkel $\varphi_2 - \varphi_1$ abweicht. Das Drehungsmoment dieses Druckes in Bezug auf die Schwerpunktsaxe ist daher $-m_2 l_1 \varphi_1'' \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot r_2$.

Endlich zwingt, infolge der Kreisbewegung des Punktes $\mathfrak{E}$ der Ellbogenaxe um den Schultergelenkmittelpunkt, der Oberarm dem

Massensystem Unterarm plus Hand eine lineare Beschleunigung in der Richtung 𝔈𝔖 der Oberarmlängsaxe auf, welche gleich der Centripetalbeschleunigung des Punktes 𝔈 bei seiner Drehung um 𝔖 ist. Die Grösse dieser Centripetalbeschleunigung ist bei der Winkelgeschwindigkeit φ_1' des Oberarms: $l_1 \varphi_1'^2$. Um dem System Unterarm plus Hand diese lineare Beschleunigung zu ertheilen, ist aber eine Kraft von der Grösse $m_2 l_1 \varphi_1'^2$ erforderlich. Der Oberarm muss daher mit seinem Ellbogenende auf das System Unterarm plus Hand noch einen Druck von dieser Grösse in der Richtung 𝔈𝔖 ausüben[1]). Das Drehungsmoment dieser Druckkraft in Bezug auf die Axe durch den Schwerpunkt S_2 ist $-m_2 l_1 \varphi_1'^2 \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot r_2$, wobei das negative Zeichen dem Umstande entspricht, dass sie den Winkel φ_2 zu verkleinern strebt.

Von den äusseren Kräften sind nur die Spannungen der Muskeln in Betracht zu ziehen, welche am System Unterarm plus Hand ansetzen. Für jeden derartigen Muskel setzt sich die direct am System angreifende Muskelkraft mit der in 𝔈 angreifenden entgegengesetzt gleichen Reactionscomponente zu einem Kräftepaar zusammen, dessen Moment in den früheren Auseinandersetzungen mit D_2 bezeichnet worden ist. Wirken mehrere Muskeln gleichzeitig auf das System Unterarm plus Hand ein, so ist unter D_2 die Summe der Momente von allen zu den Muskeln gehörenden Kräftepaaren zu verstehen.

Die Summe aller dieser Drehungsmomente muss nun gleich sein dem Product aus dem Trägheitsmoment des starren Systems Unterarm plus Hand in Bezug auf die zur Ellbogenaxe parallele Axe durch den Schwerpunkt S_2 und der Winkelbeschleunigung φ_2''.

Demnach lautet die zweite Bewegungsgleichung:

$$m_2 \varkappa_2^2 \cdot \varphi_2'' = D_2 - m_2 r_2 \varphi_2'' \cdot r_2 - m_2 l_1 \varphi_1'' \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot r_2 \\ - m_2 l_1 \varphi_1'^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot r_2 .$$

Um die Identität dieser Gleichung mit der zweiten Bewegungs-

1) Nach dem Princip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung muss dann natürlich auch umgekehrt das System Unterarm plus Hand in der Richtung 𝔖𝔈 mit der Stärke $m_2 l_1 \varphi_1'^2$ auf den Oberarm drücken. Diese Druckkraft brauchte aber bei der Aufstellung der ersten Bewegungsgleichung deshalb nicht mit in Betracht gezogen zu werden, weil ihre Richtung die Schulteraxe schneidet und ihr Drehungsmoment in Bezug auf diese Axe infolge dessen den Werth Null besitzt.

gleichung auf Seite 145 nachzuweisen, braucht man nur wieder alle Glieder, ausser D_2, auf die linke Seite zu bringen und die beiden mit dem Factor φ_2'' zusammenzufassen. Man erhält dann

$$m_2(\varkappa_2^2+r_2^2)\cdot\varphi_2''+m_2l_1r_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)\cdot\varphi_1''+m_2l_1r_2\sin(\varphi_2-\varphi_1)\cdot\varphi_1'^2=D_2.$$

Dabei ist $m_2(\varkappa_2^2+r_2^2)$ das Trägheitsmoment vom System Unterarm plus Hand und infolge dessen auch zugleich vom reducirten Unterarmsystem in Bezug auf die Ellbogenaxe; denn bei letzterem System ist die Masse des ganzen Oberarms in die Ellbogenaxe verlegt zu denken und kann daher keinen Einfluss auf die Grösse des Trägheitsmomentes in Bezug auf diese Axe ausüben. Da der zugehörige Trägheitsradius des reducirten Unterarmsystems mit λ_2 bezeichnet worden ist, so kann man an Stelle von $m_2(\varkappa_2^2+r_2^2)$ auch $m_0\lambda_2^2$ setzen. Berücksichtigt man weiterhin wieder, dass $m_2r_2=m_0c_2$ ist, so folgt aus der obigen Gleichung in der That:

$$m_0\lambda_2^2\cdot\varphi_2''+m_0l_1c_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)\cdot\varphi_1''+m_0l_1c_2\sin(\varphi_2-\varphi_1)\cdot\varphi_1'^2=D_2.$$

Diese und die zugehörige Bewegungsgleichung auf Seite 156, in denen die Winkel, Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsbeschleunigungen auf den Rumpf bezogen sind, kann man nun ohne Mühe auf die andere Form bringen, bei welcher der Drehungswinkel φ_1 im Schultergelenk in Verbindung mit dem Beugungsmittel ψ des Ellbogengelenks, sowie die Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsbeschleunigungen in diesen beiden Gelenken vorkommen. Man hat nur zu beachten, dass

$$\varphi_2=\varphi_1+\psi;\quad \varphi_2'=\varphi_1'+\psi'\quad\text{und}\quad \varphi_2''=\varphi_1''+\psi''$$

ist. Setzt man diese Werthe in die beiden Bewegungsgleichungen ein, so ergiebt sich nach entsprechender Ordnung der einzelnen Glieder:

$$m_0(\lambda_1^2+l_1c_2\cos\psi)\cdot\varphi_1''+m_0l_1c_2\cos\psi\cdot\psi''-m_0l_1c_2\sin\psi\cdot(\varphi_1'+\psi')^2=D_1$$

$$m_0\lambda_2^2\cdot\psi''+m_0(\lambda_2^2+l_1c_2\cos\psi)\cdot\varphi_1''+m_0l_1c_2\sin\psi\cdot\varphi_1'^2=D_2.$$

Diese beiden Gleichungen sind zusammen äquivalent den beiden auf exactem Wege abgeleiteten Bewegungsgleichungen auf Seite 147. Es sind nur bei jenem Paare nicht die beiden, soeben abgeleiteten, Gleichungen selbst angeführt, sondern an Stelle der ersten steht die

Summe dieser beiden. Bei Addition derselben erhält man nämlich nach Entwickelung des Quadrates von $\varphi_1' + \psi'$ die Gleichung:

$$m_0(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2l_1c_2\cos\psi)\cdot\varphi_1'' + m_0(\lambda_2^2 + l_1c_2\cos\psi)\cdot\psi'' \\ - 2m_0l_1c_2\sin\psi\cdot\varphi_1'\psi' - m_0l_1c_2\sin\psi\cdot\psi'^2 = D_1 + D_2\,.$$

Aus jedem der beiden Paare von Bewegungsgleichungen müssen sich nun alle Einzelheiten des Bewegungsvorganges ableiten lassen.

Trotzdem die Bedeutung der Bewegungsgleichungen leichter zu verstehen ist, wenn man sich auf die Form bezieht, in welcher die Drehungswinkel, Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsbeschleunigungen beider Glieder relativ zum Rumpfe genommen sind, so sollen für die weitere Discussion doch die aus jenen abgeleiteten Bewegungsgleichungen verwendet werden, in denen die Drehung des starren Systems Unterarm plus Hand auf den Oberarm bezogen ist. Man trägt damit, wie schon gesagt, dem anatomischen Gebrauche Rechnung und gewinnt dadurch auf der anderen Seite den Vortheil, die Endresultate besser verstehen zu können. Es liegt der directen Anschauung näher, bei der Veränderung einer Gliederstellung auf die Drehungen in den Gelenken zu achten, als die Drehungen sämmtlicher Glieder auf einen entfernteren Körpertheil, wie den Rumpf, oder gar auf den als ruhend gedachten Raum zu beziehen.

Wir werden daher von nun an nur von dem Gleichungenpaar auf Seite 160, und eventuell von der aus ihnen durch Addition abgeleiteten Gleichung auf der vorliegenden Seite Gebrauch machen.

Ein Muskel ändert im Verlaufe seiner Contraction in Folge der Aenderung der Gelenkstellungen seine Einwirkung auf die einzelnen Glieder im Allgemeinen fortwährend. Wenn sich z. B. der M. brachialis contrahirt, so wird er bei gleicher Kraftentwickelung andere Drehungen im Ellbogengelenk und Schultergelenk hervorbringen, wenn der Arm vor der Contraction gestreckt, als wenn er stark gebeugt war. Dies lehrt die blosse Ueberlegung; man braucht nur zu beachten, dass der Muskel im letzteren Falle ganz anderer Lagerung der Massen gegenübersteht, als im ersteren Falle. Dies lehren ferner die eingangs beschriebenen Versuche. Dies lehrt ein Blick auf die Bewegungsgleichungen, bei denen die Grösse des Beugungswinkels ψ im Ellbogengelenk eine bestimmende Rolle spielt.

Zum Verständniss der Leistungen eines Muskels ist es nun von der grössten Wichtigkeit, zu wissen, in welcher Weise die einzelnen Glieder von der Ruhe aus bei den verschiedenen Gelenkstellungen ihre Bewegung beginnen, wenn der Muskel sich contrahirt. Diese Frage ist es, welche man beantworten will, wenn man z. B. sagt: »bei der Gelenkstellung wirkt der Muskel streckend, bei der Stellung dagegen beugend auf das Gelenk ein«. Genau genommen darf man für diese Untersuchung immer nur ein ganz kleines Stück der Bewegung in Betracht ziehen; denn der Muskel sieht sich gewöhnlich schon nach einer geringen Stellungsänderung der Glieder anderen Verhältnissen gegenüber. Es kommt dabei, wenn der Muskel nur auf ein Gelenk wirken kann, weniger auf die Schnelligkeit der Bewegung an — diese kann durch geringere oder stärkere Spannung des Muskels verändert werden —, als vielmehr auf den Drehungssinn der Gelenkbewegung — dieser wird im Allgemeinen von der Grösse der Muskelspannung nicht beeinflusst. Wirkt der Muskel auf zwei Gelenke bewegend ein, so kommt ausser dem Drehungssinn der beiden Gelenkbewegungen auch nur das Verhältniss ihrer Drehungsgrössen, bezüglich nur das Verhältniss der erlangten Drehungsgeschwindigkeiten, in Betracht, nicht aber ihre absolute Grösse. Denn diese Verhältnisse sind im Allgemeinen ebenfalls von der Grösse der Muskelspannung unabhängig. Wenn man gefunden hat, dass von einer bestimmten Gelenkstellung aus ein Armmuskel bei seiner Contraction eine dreimal so grosse Drehung im Ellbogengelenk bewirkt als im Schultergelenk, so wird zwar bei doppelter Spannung die in derselben Zeit stattfindende Drehung im Ellbogengelenk wie im Schultergelenk im Allgemeinen jetzt doppelt so gross ausfallen, dagegen wird das Verhältniss beider Drehungen immer noch den Werth 3 : 1 besitzen.

Die in einer sehr kleinen Zeit den einzelnen Gliedern aus der Ruhe ertheilten Drehungsgeschwindigkeiten und die Drehungswinkel selbst sind nun proportional den Drehungsbeschleunigungen, welche der Muskel hervorruft; denn für eine sehr kleine Zeit können die letzteren als constant aufgefasst werden. Es wird daher das Verhältniss der Drehungen im Schultergelenk und Ellbogengelenk im Anfang der Contraction eines Armmuskels aus der Ruhe für irgend welche Gelenkstellungen durch das Verhältniss $\varphi_1'' : \psi''$ der beiden Drehungsbeschleunigungen gemessen.

Der Werth dieses Verhältnisses kann aus den beiden Bewegungsgleichungen auf Seite 160 ohne Mühe berechnet werden. Da die Bewegung aus der Ruhe untersucht werden soll, so sind die Drehungsgeschwindigkeiten φ_1', ψ', welche im Moment der Einwirkung des Muskels schon vorhanden sein sollen, für diesen Zweck gleich Null anzunehmen. Dadurch vereinfachen sich die beiden Gleichungen wesentlich. Man hat nur noch

$$m_0(\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' + m_0 l_1 c_2 \cos\psi \cdot \psi'' = D_1$$
$$m_0(\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi) \cdot \varphi_1'' + m_0 \lambda_2^2 \cdot \psi'' = D_2 .$$

Dieselben stellen zwei Gleichungen für die zu bestimmenden Grössen φ_1'', ψ'' dar. Ihre Auflösung ergiebt zunächst

$$\varphi_1'' = \frac{1}{m_0} \cdot \frac{D_1 \cdot \lambda_2^2 - D_2 \cdot l_1 c_2 \cos\psi}{[\lambda_1 \lambda_2]^2 - [l_1 c_2 \cos\psi]^2}$$
$$\psi'' = \frac{1}{m_0} \cdot \frac{D_2(\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos\psi) - D_1(\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi)}{[\lambda_1 \lambda_2]^2 - [l_1 c_2 \cos\psi]^2},$$

und hieraus folgt für das Verhältniss beider Grössen, wenn man gleichzeitig Zähler und Nenner durch D_2 dividirt:

$$\frac{\varphi_1''}{\psi''} = \frac{\frac{D_1}{D_2} \cdot \lambda_2^2 - l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + l_1 c_2 \cos\psi - \frac{D_1}{D_2}(\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi)} .$$

Aus dem Ausdruck für diesen Quotienten ist ersichtlich, dass das Drehungsverhältniss in beiden Gelenken nicht von der Grösse, sondern nur von dem Verhältniss der Massen der beiden Gliederabschnitte abhängt; denn die Grössen λ_1, λ_2, l_1 und c_2 ändern sich nur, wenn das Massenverhältniss ein anderes wird. Es geht ferner aus dem Ausdruck klar hervor, dass das Drehungsverhältniss auch nicht von dem absoluten Werthe der Muskelspannung abhängt; denn die beiden Drehungsmomente sind proportional der Muskelspannung. Wird diese verdoppelt, so verdoppeln sich auch die Werthe von D_1 und D_2; ihr Verhältniss bleibt dagegen unverändert. Das Verhältniss $\frac{D_1}{D_2}$ ist allein von der Lage der Insertionsstellen abhängig, denn die bei beiden als Factor auftretende Muskelspannung hebt sich fort.

Da bei der Aufstellung des obigen Quotienten über die Grösse von D_1 und D_2 gar keine Voraussetzungen gemacht worden sind, so gilt dieser Ausdruck für alle Arten von Muskeln, welche drehend auf die Theile des Armes einwirken.

Handelt es sich nun ausschliesslich um solche Muskeln, welche ihren Ursprung am Oberarm und ihren Ansatz am starren System Unterarm plus Hand besitzen, so erfährt der Quotient noch eine bemerkenswerthe Vereinfachung. Für diese Muskeln sind nämlich, wie schon mehrfach angeführt worden ist, die beiden Drehungsmomente entgegengesetzt gleich. Man hat daher für das Verhältniss derselben stets den Werth -1. Setzt man nun $\frac{D_1}{D_2} = -1$ in die obige Gleichung ein, so ergiebt sich

$$\frac{\varphi_1''}{\psi''} = -\frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi}.$$

Es besitzt daher im Allgemeinen dieses Verhältniss für jede Grösse des Beugungswinkels ψ im Ellbogengelenk einen bestimmten endlichen Werth.

Da in dem Ausdruck auf der rechten Seite ausser den constanten Längen λ_1, λ_2, l_1, c_2 nur noch der Beugungswinkel ψ des Ellbogengelenks, nicht aber der Drehungswinkel φ_1 des Schultergelenks und vor allen Dingen nicht die Drehungsmomente des Muskels vorkommen, so liegt hierin der wichtige Satz theoretisch begründet:

Satz: Bei alleiniger Contraction eines oder mehrerer Beuge- oder Streckmuskeln, welche ihren Ursprung am Oberarm nehmen und an dem als starr aufgefassten System Unterarm plus Hand ansetzen, wird im Allgemeinen nicht nur eine Bewegung im Ellbogengelenk, sondern auch eine solche im Schultergelenk hervorgerufen, trotzdem die Muskeln gar nicht über das Schultergelenk hinwegziehen; dabei ist das Verhältniss der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk, welche die Muskeln bei irgend welchen Gelenkstellungen von der Ruhe aus im Anfang ihrer Contraction verursachen, ganz unabhängig von der Lage der Insertionsstellen der Muskeln; der

Werth dieses Verhältnisses wird allein durch die Beugestellung im Ellbogengelenk bestimmt.

Dass das Verhältniss der beiden Gelenkbewegungen nicht auch durch die Stellung im Schultergelenk, über welches die Muskeln gar nicht hinwegziehen, beeinflusst wird, liess sich voraussagen.

Da für $\psi = 0$ bis zu $\psi = 90^\circ$ der Werth von $\cos\psi$ positiv ist, und da auch die vier in dem Ausdruck für $\frac{\varphi_1''}{\psi''}$ auftretenden Längen positive Werthe besitzen, so erkennt man weiterhin, dass infolge des vor dem Quotienten stehenden negativen Vorzeichens das Drehungsverhältniss von der Streckstellung ($\psi = 0$) an bis mindestens zu der rechtwinkligen Beugestellung ($\psi = 90^\circ$) des Ellbogengelenks negativ ist. Daraus folgt, dass für diese und alle zwischenliegenden Gelenkstellungen die beiden Drehungen zu Anfang der Muskelcontraction in entgegengesetztem Drehungssinn verlaufen. Wirken nur Beugemuskeln des Ellbogengelenks, oder überwiegen die Drehungsmomente der Beugemuskeln über die der sich etwa zugleich contrahirenden Streckmuskeln, so findet Beugung im Ellbogengelenk mit gleichzeitiger Rückwärtsdrehung im Schultergelenk statt. Contrahiren sich dagegen nur Streckmuskeln, oder überwiegen die Drehungsmomente derselben über die der sich gleichzeitig contrahirenden Beugemuskeln, so findet Streckung im Ellbogengelenk mit gleichzeitiger Vorwärtsdrehung im Schultergelenk statt.

Geht die Haltung des Armes über die rechtwinklige Beugestellung im Ellbogengelenk hinaus, so wird $\psi > 90^\circ$. Es nimmt dann $\cos\psi$ einen negativen Werth an. Zähler und Nenner des Verhältnisses bleiben aber zunächst noch positiv; der Zähler wird nur kleiner wie λ_2^2 und der Nenner kleiner wie $\lambda_1^2 + \lambda_2^2$, Werthe, welche dieselben für $\psi = 90^\circ$ eingenommen haben. Es kann aber bei weiter wachsendem ψ vorkommen, dass das Glied $l_1 c_2 \cos\psi$ so stark negativ wird, dass der Zähler den Werth Null annimmt. Wenn dann nicht auch der Nenner Null wird, was ausgeschlossen ist, so lange λ_1 und λ_2 von einander verschieden sind, so wird in diesem Falle der Werth des Drehungsverhältnisses selbst Null, d. h. es findet von der betreffenden Gelenkstellung aus nur Bewegung im Ellbogengelenk, aber keine Drehung im Schultergelenk statt. Der Beugungswinkel ψ_e des

Ellbogengelenks, bei welchem dieser Fall eintritt, ist charakterisirt durch die Beziehung

$$\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cdot \cos \psi_e = 0 .$$

Für den Cosinus dieses ausgezeichneten Beugungswinkels ergiebt sich hieraus

$$\cos \psi_e = -\frac{\lambda_2^2}{l_1 c_2} .$$

Aus dem negativen Zeichen ist zu ersehen, dass der Winkel ψ_e grösser wie 90° sein muss. Die Entscheidung, ob die zum Werthe von ψ_e gehörende Beugestellung überhaupt angenommen werden kann, lässt sich erst treffen, nachdem man für λ_2, l_1 und c_2 die Werthe eingesetzt hat.

Endlich wäre der Fall nicht ausgeschlossen, dass für einen bestimmten Beugungswinkel der Nenner des Drehungsverhältnisses den Werth Null annimmt. Dem würde ein unendlich grosser Werth des Drehungsverhältnisses entsprechen; das heisst aber nichts anderes als, in diesem Falle würde bei der Contraction der Muskeln nur Drehung im Schultergelenk, aber keine Drehung im Ellbogengelenk vor sich gehen. Bezeichnet man den Winkel, für welchen dies eintritt, mit ψ_s, so hat man zur Bestimmung von $\cos \psi_s$ die Formel:

$$\cos \psi_s = -\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2 l_1 c_2} .$$

Auch dieser Winkel müsste also grösser wie 90° sein. Ob die durch ihn charakterisirte Beugestellung im Ellbogengelenk überhaupt eingenommen werden kann, dies lässt sich ebenfalls erst unter Berücksichtigung der bestimmten Werthe für λ_1, λ_2, l_1, c_2 entscheiden.

Es sind die Werthe dieser Constanten absichtlich bisher weder in die Bewegungsgleichungen, noch in die aus ihnen abgeleiteten Resultate eingesetzt worden, weil diese Gleichungen und Formeln in ihrer unbestimmten Form nicht allein den Verhältnissen des unbelasteten menschlichen Armes entsprechen, sondern auch denen des belasteten Armes und überhaupt aller Systeme von zwei durch ein Charniergelenk mit einander verbundenen Gliedern, von welchen das eine um eine zur Charnieraxe parallele feste Axe drehbar ist. Ausserdem kann man nur aus der unbestimmten Form erkennen, ob manche Resultate individuellen Schwankungen unterworfen sein werden, oder ob sie allgemeine Gültigkeit besitzen.

Es ist an einer früheren Stelle schon betont worden, dass zwar die Gesammtmasse des Armes bei verschiedenen Individuen ganz verschieden ausfallen wird, dass dagegen das Massenverhältniss der einzelnen Armabschnitte bei normalen Menschen im Grossen und Ganzen das gleiche sein wird. Daraus folgt, dass die Trägheitsradien λ_1, λ_2 und die Hauptstrecke c_2, welche ausser von den Längen der Glieder nur von dem Verhältniss der Massen von Oberarm einerseits und dem System Unterarm plus Hand andererseits abhängen, für alle Individuen von gleicher Armlänge dieselbe Grösse besitzen werden. Natürlich kann dieser Satz nur so lange Gültigkeit besitzen, als die Armtheile nicht durch fremde Massen beschwert sind. Ein in der Hand gehaltenes Gewicht würde sofort die Masse des Unterarms vergrössern und das Massenverhältniss der Armabschnitte verändern. Aus dem Zusammenhang der drei Grössen λ_1, λ_2, c_2 mit den Dimensionen des Armes folgt weiter, dass dieselben bei entsprechender Massenvertheilung proportional mit der Länge des Arms wachsen und abnehmen, dass also z. B. die Verhältnisse derselben zu der Länge l_1 des Oberarms ebenfalls individuellen Schwankungen fast nicht ausgesetzt sind.

Dividirt man in dem Ausdruck für das Drehungsverhältniss von Schulter- und Ellbogengelenk auf Seite 164 Zähler und Nenner durch l_1^2, so wird dadurch der Werth des Quotienten natürlich nicht geändert; der letztere nimmt aber dann die Form an:

$$-\frac{\left(\frac{\lambda_2}{l_2}\right)^2 + \frac{c_2}{l_1} \cdot \cos\psi}{\left(\frac{\lambda_1}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_2}{l_1}\right)^2 + 2\frac{c_2}{l_1} \cdot \cos\psi}.$$

Daraus erkennt man, dass das Drehungsverhältniss in Wirklichkeit nicht von den absoluten Grössen von λ_1, λ_2, c_2, l_1 abhängt, sondern nur von den Verhältnissen der drei ersten zu dem letzten. Nach den obigen Auseinandersetzungen folgt hieraus wiederum der

Satz: Das Verhältniss der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk, welche ein allein zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand sich erstreckender Muskel im Anfang seiner Contraction aus der Ruhe bei den verschiedenen Beugestellungen im Ellbogen-

gelenk hervorbringt, ist bei unbelastetem Arm entweder gar keinen oder doch jedenfalls nur sehr geringen individuellen Schwankungen unterworfen.

Es lassen sich daher die diesbezüglichen Resultate, welche man für einen bestimmten Arm abgeleitet hat, ohne Weiteres als für die Arme sämmtlicher Menschen gültig annehmen.

Es geht ferner daraus hervor, dass man berechtigt ist, die Drehungen an einem Modell zu studiren, welches ganz andere Massen und ganz andere Dimensionen in seinen Theilen besitzt, als der Arm selbst, wenn nur einerseits das Verhältniss der Massen und andererseits das Verhältniss der Längen und Trägheitsradien der beiden Glieder des Modells gleich den entsprechenden Verhältnissen der beiden Abschnitte des Armes sind. —

Bisher hatten wir vorausgesetzt, dass vor der Contraction der Muskeln die Abschnitte des Armes sich zu einander und relativ zum Rumpfe in Ruhe befinden. Wir gewannen unter dieser Voraussetzung einen Einblick in die Wirkung der in Frage stehenden Muskeln zu Anfang der Contraction, d. h. über den Anfang der Drehungen, welche durch die Contraction hervorgerufen werden. Es ist damit aber noch keineswegs das Gesetz erkannt, welches die Drehungen in den beiden Gelenken befolgen, wenn der Muskel sich während einer endlichen Zeit contrahirt und dadurch fortwährend neue Bewegungsimpulse auf die beiden Armtheile ausübt. Ja es ist sogar dadurch noch nicht einmal ermittelt, wie diese Drehungen sich fortsetzen würden, wenn der Muskel thatsächlich nur einen einzigen Impuls ausüben würde, und dann das System sich selbst überlassen bliebe. Es würden nämlich auch in diesem letzten Falle die Drehungsgeschwindigkeiten in den beiden Gelenken nicht unverändert beibehalten werden können. Denn durch die bei der Drehung der beiden Armabschnitte auftretenden Centrifugalkräfte und durch die in der Axe des Schultergelenks sich geltend machenden Reactionskräfte werden die beiden Drehungsgeschwindigkeiten beeinflusst. Die Drehungsbeschleunigungen, welche allein von diesen Kräften herrühren, könnte man ebenfalls aus den Bewegungsgleichungen auf Seite 160 erhalten, indem man in denselben die Drehungsmomente D_1 und D_2 gleich Null setzte, nicht aber die Drehungsgeschwindigkeiten φ_1', ψ', und nun die beiden Gleichungen nach den unbekannten

Drehungsbeschleunigungen φ_1'' und ψ'' auflöste. Da dies vorläufig von untergeordnetem Interesse ist, so soll diese Rechnung, welche sich übrigens ohne Mühe ausführen lässt, an dieser Stelle nicht angeführt werden.

Aus den soeben angestellten Betrachtungen geht hervor, dass die Drehungsbeschleunigungen, welche ein Muskel in den beiden Gelenken hervorbringt, andere sein werden, wenn bei der Contraction der ganze Arm schon in Bewegung ist, als wenn die Contraction von ruhender Haltung des Armes ausgeht. Die Grösse der diesem allgemeineren Falle entsprechenden Drehungsbeschleunigungen wird man durch Auflösen der beiden Bewegungsgleichungen auf Seite 160 nach φ_1'', ψ'' erhalten, wenn man keiner in denselben auftretenden Grösse den speciellen Werth Null ertheilt. Auch dies lässt sich ohne Mühe ausführen.

Die Angabe der aus dieser letzteren Rechnung folgenden Resultate soll auch vorläufig unterbleiben. Selbst wenn man mit Hilfe der resultirenden Formeln die Grössen der Drehungsbeschleunigungen, bezüglich deren Verhältnis, für alle möglichen Beugestellungen und alle möglichen Anfangsgeschwindigkeiten berechnet hätte, so würde man dadurch doch noch keinen genügenden Einblick in den Verlauf der Bewegung bei andauernder Contraction des Muskels gewonnen haben. Denn dies setzte voraus, dass man wüsste, welche Drehungsgeschwindigkeiten thatsächlich in jedem Moment der Bewegung vorhanden sind. Diese Geschwindigkeiten können, wenn einmal die Bewegung eingeleitet ist, nicht mehr willkürlich angenommen werden; sie sind ein Product der Drehungsbeschleunigungen, welche der Muskel bei fortgesetzter Contraction in den aufeinanderfolgenden Momenten den Gliederabschnitten ertheilt. Wie also einerseits die Drehungsbeschleunigungen selbst durch die Drehungsgeschwindigkeiten beeinflusst werden, so hängen andererseits die letzteren wieder von den ersteren ab. Die beiden Bewegungsgleichungen auf Seite 160 können geradezu als der Ausdruck für diese gegenseitige Abhängigkeit von Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsbeschleunigungen aufgefasst werden. Da nun beide Grössen durch die Kraftäusserung der Muskeln verursacht werden, so muss es infolge dieser gegenseitigen Beziehung möglich sein, die Drehungsgeschwindigkeiten allein aus den Drehungsmomenten der Muskeln abzuleiten. Dazu ist jedoch

nöthig, dass man dem stetigen Wechsel der Drehungsgeschwindigkeiten zu folgen vermag. Dies ist aber nur möglich mit Hülfe der Methoden der Differential- und Integralrechnung. In der Sprache der Mathematik ausgedrückt, stellen die erstrebten Beziehungen zwischen Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsmomenten die Integrale der auf Seite 160 niedergelegten Beziehungen zwischen Drehungsbeschleunigungen, Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungsmomenten der Kräfte dar. Auch die Beziehung zwischen dem Verhältniss der beiden Drehungsgeschwindigkeiten im Schulter- und Ellbogengelenk lässt sich nicht auf elementarem Wege ableiten, sondern nur auf dem Wege der Integration. Es muss daher von Denjenigen, welche die mächtigen Waffen, die die Differential- und Integralrechnung zur Erforschung der stetigen Naturvorgänge darbieten, nicht zu gebrauchen wissen, das schliessliche Resultat als etwas Gegebenes hingenommen werden. Dasselbe findet sich in den früheren Entwicklungen auf exactem Wege schon abgeleitet und auf Seite 149 niedergelegt. Es lautet:

Satz: Bei der Bewegung, welche ein allein zwischen Oberarm und dem starren System Unterarm plus Hand hinziehender Muskel von der Ruhe aus dem im Ellbogengelenk gegliederten Arm ertheilt, wird das Verhältniss der Drehungsgeschwindigkeiten φ_1' und ψ' im Schulter- und Ellbogengelenk während des ganzen Verlaufes der Bewegung durch den Quotient

$$-\frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi}$$

gemessen.

Es gilt also der früher für den Anfang der Bewegung gefundene Satz für den ganzen Verlauf der Gliederbewegung, ein Resultat, welches keineswegs von vorn herein selbstverständlich war. Das Resultat ist um so überraschender, als jener Satz zur Voraussetzung hatte, dass zur Zeit der Contraction keine Drehungsgeschwindigkeiten vorhanden waren, während im Verlaufe der fortdauernden Contraction, mit Ausnahme des Anfangs, der Muskel fortwährend Drehungsgeschwindigkeiten bei beiden Gliederabschnitten vorfindet.

Die einzige Voraussetzung für dieses Resultat ist die, dass vor der Contraction der Arm sich in Ruhe befand; die Stellung, welche

er vor der Contraction eingenommen hat, ist dabei ganz gleichgültig. Wenn z. B. der Arm aus der rechtwinkligen Beugestellung des Ellbogengelenks ($\psi = 90°$) heraus gebeugt oder gestreckt wird, so wird das Verhältniss der Drehungsgeschwindigkeiten, welche sich zu Anfang im Schulter- und Ellbogengelenk einstellen, genau das gleiche sein, als ob der Arm von einer geringeren Beugestellung aus gebeugt oder von einer grösseren Beugestellung aus gestreckt wird, und nun gerade die rechtwinklige Beugestellung passirt.

Dieses Resultat bringt noch eine andere wichtige Erkenntniss.

Wir sahen früher, dass das Verhältniss der Anfangsgeschwindigkeiten, mit welchen die Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk vor sich gehen, von der Spannung und den Insertionsstellen des Muskels ganz unabhängig war, so lange es sich nur um Muskeln handelte, welche am Oberarm, aber nicht ausserhalb des Armes ihren Ursprung nahmen. Jetzt haben wir erkannt, dass auch das Verhältniss der Drehungsgeschwindigkeiten im ganzen Verlaufe der Bewegung nicht von der Muskelspannung und den Muskelinsertionen abhängt, denn in dem obigen Ausdruck für das Verhältniss $\varphi_1' : \psi'$ kommt das Drehungsmoment des Muskels gar nicht mehr vor. Daraus folgt aber, dass das Verhältniss der in einer gewissen Zeit im Schulter- und Ellbogengelenk zurückgelegten Drehungswinkel von der Spannung und den Insertionen der in Betracht gezogenen Muskeln ganz unabhängig ist, dass also dieses Verhältniss durch keine Aenderung von Muskelspannung und Muskelinsertionen verändert werden kann. Durch Vergrösserung der Muskelspannung wird man allein die absolute Geschwindigkeit vergrössern können, mit welcher die Stellungsänderung vor sich geht. Wenn aber die Beugung im Ellbogengelenk um einen bestimmten Winkel vorgeschritten ist, mag dies langsam oder schnell geschehen sein, so wird unter allen Umständen auch eine ganz bestimmte Drehung im Schultergelenk vor sich gegangen sein. Oder mit anderen Worten: Die aufeinanderfolgenden Haltungen des Armes werden stets dieselben sein. Ein Unterschied kann durch die Aenderung der Muskelspannung und Muskelinsertionen nur insofern erzielt werden, als das eine Mal diese bestimmten momentanen Haltungen des Armes, die be-

stimmten Bewegungsphasen des Armes, schnell, das andere Mal langsam durchlaufen werden. Man hat es also, so lange nur Armmuskeln mit dem Ursprunge am Oberarm wirken, mit einer zwangläufigen Gliederbewegung zu thun. Eine andere Bewegungsart des Armes kann allein durch Muskeln, welche ihren Ursprung ausserhalb des Armes, am Rumpfe, haben, und durch äussere Kräfte, wie die Schwere, bewirkt werden.

Die genaue Beziehung zwischen dem Drehungswinkel φ_1 im Schultergelenk und dem Beugungswinkel ψ im Ellbogengelenk kann aus der Relation für die Drehungsgeschwindigkeiten

$$\frac{\varphi_1'}{\psi'} = -\frac{\lambda_2^2 + l_1 c_2 \cos\psi}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2 \cos\psi}$$

allein wieder auf dem Wege der Integration hergeleitet werden. Dies ist früher schon gethan und das Resultat auf Seite 150 niedergelegt worden. Dasselbe lautet:

$$\varphi_1 = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{\sqrt{(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)^2 - 4 l_1^2 c_2^2}} \operatorname{arctang}\left\{\sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - 2 l_1 c_2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 2 l_1 c_2}} \operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\right\} - \frac{\psi}{2} + \alpha .$$

Die in dieser Relation neu auftretende Grösse α bedeutet den Winkel, welchen die Längsaxe des Oberarms mit der zum Rumpfe festen Geraden $\mathfrak{S}A$ (Figur 6 auf Seite 109) bildet, während der Unterarm im Ellbogengelenk gegen den Oberarm gestreckt ist. Es ist gar nicht nöthig, dass der Arm bei seiner Gliederbewegung diese Haltung, bei welcher das Ellbogengelenk gestreckt ist, einmal einnimmt; dies wäre z. B. ausgeschlossen, wenn er von einer beliebigen Beugestellung des Ellbogengelenks aus durch den Zug der eingelenkigen Muskeln noch weiter gebeugt würde. Man kann sich aber dann die Anfangsstellung aus der Streckstellung im Ellbogengelenk durch alleinige Wirkung innerer Armmuskeln hervorgebracht denken, dann wird, da unter dieser Voraussetzung die ganze Bewegung nur in einer ganz bestimmten Art und Weise vor sich gehen kann, dem gestreckten Arm eine ganz bestimmte Stellung im Schultergelenk zukommen, welche eben durch den Winkel α charakterisirt ist. Auf die Bewegung selbst hat der Winkel α gar keinen Einfluss, denn das Verhältniss der Drehungsgeschwindigkeiten ist von demselben unabhängig. Dagegen ist es selbstverständlich, dass der Drehungswinkel im Schultergelenk φ_1 (d. h.

der Winkel zwischen der Längsaxe des Oberarmes und der im Raume festen Geraden $\mathfrak{S}A$) bei demselben Beugungswinkel ψ des Ellbogengelenks für jede Bewegungsphase um den Winkel α grösser sein muss, wenn bei der Streckstellung des Ellbogengelenks die Oberarmlängsaxe mit der Geraden $\mathfrak{S}A$ den Winkel α bildet, als wenn sie mit dieser Geraden zusammenfällt. —

Mit Hülfe der aufgefundenen Relationen zwischen Drehungsbeschleunigungen, Drehungsgeschwindigkeiten und Drehungswinkeln lässt sich nun der Verlauf der Bewegung eines, den gemachten Voraussetzungen entsprechenden, Gliedersystems vorausberechnen, wenn man die mechanisch in Betracht kommenden Grössen, wie Massen, Trägheitsmomente, Schwerpunktsentfernungen und Längen der Glieder empirisch für das bestreffende System bestimmt hat.

Für den Arm des Menschen hatte sich bei der gewählten Bezeichnungsweise der einzelnen Grössen ergeben (vergl. Seite 132 ff.):

$$m_0 = 3683 \text{ g}\,; \quad l_1 = 30{,}3 \text{ cm}\,; \quad c_2 = 9{,}16 \text{ cm}\,;$$

$$\lambda_1^2 = 581{,}19 \text{ cm}^2 \quad \text{und} \quad \lambda_2^2 = 248{,}08 \text{ cm}^2\,.$$

Infolge dessen lauten die auf Seite 160 in allgemeiner Form niedergelegten Bewegungsgleichungen:

$$[2140500 + 1021900 \cos\psi] \cdot \varphi_1'' + 1021900 \cos\psi \cdot \psi'' \\ - 1021900 \sin\psi \cdot (\varphi_1' + \psi')^2 = D_1$$

$$913700 \cdot \psi'' + [913700 + 1021900 \cos\psi] \cdot \varphi_1'' + 1021900 \sin\psi \cdot \varphi_1'^2 = D_2\,.$$

Bei alleiniger Contraction von Armmuskeln, welche ihren Ursprung am Oberarm nehmen, erhält man nach Seite 164 für den Anfang der Bewegung als Werth des Verhältnisses der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk in der einfachsten Form:

$$-\frac{0{,}894 + \cos\psi}{2{,}989 + 2\cos\psi}\,.$$

Die Stellung, von welcher aus allein eine Drehung im Ellbogengelenk, ohne gleichzeitige Drehung des Schultergelenks, stattfindet, ist durch den Werth ψ_e des Beugungswinkels ψ charakterisirt, welcher den Zähler dieses Verhältnisses zu Null macht (vergl. auch Seite 166). Als Cosinus von ψ_e ergiebt sich

$$\cos\psi_e = -0{,}894$$

und hieraus als Werth des Beugungswinkels selbst $\psi_e = 153^\circ 20'$.

Dieser Winkel entspricht ungefähr der extremsten Beugestellung, welche im Ellbogengelenk überhaupt eingenommen werden kann.

Die Stellung, von welcher aus allein Drehung im Schultergelenk, aber keine Gelenkbewegung im Ellbogengelenk stattfinden würde, wäre dagegen durch den Werth ψ_s des Beugungswinkels ψ charakterisirt, welcher den Nenner des Drehungsverhältnisses zu Null macht. Der Cosinus dieses Winkels müsste, wie man leicht übersieht, den Werth $-1{,}4945$ besitzen. Da der Werth des Cosinus eines Winkels stets zwischen den beiden Grenzen $+1$ und -1 liegen muss, also niemals $-1{,}4945$ betragen kann, so geht daraus hervor, dass eine solche Haltung des Armes, von welcher aus im Anfang der Muskelcontraction nur Drehung im Schultergelenk, ohne gleichzeitige Drehung im Ellbogengelenk, stattfinden würde, überhaupt nicht existirt.

Um einen genauen Ueberblick über die mit dem Beugungswinkel ψ wechselnde Grösse des Verhältnisses zwischen den Drehungen im Schulter- und Ellenbogengelenk zu gewinnen, ist der Werth dieses Verhältnisses für alle Beugungswinkel von 15° zu 15° nach der Formel auf Seite 173 berechnet und in folgender Tabelle niedergelegt worden:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk	0° (Streckstellung)	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150° (äusserste Beugestellung)
Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk zu Anfang der Muskelcontraction aus der Ruhe	−0,380	−0,378	−0,373	−0,364	−0,349	−0,329	−0,299	−0,257	−0,198	−0,119	−0,022

Für den Beugungswinkel von 153° 20′ würde nach den obigen Auseinandersetzungen das Drehungsverhältniss direct den Werth Null annehmen.

Aus der Tabelle erkennt man zunächst die Richtigkeit der schon ausgesprochenen Thatsache, dass die beiden Drehungen stets in entgegengesetztem Drehungssinn vor sich gehen, denn alle Werthe des Drehungsverhältnisses besitzen das negative Vorzeichen. Bewirkt der Muskel, oder eine ganze Gruppe innerer Armmuskeln, eine Beugebewegung des Ellbogengelenks, so stellt sich gleichzeitig eine Drehung im Schultergelenk nach hinten, d. h. eine Streckung, ein. Dreht

dagegen die Muskelgruppe den Unterarm gegen den Oberarm im Sinne der Streckung im Ellbogengelenk, so wird gleichzeitig der Oberarm im Schultergelenk nach vorn gedreht, bezüglich gebeugt.

Man leitet weiterhin aus der Tabelle ab, dass, abgesehen vom Vorzeichen, das Verhältniss der Drehungen mit zunehmender Beugung abnimmt, und umgekehrt, dass es bei abnehmender Beugung, d. h. bei zunehmender Streckung des Ellbogengelenks, wächst. Bliebe das Drehungsverhältniss eine Zeit lang constant, etwa während einer Beugung oder Streckung von 30° im Ellbogengelenk, so würde bei den verschiedenen durch den Winkel ψ charakterisirten Ausgangsstellungen des Armes die gleichzeitige Drehung im Schultergelenk folgende Werthe besitzen:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, $\psi =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Drehung im Ellbogengelenk	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°
Drehung im Schultergelenk	−11°24′	−11°20′	−11°11′	−10°35′	−10°28′	−9°52′	−8°58′	−7°43′	−5°36′	−3°34′	−0°40′

Diese Werthe gelten für beide Bewegungsarten, sowohl für die Beugebewegung als für die Streckbewegung des Ellbogengelenks. Wenn also z. B. der Arm aus der rechtwinkligen Beugestellung im Ellbogengelenk ($\psi = 90°$) um 30° durch die Contraction der betreffenden Muskeln weiter gebeugt wird, so wird gleichzeitig der Oberarm um ca. 9° im Schultergelenk rückwärts gedreht. Die Tabelle sagt aber auch aus, dass bei einer Streckung des Ellbogengelenks um 30° von der rechtwinkligen Beugestellung aus der Oberarm im Schultergelenk um ca. 9° gleichzeitig nach vorn gedreht wird.

Der angenommene Drehungswinkel von 30° im Ellbogengelenk giebt nun nicht etwa an, dass bei der Drehung die Richtung der Unterarmlängsaxe im Raume bezüglich relativ zum Rumpfe sich um 30° geändert habe; er sagt also z. B. nicht aus, dass bei der Bewegung aus der Streckhaltung des ganzen Arms, bei welcher die Längsaxe des Arms vertical steht, die Längsaxe des Unterarms nach der Drehung einen Winkel von 30° und die des Oberarms einen von 11° 24′ mit der Verticalen bildet. Durch die Drehung im Schultergelenk wird ja auch der Unterarm mit um 11° 24′ zurückgedreht,

so dass seine Längsaxe hinterher nur einen Winkel von 18° 36′ mit der Verticalen bildet. Dies ist wohl zu berücksichtigen, wenn man sich eine richtige Vorstellung von dem Verhältniss der Richtungsänderungen beider Längsaxen bilden will. Die angeführten Winkelgrössen beziehen sich auf die Drehungen in den beiden Gelenken, nicht aber direct auf die Richtungsänderungen beider Längsaxen. Um die Richtungsänderung der Unterarmlängsaxe in Vergleich mit der der Oberarmlängsaxe zu bringen, hätte man das Verhältniss der beiden Winkelbeschleunigungen φ_1'' und φ_2'' bestimmen sollen. Ohne diese Rechnung auszuführen, kann man aus der Tabelle auf Seite 175 die diesem Verhältniss entsprechenden Werthe der Richtungsänderungen von Oberarmlängsaxe und Unterarmlängsaxe ableiten, indem man immer von dem Drehungswinkel von 30° des Ellbogengelenks den zugehörigen Drehungswinkel des Schultergelenks abzieht oder, was auf dasselbe hinauskommt, indem man die mit dem richtigen Vorzeichen genommenen Drehungswinkel algebraisch summirt. Man erhält dann die folgende Tabelle:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, ψ =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Richtungsänderung der Oberarmlängsaxe	−11°24′	−11°20′	−11°11′	−10°55′	−10°28′	−9°52′	−8°58′	−7°43′	−5°56′	−3°34′	−0°40′
Richtungsänderung d. Unterarmlängsaxe	18°36′	18°40′	18°49′	19°5′	19°32′	20°8′	21°2′	22°17′	24°4′	26°26′	29°20′

Um diese Verhältnisse noch deutlicher zu veranschaulichen, ist auf der linken Seite von Tafel VI der Anfang der Bewegung des Armes für verschiedene Ausgangsstellungen aufgezeichnet worden. Die obere Reihe von Bildern entspricht der Beugebewegung, die untere der Streckbewegung im Ellbogengelenk.

Die Ausgangsstellung ist jedesmal dunkel, und die nach 30° Beugung, bezüglich 30° Streckung des Ellbogengelenks erreichte Endstellung des Armes heller gezeichnet worden. Um einen besseren Vergleich der von verschiedenen Beugestellungen des Ellbogengelenks ausgehenden Drehungen zu ermöglichen, ist in allen Fällen die Oberarmlängsaxe in der Ausgangsstellung in dieselbe Richtung gelegt worden.

Aus diesen Bildern ist nun auf den ersten Blick zu ersehen, dass die Drehung im Schultergelenk — gleichgültig ob es sich um

eine Beuge- oder eine Streckbewegung des Ellbogengelenks handelt — um so stärker ausfällt, je näher die Ausgangsstellung der Streckstellung im Ellbogengelenk liegt, und dass bei der Bewegung von der äussersten Beugestellung des Ellbogengelenks aus der Oberarm nahezu fest bleibt. Da von 135° Beugung im Ellbogengelenk aus dem Unterarm höchstens noch eine weitere Beugung von 15° gestattet ist, so findet sich beim letzten Bild der oberen Reihe als Endstellung eine nur um 15° von der Ausgangsstellung im Ellbogengelenk abweichende Haltung verzeichnet. Um aber auch hier unmittelbar einen Vergleich mit den anderen Beugebewegungen zu ermöglichen, ist die, nicht erreichbare, um 30° im Ellbogengelenk abweichende Stellung des Arms punktirt angedeutet worden. Ganz entsprechend findet sich die um 15° über die Streckstellung des Ellbogengelenks hinausgehende Armhaltung im letzten Bilde der unteren Reihe punktirt angedeutet. Bei den Figuren ist angenommen worden, dass die Beugebewegungen durch Contraction des M. brachialis und die Streckbewegungen durch die Contraction der beiden am Oberarm inserirenden Köpfe des M. triceps brachii verursacht werden. Es hätten aber an ihrer Stelle, wie aus den früheren Entwickelungen hervorgeht, ebenso gut irgend welche andere allein zwischen dem Oberarm und dem als starr aufgefassten System Unterarm plus Hand hinziehende, beugend bezüglich streckend wirkende Muskeln eingezeichnet werden können.

Wenn nun auch diese Bilder die den verschiedenen Beugestellungen des Ellenbogengelenks entsprechende Wirkungsweise der inneren Armmuskeln klar legen, so gewähren sie doch noch keinen genügend genauen Einblick in den Verlauf der ganzen zwischen den beiden extremen Armhaltungen verlaufenden Beuge- oder Streckbewegung, welche aus der andauernden Contraction innerer Armmuskeln hervorgeht. Sie würden dies nur dann thun, wenn das Drehungsverhältniss beider Gelenke sich während einer Beugung des Ellbogengelenks von 30° nicht änderte.

Um den ganzen Verlauf der Bewegung angeben zu können, muss man die den verschiedenen Bewegungsphasen entsprechenden Werthe der beiden Drehungswinkel selbst angeben.

Durch Einsetzen der bestimmten Werthe für λ_1^2, λ_2^2, l_1 und c_2 erhält man aus der Relation zwischen φ_1 und ψ auf Seite 172 die

folgende Formel zur Berechnung des Drehungswinkels φ_1 aus der Grösse des Beugungswinkels ψ:

$$\varphi_1 = 0{,}54054 \cdot \operatorname{arctang}\left[0{,}4452 \cdot \operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\right] - \frac{\psi}{2} + \alpha \,.$$

Nimmt man zunächst den Winkel α, welchen bei der Streckstellung des Ellbogengelenks die Oberarmlängsaxe mit der zum Rumpfe festen Linie $\mathfrak{S}A$ bildet, als Null an, so entsprechen sich unter Anderem folgende Werthe der beiden Drehungswinkel φ_1 und ψ:[1])

φ_1	0°	−5°41′	−11°19′	−16°51′	−22°18′	−27°18′	−32°2′	−36°13′	−39°39′	−42°4′	−43°8′
ψ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°

Vergleicht man diese Werthe mit den Drehungswinkeln in den beiden Gelenken, welche von verschiedenen Beugestellungen des Ellbogengelenks aus unter der Annahme zurückgelegt würden, dass das Drehungsverhältniss für eine Drehung im Ellbogengelenk von 30° constant bliebe (Tabelle auf Seite 175), so erkennt man, dass die Drehungen im Schultergelenk in Wirklichkeit etwas kleiner ausfallen, als es sich bei jener Annahme herausstellte. Von der Streckstellung aus entspricht einer Drehung des Ellbogengelenks von 30° eine Rückwärtsdrehung von nur 11° 19′ im Schultergelenk und nicht von 11° 24′. Der geringe Unterschied von 5 Winkelminuten rührt daher, dass das Drehungsverhältniss eben thatsächlich nicht constant bleibt, sondern bei zunehmender Beugung im Ellbogengelenk allmählich kleiner wird. An Stelle jener Tabelle auf Seite 175 wäre daher die aus der obigen Tabelle durch Subtraction der einzelnen Winkelgrössen abgeleitete genauere Tabelle zu setzen:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, ψ =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°
Drehung im Ellbogengelenk	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°
Drehung im Schultergelenk	−11°19′	−11°10′	−10°54′	−10°27′	−9°49′	−8°53′	−7°37′	−5°51′	−3°29′

1) Die Curve, welche die Abhängigkeit der beiden Winkel φ_1 und ψ darstellt, ist als unterste Curve auf Tafel VIII verzeichnet worden (vergl. hierzu die Erläuterungen auf Seite 106, Z. 7 ff.).

Die zu den Ausgangsstellungen $\psi = 135^\circ$ und $\psi = 150^\circ$ gehörenden Drehungswinkel lassen sich aus der vorhergehenden Tabelle nicht gewinnen. Die in der früheren Tabelle auf Seite 175 angegebenen Drehungswinkel für diese beiden Ausgangsstellungen können ja auch nur den Zweck haben, eine Vorstellung von dem Verhältniss der Drehungen in den beiden Gelenken zu geben, welches im Anfange der Bewegung von jenen Ausgangsstellungen aus vorhanden ist. Sie sagen aus, dass, wenn von 135° Beugung aus das Drehungsverhältniss constant bliebe, und wenn dem Unterarm gestattet wäre, sich noch um 30° weiter gegen den Oberarm zu drehen, die gleichzeitige Rückwärtsdrehung im Schultergelenk 3° 34′ betragen würde u. s. w.

Um einen Einblick in die Richtungsänderungen zu gewinnen, welche die Unterarmlängsaxe relativ zum Rumpfe erfährt, muss man wiederum die beiden Drehungswinkel der oberen Tabelle auf Seite 178 algebraisch summiren, denn der Unterarm macht ja die Rückwärtsdrehung des Oberarms im Schultergelenk mit. Man erhält dann folgende Tabelle für die früher mit φ_1 und φ_2 bezeichneten Richtungswinkel der beiden Längsaxen in den aufeinander folgenden Bewegungsphasen:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk, $\psi =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Richtungswinkel (φ_1) f. d. Oberarmlängsaxe	0°	−5°41′	−11°19′	−16°51′	−22°13′	−27°18′	−32°2′	−36°13′	−39°39′	−42°4′	−43°8′
Richtungswinkel (φ_2) f. d. Unterarmlängsaxe	0°	9°19′	18°41′	28°9′	37°47′	47°42′	57°58′	68°47′	80°21′	92°56′	106°52′

Um ein deutliches Bild von dem Ablauf der ganzen Bewegung zwischen den beiden extremen Haltungen des Armes zu gewinnen, sind auf der rechten Seite von Tafel VI (obere Reihe) die einzelnen um 30° Beugung im Ellbogengelenk von einander entfernten Bewegungsphasen zuerst neben einander und dann in ihrer richtigen Lage zu einander aufgezeichnet worden. Jede spätere Bewegungsphase ist etwas heller angedeutet worden als die vorhergehende, so dass man auch in dem letzten Bild rechts die einzelnen Stellungen auseinanderhalten kann. Die Figuren zeigen deutlich, dass, während die Beugung im Ellbogengelenk gleichmässig sich successive um 30° vermehrt, die gleichzeitige Drehung im Schultergelenk immer geringer wird. Könnte die Beugung des Ellbogengelenks noch über die

äusserste Stellung hinaus fortgesetzt werden, so würde einmal der Oberarm einen Augenblick ganz still stehen und schliesslich eine Vorwärtsbewegung ausführen. Dieses letztere Resultat lässt sich zwar nicht aus den obigen Tabellen und aus den Bildern direct erkennen. Man könnte sich aber davon mit Hülfe der auf Seite 178 niedergelegten Relation zwischen φ_1 und ψ überzeugen. Da der Arm durch die Arretirung des Ellbogengelenks bei ca. 150° Beugung an dieser Bewegung gehindert ist, so ist es auch nicht nöthig, auf diese Erscheinung weiter einzugehen.

Bisher war angenommen worden, dass die Oberarmlängsaxe bei der Streckstellung des Ellbogengelenks mit der Geraden $\mathfrak{S}A$ (Figur 6 auf Seite 109) zusammenfällt. Ist dies nicht der Fall, sondern bildet sie in der Streckstellung des Arms den Winkel α mit $\mathfrak{S}A$, welcher bei Vorwärtshaltung des Oberarms positiv und bei Rückwärtshaltung negativ zu rechnen ist, so erhält man die der Bewegung entsprechenden Drehungswinkel φ_1 und ψ, indem man in der oberen Tabelle auf Seite 178 die Winkel φ_1 um α vergrössert, dagegen ψ unverändert lässt. Man erhält dagegen die Werthe der Richtungswinkel φ_1 und φ_2, indem man in der Tabelle auf Seite 179 beide Winkel, sowohl φ_1 wie φ_2, um α vergrössert.

Die durch die angeführten Tabellen festgelegten Bewegungsphasen gelten nun nicht nur für die Beugebewegung, sondern auch für die Streckbewegung, welche der Arm unter alleiniger Wirkung innerer Armmuskeln ausführt. Es folgen sich dieselben nur dann in umgekehrter Reihenfolge.

Man könnte daher die Bilder der oberen Reihe auf Tafel VI auch direct als eine Darstellung der Streckbewegung auffassen, wenn man sie von rechts nach links aufeinander folgen lässt. Jede folgende Bewegungsphase ist dann dunkler gezeichnet als die vorhergehende. Dabei würde in der Ausgangsstellung, bei welcher jetzt das Ellbogengelenk sich in der extremsten Beugestellung befindet, die Oberarmlängsaxe nach rückwärts um einen Winkel von 43° 8′ von der Geraden $\mathfrak{S}A$ abstehen. In der Endstellung, bei welcher das Ellbogengelenk gestreckt ist, würde dagegen die Oberarmlängsaxe mit $\mathfrak{S}A$ zusammenfallen, so dass also auch in diesem Falle α den Werth Null besitzt.

Untersucht man die Streckbewegung, bei welcher in der Aus-

gangsstellung (extreme Beugestellung des Ellbogengelenks) die Oberarmlängsaxe mit $\mathfrak{S}A$ zusammenfällt, so wird nun in der Endstellung die Oberarmlängsaxe um den Winkel von 43° 8′ vorwärts gedreht erscheinen. Da die Endstellung mit der Streckung des Ellbogengelenks zusammenfällt, so wäre in diesem Falle der Winkel α nicht Null, sondern 43° 8′ anzunehmen. Man erhält daher aus der früheren Tabelle für die Drehungswinkel φ_1 und ψ (Seite 178) die diesem Falle entsprechende, indem man alle φ_1 um 43° 8′ vermehrt und beide Winkel in umgekehrter Reihenfolge schreibt, also:

φ_1	0°	+1°4′	+3°29′	+6°55′	+11°6′	+15°50′	+20°55′	+26°17′	+31°49′	+37°27′	+43°8′
ψ	150°	135°	120°	105°	90°	75°	60°	45°	30°	15°	0°

Die Tabelle auf Seite 179 geht dagegen über in die folgende:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk, ψ =	150°	185°	120°	105°	90°	75°	60°	45°	30°	15°	0°
Richtungswinkel (φ_1) f. d. Oberarmlängsaxe	0°	+1°4′	+3°29′	+6°55′	+11°6′	+15°50′	+20°55′	+26°17′	+31°49′	+37°27′	+43°8′
Richtungswinkel (φ_2) f. d. Unterarmlängsaxe	150°	136°4′	123°29′	111°35′	101°6°	90°50′	80°55′	71°17′	61°49′	52°27′	43°8′

Mit Hülfe dieser beiden Tabellen sind die Bilder der unteren Reihe auf Tafel VI gezeichnet worden. Auch hier findet sich jede folgende Bewegungsphase heller gezeichnet als die vorhergehende. Während bei der Beugebewegung entsprechend der gleichmässigen Beugung im Ellbogengelenk die Rückwärtsdrehung im Schultergelenk an Grösse allmählich abnahm, findet das umgekehrte Verhalten bei der Streckbewegung statt, wie man deutlich aus den Bildern erkennt. Bei gleichmässiger Streckung des Ellbogengelenks aus der extremen Beugestellung um je 30° wird das Schultergelenk im Anfang nur wenig, im Verlaufe der Streckbewegung immer mehr, und zuletzt sehr stark n a c h v o r n gedreht.

Wenn auch die beiden Bilderreihen auf Tafel VI zunächst nur den Fall veranschaulichen sollen, dass die Beugung oder Streckung des Arms aus der einen extremen Stellung bis zu der anderen stetig fortgesetzt wird, so können diese Figuren doch auch dazu dienen, jedes beliebige Stück einer solchen Bewegung anschaulich

zu machen. Will man sich z. B. eine klare Vorstellung von der Beugebewegung zwischen 30° und 120° Beugungswinkel verschaffen, so hat man in der ersten Reihe nur die beiden äussersten Stellungen fortzulassen. Oder will man wissen, in welcher Weise sich der Arm aus der rechtwinkligen Beugestellung bis zu der äussersten Streckstellung bewegt, so hat man in der unteren Bilderreihe nur die beiden ersten Bewegungsphasen unberücksichtigt zu lassen, um eine deutliche Anschauung dieser Streckbewegung zu erhalten. Die Stellung, welche dabei der Oberarm zu Anfang gegen den Rumpf einnimmt, hat auf den Verlauf der Bewegungen unter den gemachten Voraussetzungen gar keinen Einfluss.

Aus den vorstehenden Entwickelungen ergab sich mit voller Strenge, dass das Verhältniss der Bewegungen im Schulter- und Ellbogengelenk in keiner Weise von der Muskelspannung und von der Lage der Insertionsstellen beeinflusst wird, so lange nur Muskeln thätig sind, welche am Oberarm ihren Ursprung und an dem als starr angenommenen System Unterarm plus Hand ihren Ansatz nehmen, und so lange keine äusseren Kräfte, wie die Schwere, auf den Arm einwirken. Das Drehungsverhältniss ist unter diesen Voraussetzungen ausschliesslich abhängig von dem Massenverhältniss der beiden Armabschnitte, von der Lage der Schwerpunkte und der Vertheilung der Massen innerhalb der einzelnen Theile, welche in den Werthen der Trägheitsmomente, bezüglich Trägheitsradien zum Ausdruck kommt. Daraus geht nun hervor, dass das Verhältniss der Gelenkbewegungen sich im Allgemeinen ändern wird, wenn das Massenverhältniss und die Massenvertheilung anders werden. Dieser Fall tritt beispielsweise ein, wenn wir einen schweren Körper in der Hand halten, und nun die Muskeln bei ihrer Contraction die Masse dieses Körpers mit in Bewegung zu setzen haben. Dadurch wird nicht allein die Masse des starren Systems Unterarm plus Hand vergrössert, sondern es rückt der Schwerpunkt von Unterarm plus Hand vom Ellbogengelenk fort, es verschieben sich die Hauptpunkte der beiden Armabschnitte in derselben Richtung, und es ändern sich die Trägheitsradien der beiden reducirten Systeme, kurz: die Muskeln wirken jetzt auf ein Massensystem ein, welches durchweg verschieden ist von dem System, das der unbelastete Arm darstellt.

Man kann nun die Bewegungen, welche unter diesen veränderten Verhältnissen eintreten, aus den Bewegungen des unbelasteten Armes ableiten, ohne dass man genöthigt wäre, für diesen Fall von Neuem den Werth der lebendigen Kraft und die Bewegungsgleichungen aufzustellen. Man hat sich nur darüber Rechenschaft zu geben, in welcher Weise die Grössen λ_1^2, λ_2^2 und c_2, welche allein unter den die Bewegung bestimmenden Strecken von der Massenvertheilung abhängen, durch den Hinzutritt der neuen Masse geändert werden.

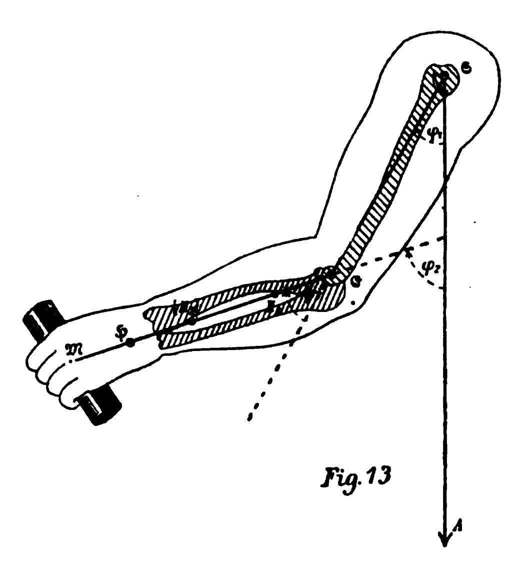


Fig. 13

Der Schwerpunkt 𝔐 der in der Hand gehaltenen Masse von der Grösse M liege, wie der Einfachheit halber angenommen werden mag, in der Verlängerung der Längsaxe 𝔈𝔖 des Unterarms (Fig. 13). Seine Entfernung vom Mittelpunkt 𝔈 des Ellbogengelenks sei a.

Das Trägheitsmoment des reducirten Oberarmsystems wird durch den Hinzutritt der Masse M um die Grösse Ml_1^2 vermehrt; denn für dieses reducirte System hat man sich ja die ganze Masse des starren Systems Unterarm plus Hand im Punkte 𝔈 des Ellbogengelenks concentrirt zu denken.

Das Trägheitsmoment des reducirten Unterarmsystems wird dagegen um Ma^2 vermehrt.

Umgiebt man zum Unterschied die neuen Werthe der Quadrate der zugehörigen Trägheitsradien λ_1, λ_2 mit eckigen Klammern, und beachtet man, dass die Massen der reducirten Systeme um die Masse M vergrössert worden sind, so stellen demnach $(m_0 + M) \cdot [\lambda_1^2]$ und $(m_0 + M) \cdot [\lambda_2^2]$ die Werthe der beiden Trägheitsmomente dar, und man hat nach den obigen Auseinandersetzungen:

$$(m_0 + M) \cdot [\lambda_1^2] = m_0 \lambda_1^2 + Ml_1^2$$

$$(m_0 + M) \cdot [\lambda_2^2] = m_0 \lambda_2^2 + Ma^2 .$$

Daraus geht hervor, dass die Quadrate der neuen Trägheitsradien sich aus den Quadraten der zum unbelasteten Arm gehörenden Trägheitsradien und den Grössen l_1^2, a^2, m_0 und M mit Hülfe folgender Formeln berechnen lassen:

$$[\lambda_1^2] = \frac{m_0}{m_0 + M} \cdot \lambda_1^2 + \frac{M}{m_0 + M} \cdot l_1^2$$

$$[\lambda_2^2] = \frac{m_0}{m_0 + M} \cdot \lambda_2^2 + \frac{M}{m_0 + M} \cdot a^2 .$$

Die Grösse c_2 stellte die Entfernung des Hauptpunktes H_2 des unbelasteten starren Systems Unterarm plus Hand vom Punkte $\mathfrak{E}$ des Ellbogengelenks dar. Dieser Hauptpunkt war der Schwerpunkt des Massensystems, welches man erhält, wenn man zu der Masse von Unterarm plus Hand die im Punkte $\mathfrak{E}$ concentrirt gedachte Masse des Oberarms hinzufügt. Durch den Hinzutritt der Masse M im Punkte $\mathfrak{M}$ der Unterarmlängsaxe (Figur 13) wird sich dieser Schwerpunkt nach $\mathfrak{M}$ zu verschieben. Der neue Hauptpunkt $[H_2]$, welcher mit diesem neuen Schwerpunkt zusammenfällt, liegt dann auf der Verbindungsstrecke $H_2\mathfrak{M}$ (Strecke auf der Unterarmlängsaxe) und theilt dieselbe im umgekehrten Verhältniss der Massen m_0 und M. Bezeichnet man mit $[c_2]$ die neue Hauptstrecke, d. h. die Entfernung des neuen Hauptpunktes $[H_2]$ von $\mathfrak{E}$, so wird nach einem schon mehrfach verwendeten Satze zwischen $[c_2]$, den Strecken c_2 und a und den Massen m_0 und M die Beziehung bestehen müssen:

$$(m_0 + M) \cdot [c_2] = m_0 \cdot c_2 + Ma .$$

Daher hat man zur Berechnung der neuen Hauptstrecke $[c_2]$ die Formel:

$$[c_2] = \frac{m_0}{m_0 + M} \cdot c_2 + \frac{M}{m_0 + M}\, a .$$

Setzt man die mit Hülfe dieser Formeln berechneten Grössen $[\lambda_1^2]$, $[\lambda_2^2]$, $[c_2]$ an Stelle der zum unbelasteten Arm gehörenden Grössen λ_1^2, λ_2^2 und c_2 in die auf Seite 160 niedergelegten Bewegungsgleichungen, in den auf Seite 164 angegebenen Ausdruck für das Verhältniss der Drehungen zu Anfang der Muskelcontraction und in die Beziehung zwischen den beiden Drehungswinkeln

φ_1 und ψ auf Seite 172 ein, so erhält man die Bewegungsgleichungen, das Drehungsverhältniss und die Gleichungen zwischen φ_1 und ψ für den um die in der Hand gehaltene Masse M beschwerten Arm.

Als Entfernung a des Schwerpunktes $\mathfrak{M}$ der in der Hand gehaltenen Masse vom Punkt $\mathfrak{E}$ des Ellbogengelenks hatte sich bei dem in Betracht gezogenen Präparat 34,6 cm ergeben.

Um nur einen speciellen Fall genauer zu untersuchen, sei angenommen, dass die Masse M des in der Hand gehaltenen Körpers 15000 g betrage, eine Masse, bei welcher man vielleicht gerade noch den horizontal ausgestreckten Arm beugen, oder den gebeugten Arm in horizontaler Ebene strecken kann, zumal wenn der Arm von den Dimensionen ist und so grosse Muskelmassen besitzt, als dem in Betracht gezogenen Präparate entsprechen.

Für $a = 34,6$ und $M = 15000$ erhält man nun in Anbetracht der für den unbelasteten Arm gefundenen Grössen $\lambda_1^2 = 581,19$; $\lambda_2^2 = 248,08$; $l_1 = 30,3$; $c_2 = 9,16$ (Seite 135) unter Benutzung der Formeln auf Seite 184 die Werthe:

$$[\lambda_1^2] = 851,65\,; \quad [\lambda_2^2] = 1010,08 \quad \text{und} \quad [c_2] = 29,58\,,$$

während l_1 natürlich seinen Werth 30,3 nicht geändert hat.

Man erhält daher nach der Formel auf Seite 164 als Verhältniss der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk zu Anfang der Contraction eines inneren Armmuskels aus der Ruhe den von der anfänglichen Beugestellung des Ellbogengelenks abhängigen Werth:

$$-\frac{1,127 + \cos\psi}{2,077 + 2\cos\psi}\,.$$

Wiederholt man die an den entsprechenden Werth für den unbelasteten Arm auf Seite 173 geknüpften Betrachtungen, so erkennt man leicht, dass hier weder der Fall eintreten kann, dass bei einer bestimmten Ausgangsstellung des Armes allein Bewegung im Schultergelenk, noch der Fall, dass allein eine solche im Ellbogengelenk eintritt.

Die Berechnung für verschiedene um 15° Beugung im Ellbogengelenk von einander abweichende Ausgangsstellungen ergiebt folgende, der Tabelle auf Seite 174 entsprechende, Tabelle:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Verhältniss der Drehungen im Schulter- u. Ellbogengelenk zu Anfang der Muskelcontraction aus der Ruhe	−0,522	−0,522	−0,523	−0,525	−0,529	−0,534	−0,543	−0,557	−0,582	−0,633	−0,757

Da alle Drehungsverhältnisse negative Werthe besitzen, so gehen auch bei Belastung des Armes die beiden Gelenkbewegungen stets in entgegengesetztem Drehungssinne vor sich. Es stellt sich aber nun gegenüber dem Falle des unbelasteten Armes (vergleiche die Tabelle auf Seite 174) insofern ein grosser Unterschied heraus, als bei jenem die Werthe des Drehungsverhältnisses, abgesehen vom Vorzeichen, immer kleiner wurden, während hier gerade das Umgekehrte stattfindet. Das Drehungsverhältniss ändert sich zwar nur langsam, aber es nimmt doch mit grösserem Beugungswinkel stetig zu. Denn auch die zu 0° und 15° Beugungswinkel gehörenden Werthe sind nicht, wie es nach der Tabelle den Anschein hat, genau gleich, sondern das zweite ist grösser wie das erste. Der Unterschied zeigt sich aber erst in den späteren Decimalstellen.

Während im früheren Falle die absoluten Werthe sämmtlicher Drehungsverhältnisse kleiner wie 0,5 waren, sind sie jetzt alle grösser wie 0,5. Wäre das Verhältniss genau gleich 0,5, so würde die Beugung im Ellbogengelenk doppelt so gross sein wie die Drehung im Schultergelenk. Da der Unterarm die letztere Drehung mitmachen muss, so würde demnach die Richtungsänderung für beide Längsaxen die gleiche sein, abgesehen davon, dass sich der Oberarm nach rückwärts und der Unterarm nach vorn dreht. Da der absolute Werth des Verhältnisses aber jetzt durchweg grösser wie 0,5 ausfällt, so geht daraus hervor, dass die Richtungsänderung der Oberarmlängsaxe von jeder Armhaltung aus grösser ist, als die Richtungsänderung der Unterarmlängsaxe.

Man kann sich nun durch Einsetzen verschiedener Werthe für die in der Hand gehaltene Masse M in die Formeln auf Seite 184 und durch Berechnung des entsprechenden Drehungsverhältnisses nach Seite 164 davon überzeugen, dass der absolute Werth des Drehungsverhältnisses für jede Ausgangsstellung des Armes um so

grösser wird, je grösser die Masse *M* ist. Es wird daher für eine Masse, welche kleiner als 15000 g ist, einmal der Fall eintreten, dass das Drehungsverhältniss für eine bestimmte Ausgangsstellung, etwa die Streckstellung des Armes, genau gleich — 0,5 ist. Tritt dies ein, so werden die Richtungen der Längsaxen von Oberarm und Unterarm im Anfang der Contraction des Muskels um denselben Winkel geändert. Man kann die Grösse der in der Hand gehaltenen Masse, bei welcher dies stattfindet, leicht bestimmen, wenn man den unbestimmten Ausdruck für das Drehungsverhältniss auf Seite 164 zu Hülfe nimmt. Da das letztere den Werth — 0,5 annehmen soll, so hat man bei der eingeführten Bezeichnungsweise:

$$-\frac{[\lambda_2^2] + l_1[c_2]\cos\psi}{[\lambda_1^2] + [\lambda_2^2] + 2l_1[c_2]\cdot\cos\psi} = -0{,}5\,.$$

Multiplicirt man auf beiden Seiten mit dem Nenner des Quotienten auf der linken Seite, so erkennt man leicht, dass die Glieder mit dem Factor cos ψ sich gegenseitig fortheben, und dass diese Bedingungsgleichung sich in der einfachen Form darstellen lässt:

$$[\lambda_1^2] = [\lambda_2^2]\,.$$

Es ergiebt sich hieraus das Resultat, dass in dem Falle, in welchem durch die in der Hand gehaltene Masse die Trägheitsradien und damit die Trägheitsmomente der beiden reducirten Systeme in Bezug auf die Axen im Schultergelenk bezüglich Ellbogengelenk einander gleich gemacht worden sind, beide Armabschnitte die gleichen Richtungsänderungen erfahren. Da der Beugungswinkel gar nicht mehr in der Bedingungsgleichung auftritt, so folgt ferner, dass unter dieser Voraussetzung Gleichheit der Richtungsänderungen für jede Armhaltung stattfindet. Hieraus ist endlich zu schliessen, dass dann für den ganzen Verlauf der Beugebewegung oder Streckbewegung des Arms von der Ruhe aus die in einer bestimmten Zeit erfolgte Drehung des Oberarms nach hinten gleich der in derselben Zeit stattgefundenen Drehung des Unterarms (relativ zum Rumpfe) nach vorn ist.

Die Masse, bei welcher diese bemerkenswerthe Bewegungsart eintritt, lässt sich leicht bestimmen mit Hülfe der auf Seite 184 niedergelegten Werthe für $[\lambda_1^2]$ und $[\lambda_2^2]$. Es ergiebt sich nämlich die der

Bedingung der Gleichheit der beiden Grössen entsprechende Bestimmungsgleichung für M:

$$m_0\lambda_1^2 + M \cdot l_1^2 = m_0\lambda_2^2 + M \cdot a^2 .$$

Aus derselben folgt

$$M = \frac{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}{a^2 - l_1^2} m_0 .$$

Hierbei sind natürlich unter λ_1^2 und λ_2^2 die zum unbelasteten Arme gehörenden Grössen zu verstehen. Da $\lambda_1^2 = 581,19$; $\lambda_2^2 = 248,08$; $a = 34,6$ und $l_1 = 30,3$; $m_0 = 3683$, so erhält man als Werth für die Masse M 4395 g.

Wenn also ein Individuum, dessen Arm die gleichen Dimensionen und Massen und die gleiche Massenvertheilung besitzt, wie das in Betracht gezogene Präparat, eine Masse von abgerundet 4,4 kg in der Hand hält, so würde dasselbe durch alleinige Contraction von Beuge- oder Streckmuskeln des Arms, welche ihren Ursprung am Oberarm haben, in horizontaler Bewegung den Arm nur so beugen oder strecken können, dass der Oberarm sich immer um denselben Winkel nach rückwärts dreht wie der Unterarm nach vorn. Auf der linken Seite von Tafel VII ist diese Bewegungsart in der schon auf der rechten Seite von Tafel VI angewendeten Weise anschaulich dargestellt. Die obere Bilderreihe versinnlicht die Beugung, die untere die Streckung des Armes. Der kleine Kreis, welcher sich in einiger Entfernung vom unteren Ulna-Ende befindet, deutet die Lage und Bewegung der in der Hand gehalten Masse an. —

Das oben angedeutete Wachsthum des absoluten Werthes des Drehungsverhältnisses bei zunehmender Grösse der in der Hand gehaltenen Masse geht nun nicht über alle Grenzen hinaus. Denkt man sich einmal die Masse M so gross, dass die Masse m_0 des Arms im Vergleich zu ihr verschwindend klein erscheint — ein Fall, der in Wirklichkeit natürlich nicht eintreten kann —, so würde der Werth des Massenverhältnisses $\frac{m_0}{m_0 + M}$ gleich Null und der Werth des Massenverhältnisses $\frac{M}{m_0 + M}$ gleich 1 sein. Es würden dann die Grössen $[\lambda_1^2]$, $[\lambda_2^2]$ und $[c_2]$ nach Seite 184 die speciellen Werthe annehmen: $[\lambda_1^2] = l_1^2$; $[\lambda_2^2] = a^2$ und $[c_2] = a$.

Das Verhältniss der Drehungen im Schulter- und Ellbogengelenk würde dann in der Form auftreten:

$$\frac{a^2 + l_1 a \cos\psi}{l_1^2 + a^2 + 2 l_1 a \cos\psi}.$$

Da $a = 34{,}6$ und $l_1 = 30{,}3$, so würde z. B. für $\psi = 0$ (Streckstellung) sich der Werth — 0,533 und für $\psi = 90^\circ$ (rechtwinklige Beugestellung) sich der Werth — 0,566 einstellen. Ueber diese Werthe kann das Drehungsverhältniss für die beiden Stellungen nicht hinausgehen. Vergleicht man dieselben mit den entsprechenden in der Tabelle auf Seite 186, so erkennt man, dass man mit einer Masse von 15 kg den Verhältnissen schon sehr nahe gekommen ist, welche eintreten, wenn man die zu bewegende Masse M über alle Grenzen steigert. Es werden sich daher die Bewegungen, welche bei Massen eintreten, die schwerer wie 15 kg sind, nicht sehr von den zu $M = 15$ kg gehörenden unterscheiden. —

Kehren wir nach diesem Ausblick auf den äussersten Grenzfall zurück zu der Tabelle auf Seite 186. Aus derselben lässt sich nun wieder ohne Mühe ableiten, wie gross die einer Beugung oder Streckung des Ellbogengelenks von 30° entsprechende Drehung im Schultergelenk ausfallen würde, wenn das Drehungsverhältniss während dieser Bewegung constant bliebe. Es ergeben sich für die verschiedenen Ausgangsstellungen folgende Resultate:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, ψ =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Drehung im Ellbogengelenk	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°
Drehung im Schultergelenk	−15°40′	−15°40′	−15°41′	−15°45′	−15°52′	−16°1′	−16°17′	−16°43′	−17°28′	−18°39′	−22°43

Diese Tabelle entspricht der Tabelle auf Seite 175, welche sich auf den Fall des unbelasteten Arms bezieht. Aus derselben leitet man durch Subtraction die Grössen für die gleichzeitigen Richtungsänderungen von Oberarmlängsaxe und Unterarmlängsaxe ab und erhält dann die folgende, der Tabelle auf Seite 176 entsprechende Tabelle:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, $\psi =$	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Richtungsänderung der Oberarmlängsaxe	−15°40′	−15°40′	−15°41′	−15°45′	−15°52′	−16°1′	−16°17′	−16°43′	−17°28′	−18°59′	−22°43′
Richtungsänderung der Unterarmlängsaxe	14°20′	14°20′	14°19′	14°15′	14°8′	13°59′	13°43′	13°17′	12°32′	11°1′	7°17′

Aus derselben ist das schon früher angedeutete Resultat deutlich zu erkennen, dass bei einer Belastung der Hand von 15 kg der Oberarm stets mehr nach rückwärts gedreht wird, als der Unterarm nach vorn. Allgemein zeigt sich dies Verhalten, sobald die in der Hand gehaltene Last bei den in Betracht gezogenen Dimensionen des Armes grösser als abgerundet 4,4 kg ist.

Da in dem vorliegenden Falle das Drehungsverhältniss im Ganzen sich nur wenig ändert, so begeht man keinen grossen Fehler, wenn man die in den vorigen beiden Tabellen niedergelegten Winkelgrössen direct als die Drehungswinkel bezüglich als Theile der Drehungswinkel auffasst, trotzdem sie ja nur unter der Voraussetzung mit diesen identisch wären, dass das Drehungsverhältniss während der Beugung oder Streckung des Armes um 30° absolut constant bliebe. Will man die genauen Werthe der Drehungswinkel erhalten, so muss man wiederum zu der Beziehung zwischen φ_1 und ψ seine Zuflucht nehmen, welche sich auf Seite 172 in unbestimmter Form vorfindet. Setzt man in dieselbe die gefundenen Werthe $[\lambda_1^2] = 851{,}65$; $[\lambda_2^2] = 1010{,}08$; $l_1 = 30{,}3$ und $[c_2] = 29{,}58$ ein, so erhält man:

$$\varphi_1 = -\,0{,}31566 \cdot \operatorname{arctang}\left[0{,}13734 \cdot \operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\right] - \frac{\psi}{2} + \alpha\,.$$

Nimmt man, wie früher, zunächst den Winkel α, welchen bei der Streckstellung des Arms die Oberarmlängsaxe mit der festen Linie $\mathfrak{S}A$ bildet, als Null an, so erhält man aus dieser Formel die folgenden sich entsprechenden Werthe von φ_1 und ψ:

φ_1	0°	−7°50′	−15°40′	−23°32′	−31°26′	−39°24′	−47°28′	−55°42′	−64°13′	−73°17′	−83°34′
ψ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°

Vergleicht man die 30° Beugung oder Streckung des Ellbogengelenks entsprechenden Zunahmen oder Abnahmen der absoluten Werthe von φ_1 mit den Werthen der unteren Reihe in der Tabelle auf

Seite 189, so zeigt sich, dass die jetzt gefundenen genauen Werthe von φ_1 durchweg etwas grösser ausfallen, als man nach der früheren Tabelle erwarten müsste. Dies ist eine Folge davon, dass der Werth des Drehungsverhältnisses mit wachsender Beugung des Armes wächst. An Stelle der Tabelle auf Seite 189 wäre daher die folgende genauere zu setzen, welche der unteren Tabelle auf Seite 178 entspricht:

Ausgangsstellung des Ellbogengelenks, ψ =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°
Drehung im Ellbogengelenk	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°	30°
Drehung im Schultergelenk	−15°40′	−15°42′	−15°46′	−15°52′	−16°2′	−16°18′	−16°45′	−17°35′	−19°21′

Durch algebraische Summation der in der vorletzten Tabelle niedergelegten Werthe von φ_1 und ψ erhält man endlich die folgenden Werthe der Richtungswinkel φ_1 und φ_2 für die Längsaxen der beiden Armabschnitte:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk, ψ =	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	105°	120°	135°	150°
Richtungswinkel (φ_1) f. d. Oberarmlängsaxe	0°	−7°50′	−15°40′	−23°32′	−31°26′	−39°24′	−47°28′	−55°42′	−64°13′	−73°17′	−83°34′
Richtungswinkel (φ_2) f. d. Unterarmlängsaxe	0°	7°10′	14°20′	21°28′	28°34′	35°36′	42°32′	49°18′	55°47′	61°43′	66°26′

Während diese Tabelle der auf Seite 179 entspricht, erhält man die der unteren Tabelle auf Seite 181 entsprechende, indem man $\alpha = 83° 34'$ annimmt und die einzelnen Winkel in umgekehrter Reihenfolge schreibt. Es ergiebt sich dann:

Beugungswinkel im Ellbogengelenk, ψ =	150°	135°	120°	105°	90°	75°	60°	45°	30°	15°	0°
Richtungswinkel (φ_1) f. d. Oberarmlängsaxe	0°	+10°17′	+19°21′	+27°52′	+36°6′	+44°10′	+52°8′	+60°2′	+67°54′	+75°44′	+83°34′
Richtungswinkel (φ_2) f. d. Unterarmlängsaxe	150°	145°17′	139°21′	132°52′	126°6′	119°10′	112°8′	105°2′	97°54′	90°44′	83°34′

Die erstere dieser beiden Tabellen legt aufeinanderfolgende Bewegungsphasen der Beugebewegung, die letztere solche der Streckbewegung des Armes fest. Mit Hülfe derselben sind die beiden Bilderreihen auf der rechten Seite von Tafel VII entworfen worden, welche den Bewegungsvorgang des mit 15 kg belasteten Armes in

derselben Weise veranschaulichen sollen, wie die Bilder auf der linken Seite von Tafel VII denselben bei einer Belastung von nur 4,4 kg, und die Bilder auf der rechten Seite von Tafel VI die Bewegung des unbelasteten Arms.

Aus diesen Bildern, in welchen die in der Hand gehaltene Last wiederum durch einen in der richtigen Entfernung vom unteren Ulna-Ende gezeichneten Kreis angedeutet ist, kann man deutlich erkennen, dass bei 15 kg Belastung die Bewegung nahezu so vor sich geht, dass der Schwerpunkt der in der Hand gehaltenen Masse sich auf einer geraden Linie dem Schultergelenk nähert (Beugebewegung) oder sich auf einer geraden Linie von demselben entfernt (Streckbewegung). Genau genommen ist die Bahn dieses Punktes eine sehr wenig gekrümmte Linie, welche ihre concave Seite dem Ellbogengelenk zukehrt. Würde dagegen die in der Hand gehaltene Masse so gross sein, dass im Vergleich zu ihr die Masse des Armes gar nicht in Betracht käme, so würde ihr Schwerpunkt bei der Bewegung des Armes genau eine gerade Linie beschreiben.

Von dieser Thatsache kann man sich leicht überzeugen, wenn man beachtet, dass in dem letzteren Falle $[\lambda_1^2] = l_1^2$; $[\lambda_2^2] = a^2$ und $[c_2] = a$ wird (vergleiche Seite 188). Setzt man diese Werthe in die Relation zwischen φ_1 und ψ auf Seite 172 ein, so geht dieselbe in die einfache Form über:

$$\varphi_1 = \operatorname{arctang}\left\{\frac{a - l_1}{a + l_1}\operatorname{tang}\frac{\psi}{2}\right\} - \frac{\psi}{2} + \alpha\,.$$

Nimmt man der Einfachheit halber wieder den Winkel α, welcher auf die Bewegung selbst gar keinen Einfluss ausübt, gleich Null an, so lässt sich diese Beziehung auch in der Form schreiben:

$$\frac{\operatorname{tang}\left[\varphi_1 + \frac{\psi}{2}\right]}{\operatorname{tang}\frac{\psi}{2}} = \frac{a - l_1}{a + l_1}\,.$$

Daraus erkennt man aber, unter Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen den drei Winkeln φ_1, φ_2 und ψ, dass l_1 und a für alle Bewegungsphasen die Seiten eines Dreiecks darstellen, dessen gegenüberliegende Winkel φ_2 und $-\varphi_1$ sind. Dies ist nur möglich, wenn sich der Endpunkt der Strecke a stets auf der Linie $\mathfrak{S}A$ befindet.

Rückblick.

Die vorliegende Untersuchung hat sowohl auf empirischem als auf theoretischem Wege den Beweis erbracht, dass die Muskeln im allgemeinen auch auf Gelenke wirken, über welche sie gar nicht hinwegziehen. So bringen die Muskeln, welche am Oberarm ihren Ursprung nehmen, bei ihrer Contraction Bewegung im Schultergelenk hervor, die über das Handgelenk hinwegziehenden Muskeln mit dem Ursprung am Unterarm wirken auch auf das Ellbogengelenk, die an der Handwurzel und an den Mittelhandknochen entspringenden Muskeln bewegen auch das Handgelenk, über welches sie gar nicht hinwegziehen, die vom Oberschenkel in distaler Richtung ausgehenden Muskeln wirken auf das Hüftgelenk, sowohl die vom Unterschenkel nach dem Fuss ziehenden als auch die zwischen Becken und Oberschenkel sich erstreckenden Muskeln bewegen das Kniegelenk u. s. w.

Da die Wirkung der Muskeln auf Gelenke, über welche sie nicht hinwegziehen, bisher noch nicht zum Gegenstand einer Untersuchung gemacht worden ist, so war es nöthig, zunächst den einfachsten Fall zu behandeln, nämlich den Fall eines nur über ein einziges Gelenk hinwegziehenden Muskels.

Es zeigt sich ganz allgemein, dass ein eingelenkiger Muskel in einem Nachbargelenk in der Regel die entgegengesetzte Drehung hervorruft als in dem Gelenk, welches zwischen seinen Insertionspunkten liegt. Ein eingelenkiger Beuger des Ellbogengelenks streckt demnach gleichzeitig das Schultergelenk, d. h. er dreht den Oberarm um eine der Ellbogenaxe parallele Axe im Schultergelenk nach rückwärts, und umgekehrt wirkt ein eingelenkiger Streckmuskel des Ellbogengelenks beugend auf das Schultergelenk ein. In entsprechen-

der Weise wird ein eingelenkiger Beuger oder Strecker des Kniegelenks das Hüftgelenk strecken oder beugen, ferner wird ein allein über das Fussgelenk hinwegziehender Muskel, welcher im Fussgelenk Dorsal- oder Plantarflexion hervorbringt, auf das Kniegelenk beugend oder streckend einwirken; es wird weiterhin ein eingelenkiger Fingerstrecker zugleich Handbeuger und ein eingelenkiger Fingerbeuger zugleich Handstrecker sein u. s. w.

Diese Thatsachen liessen sich zum Theil durch locale Muskelfaradisation am Lebenden prüfen (vergl. Seite 108). In gewissem Zusammenhang mit denselben scheinen mir auch Beobachtungen am Lebenden zu stehen, welche HEINRICH EWALD HERING[1]) in einer vor Kurzem erschienenen Schrift über die gleichzeitige Thätigkeit antagonistisch wirkender Muskeln anführt. Er sagt (a. a. O. Seite 12):

»Man kann sich leicht überzeugen, dass bei der Beugung der Hand der Unterarm im Allgemeinen eine der Bewegungsrichtung der Hand entgegengesetzte Bewegung macht. Wird z. B. der Unterarm und die Hand (mit der Vola nach unten) horizontal gehalten, so führt das distale Ende des Unterarms eine deutliche Aufwärtsbewegung aus, während die Hand gebeugt wird. Oder wird dabei die Hand vertical (mit nach oben gewendetem Daumen) gehalten, so bewegt sich bei Beugung derselben das distale Ende des Unterarms vom Rumpf weg.«

»Diesem Fall ist jener anzureihen, wo bei der Beugung der Finger, z. B. zur Faustbildung, die Mittelhand sich in entgegengesetzter Richtung bewegt.«

»Ein weiterer Fall ist der, dass bei der Beugung der zwei letzten Phalangen die erste sich in entgegengesetzter Richtung bewegt.«

»Umgekehrt erfolgt bei Streckung der Hand oder der Finger eine entgegengesetzte Bewegung des Unterarmes beziehungsweise der Mittelhand. Auch bei Streckung und Beugung des Vorderarmes erfolgen gleichzeitig entgegengesetzte Bewegungen des Oberarmes.«

»Darnach scheint es ein Gesetz zu sein, dass bei der Bewegung eines zwanglos gehaltenen Gliedes der oberen Extremität das sich

---

1) Beitrag zur Frage der gleichzeitigen Thätigkeit antagonistisch wirkender Muskeln von Dr. HEINRICH EWALD HERING. Zeitschrift für Heilkunde XVI Bd. 1895.

proximal anschliessende Glied im Allgemeinen eine der ersteren entgegengesetzte Bewegung ausführt.«

Würden wir nur eingelenkige Muskeln haben, so wäre das Vorhandensein dieses Gesetzes leicht zu verstehen. Es würde diese Art der Bewegung dann die einfachste darstellen, da zur Hervorbringung derselben die Contraction eines einzigen Muskels ausreichte, und dieselbe nicht nothwendig von der synergischen Contraction anderer Muskeln begleitet zu sein brauchte. Dagegen würden zum Beispiel die einfache Beugung oder Streckung des Unterarms bei ruhendem Oberarm, oder die Fingerbeugung beziehungweise Fingerstreckung ohne Drehung im Handgelenk, vom Standpunkte der Muskeldynamik aus als viel complicirtere Bewegungsvorgänge anzusehen sein: denn zur Hervorbringung derselben genügte die Contraction eines einzigen Muskels nicht; es müssten gleichzeitig andere Muskeln wirksam sein, um den Oberarm beziehungsweise das Schultergelenk in dem einen Falle und das Handgelenk in dem andern Falle festzustellen.

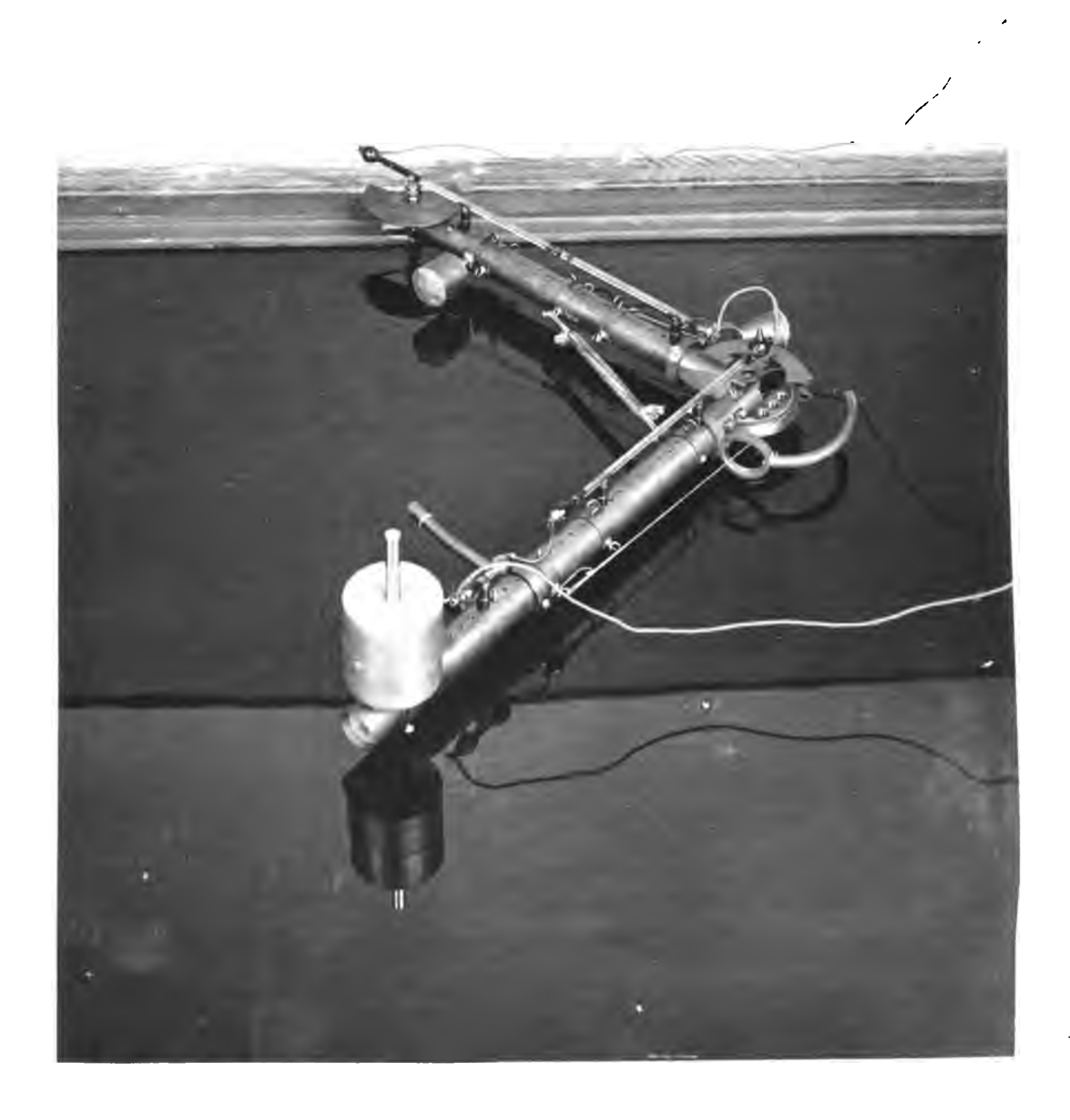
So einfach sind nun freilich am menschlichen Organismus die Verhältnisse nicht, wie sie sich bei alleinigem Vorhandensein eingelenkiger Muskeln darstellen würden. Der grösste Teil aller Muskeln zieht über mehrere Gelenke hinweg. Für die mehrgelenkigen Muskeln gelten aber die bei der vorliegenden Untersuchung gefundenen Resultate nicht ohne Weiteres, wie in einem späteren Teile der mit dieser Untersuchung beginnenden Reihe von »Beiträgen zu einer Muskeldynamik« ausführlich auseinandergesetzt werden soll. Immerhin werden aber manche bei den eingelenkigen Muskeln vorgefundenen Erscheinungen sich auch in gewissem Grade bei mehrgelenkigen Muskeln einstellen. So lässt sich beispielsweise schon jetzt voraussagen, dass die über Ellbogengelenk und Radio-Ulnargelenk hinwegziehenden Mm. brachioradialis und pronator teres in ganz ähnlicher Weise auf das Schultergelenk einwirken werden wie der Brachialis. Es ist daher nicht undenkbar, dass das von Hering vermuthete Bewegungsgesetz wichtige mechanische Bedeutung besitzt, indem es auch trotz der Anwesenheit mehrgelenkiger Muskeln, vom Standpunkte der Muskeldynamik aus betrachtet, der Ausdruck für einen sehr einfachen Bewegungsvorgang ist, zu dessen Hervorbringung weniger Muskeln erforderlich sind, als zur Erzeugung der Bewegung in einem

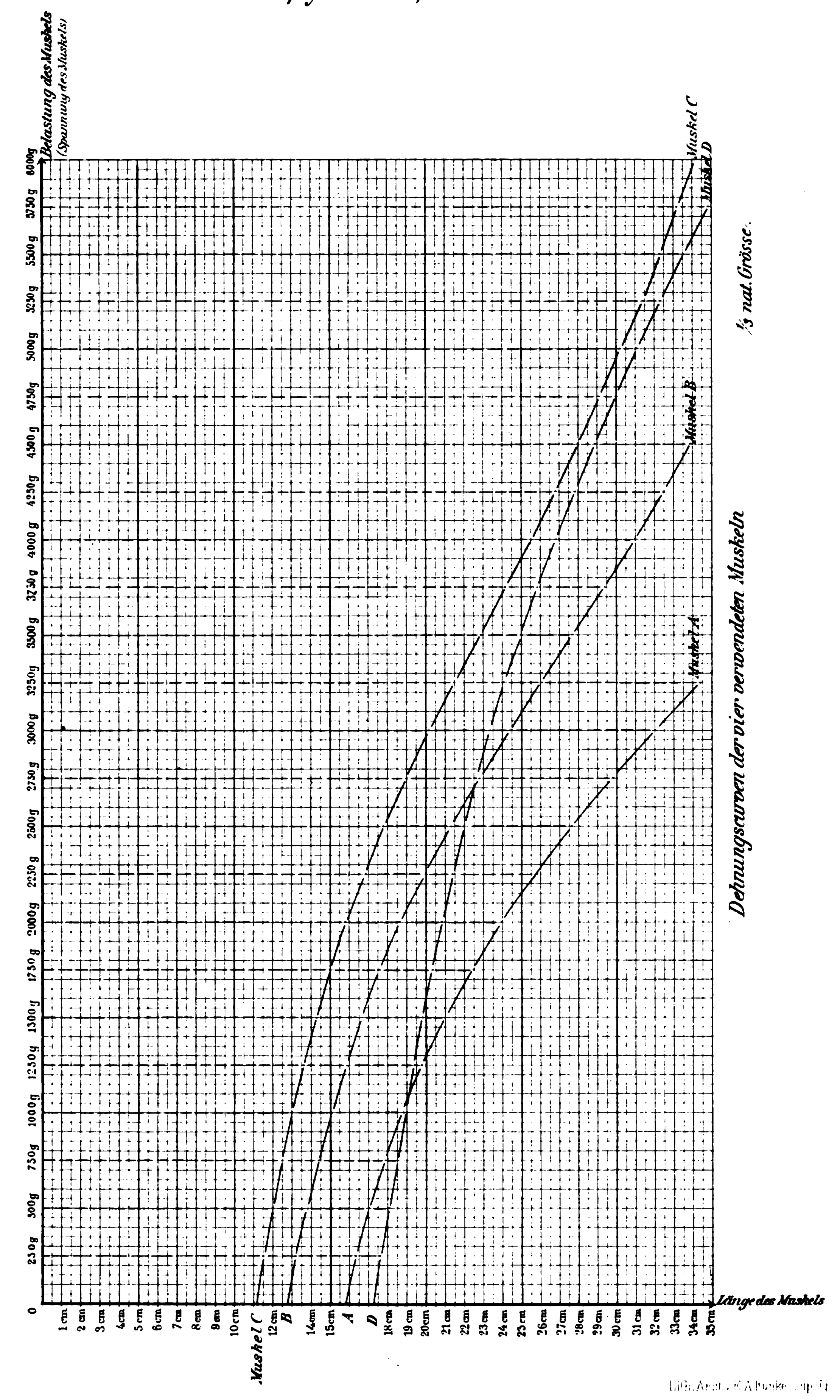
einzigen Gelenk, ohne begleitende Bewegung in einem Nachbargelenk. —

Was nun speciell die Wirkungsweise eingelenkiger Muskeln anlangt, so hat sich das überraschende Resultat ergeben, dass, unter gewissen vereinfachenden Annahmen über die Zusammensetzung und Beweglichkeit der einzelnen Körperabschnitte und über die Richtung des resultirenden Muskelzuges, das Verhältniss der Drehungen in dem Gelenk, über welches der Muskel hinwegzieht, und in einem Nachbargelenk für den ganzen Ablauf der Bewegung ganz unabhängig von der Lage der Insertionsstellen und der Grösse der Spannung des Muskels ist. So wird z. B. die durch einen eingelenkigen Muskel des Ellbogengelenks hervorgebrachte Gesammtbeugung oder Gesammtstreckung von ca. 150° zwischen den beiden extremen Stellungen des Ellbogengelenks, wenn der Mittelpunkt des Schultergelenks fixirt ist, von einer Streckung oder Beugung des Schultergelenks begleitet, deren Betrag stets derselbe, nämlich abgerundet 45° ist, — gleichgültig, in welcher Entfernung sich die Muskelinsertionspunkte von der Axe des Ellbogengelenks befinden, gleichgültig mit welcher Stärke der Muskel im Verlaufe der Contraction gespannt ist. Was für das Verhältniss der Gesammtdrehungen in beiden Gelenken stattfindet, gilt auch für jedes kleine Stück der Gliederbewegung. Das Drehungsverhältniss hat für jede Ausgangsstellung und für jede Phase der Gliederbewegung einen ganz bestimmten Werth. Es ist demnach die Bewegung, welche bei alleiniger Contraction eines eingelenkigen Muskels eintritt, eine Zwangsbewegung, insofern der Arm eine ganz bestimmte Folge von Gliederstellungen durchlaufen muss. Das Einzige, was man willkürlich abändern kann, ist die Geschwindigkeit, mit welcher diese Zwangsbewegung ausgeführt wird, je nachdem man die eingelenkigen Muskeln stärker oder schwächer innervirt.

Während nun durch keine Änderung der Insertionsstellen oder der Muskelspannung die Gliederbewegung in andere Bahnen gezwungen werden kann, wird der Bewegungsvorgang sofort ein anderer, wenn man einen der beiden in Frage kommenden Körpertheile, z. B. den Unterarm, belastet. Hält man ein Gewicht in der Hand, so tritt bei alleiniger Contraction eines eingelenkigen Beugers oder Streckers des Ellbogengelenks sofort eine andere Gliederbewegung ein. Der Ober-

arm dreht sich jetzt verhältnissmässig mehr nach rückwärts wie im Falle des unbelasteten Unterarmes. Die Streckung im Schultergelenk, welche die Beugung des Ellbogengelenks begleitet, wird grösser, und sie nimmt um so mehr zu, je grösser das in der Hand gehaltene Gewicht ist. Bei einem Gewicht von abgerundet 4½ kg zum Beispiel war bei dem zum Versuche benutzten Arme die Streckung im Schultergelenk im ganzen Verlaufe der Gliederbewegung gerade halb so gross als die Beugung im Ellbogengelenk. Es wird daher in diesem Falle bei der Bewegung von der Streckstellung des Armes aus in jedem Moment die Längsaxe des Oberarms um ebensoviel nach rückwärts als die Längsaxe des Unterarms nach vorwärts von der ursprünglichen Richtung abweichen. Bei sehr grossem Gewicht findet die Gliederbewegung nahezu in der Weise statt, dass der Schwerpunkt des in der Hand gehaltenen Gewichts bei der Beugebewegung des Armes sich in gerader Linie auf den Mittelpunkt des Schultergelenks zu bewegt und bei der Streckbewegung sich in gerader Linie von demselben entfernt.





Lith. Anst. v. E. A. Funke Leipzig



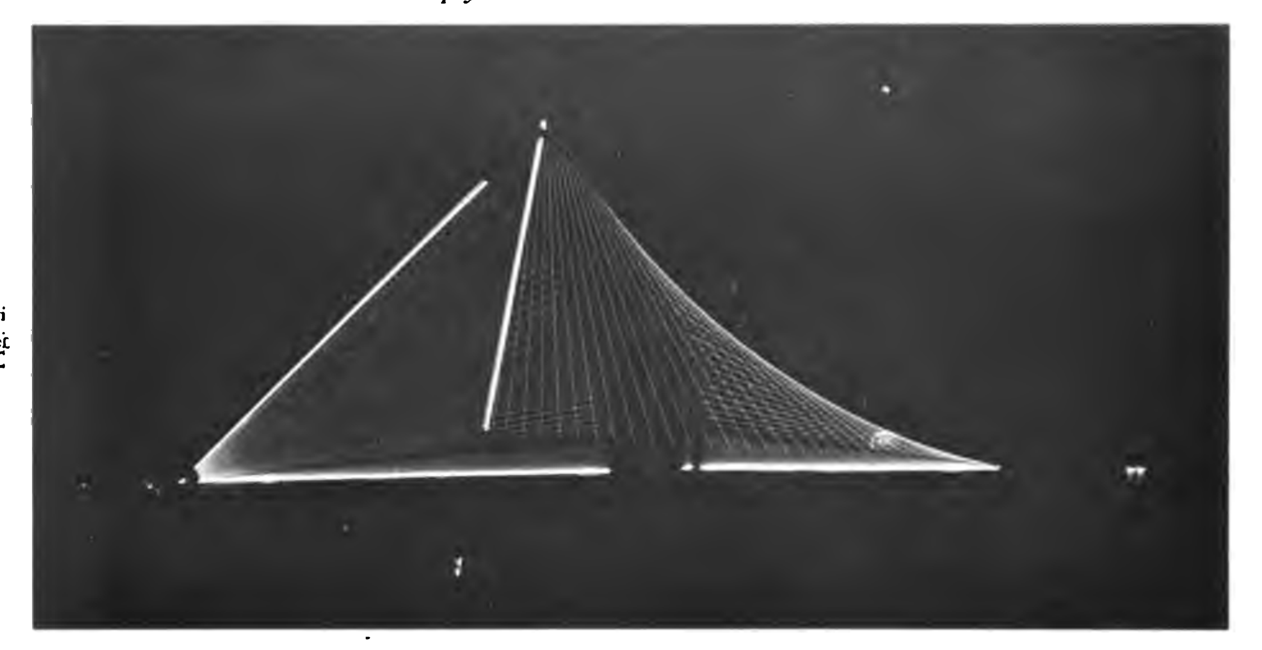


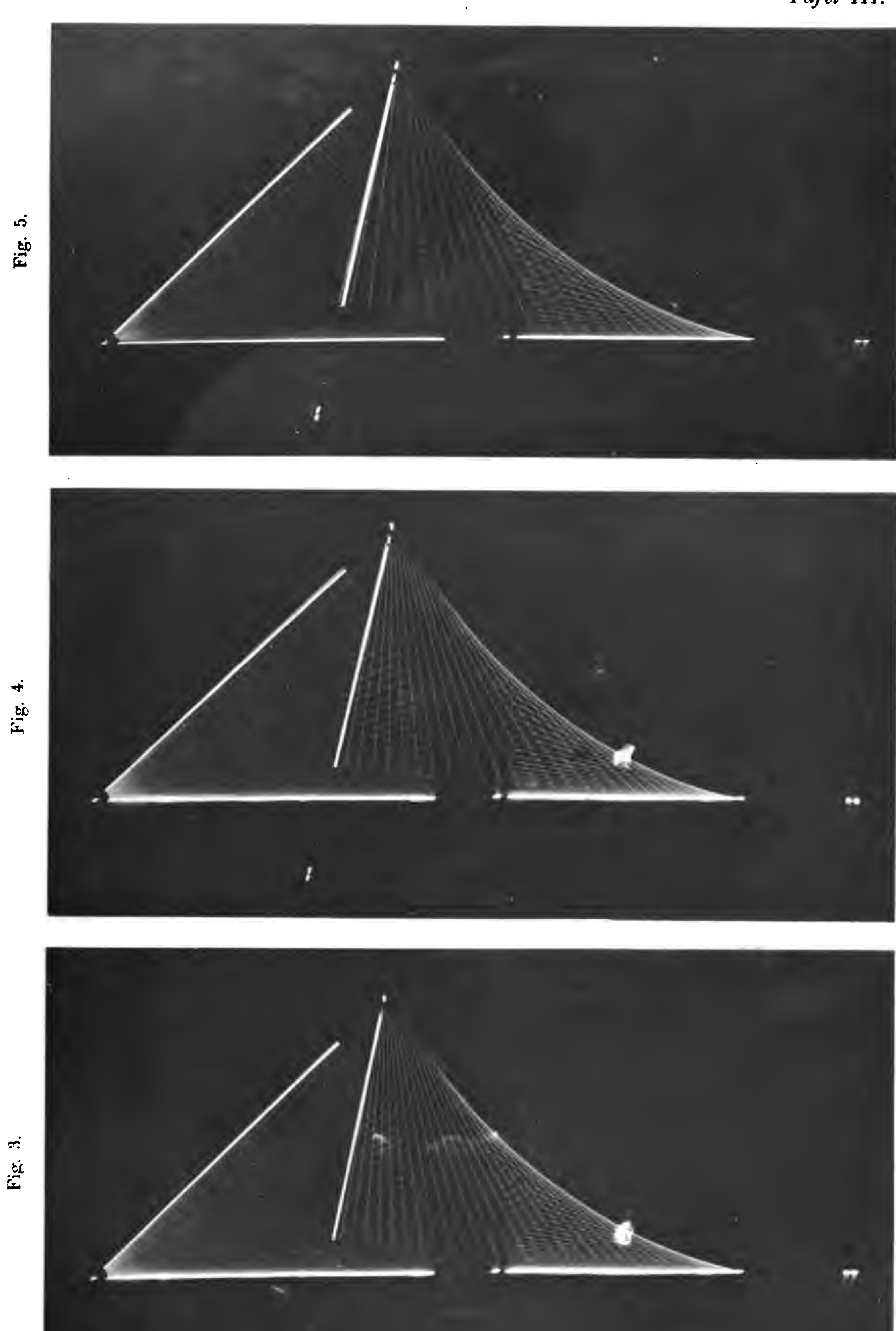
Fig. 2.

Fig. 1.

Fig. 5.

Fig. 4.

Fig. 3.



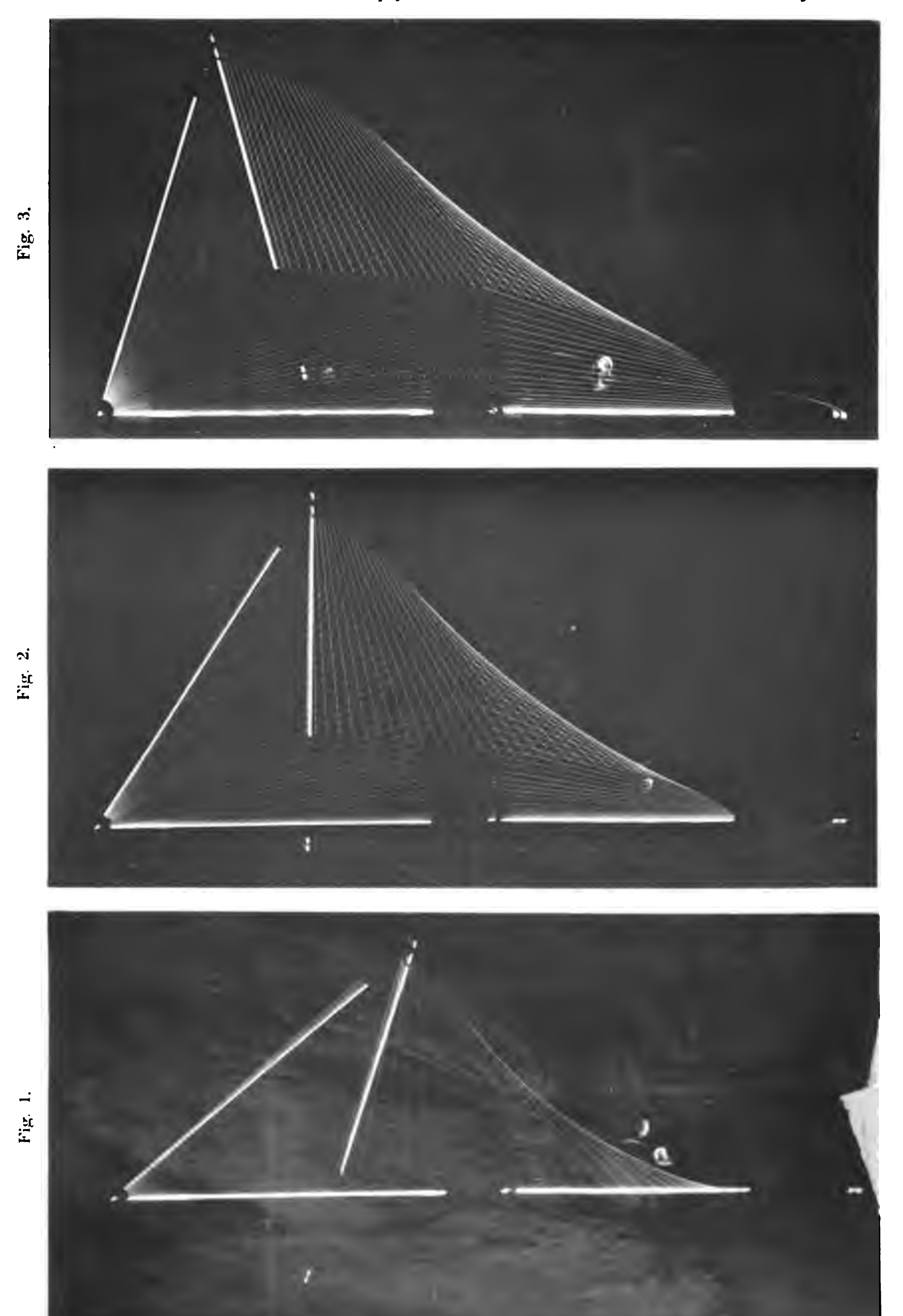


Fig. 3.

Fig. 2.

Fig. 1.

Fig. 2

Fig. 1.

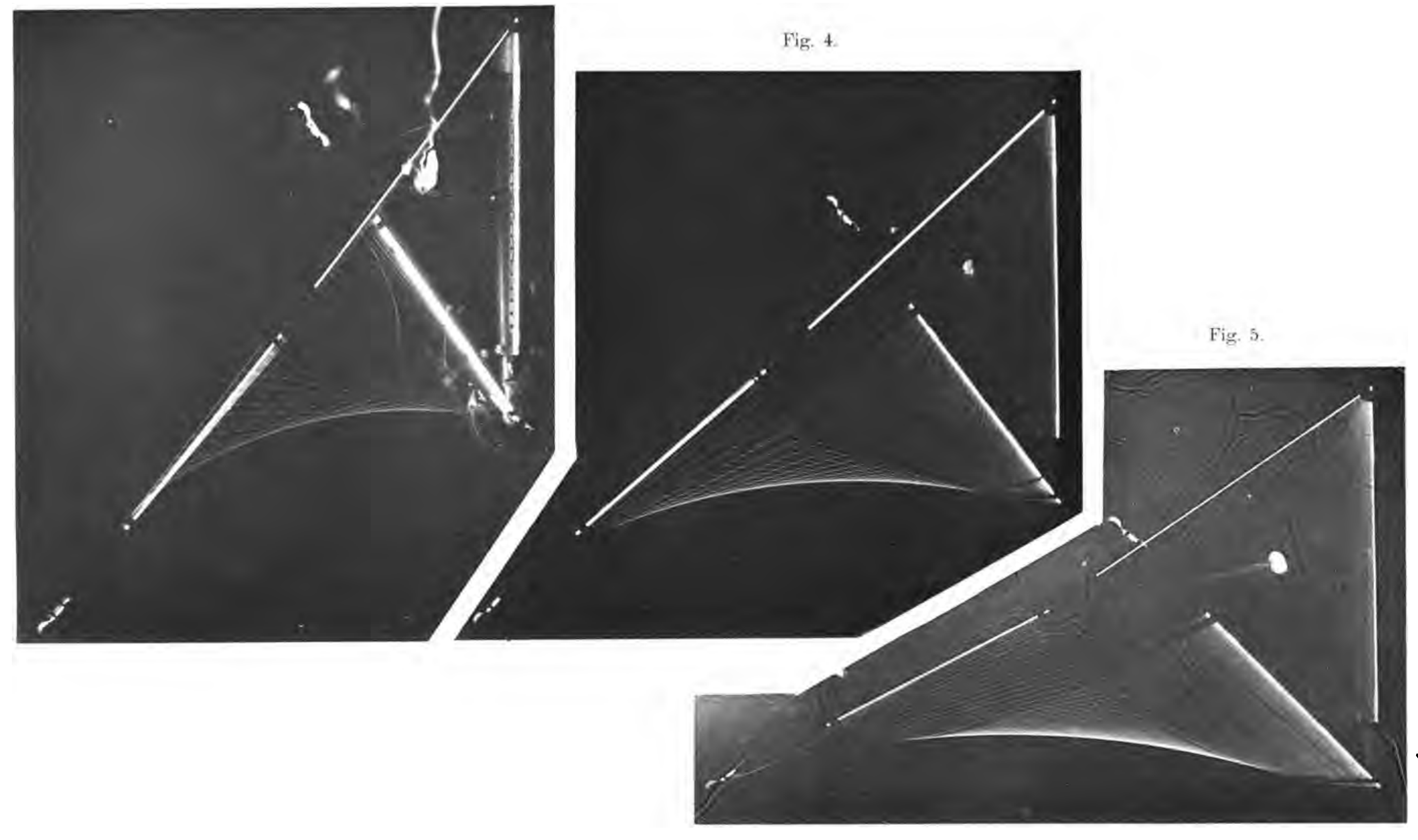
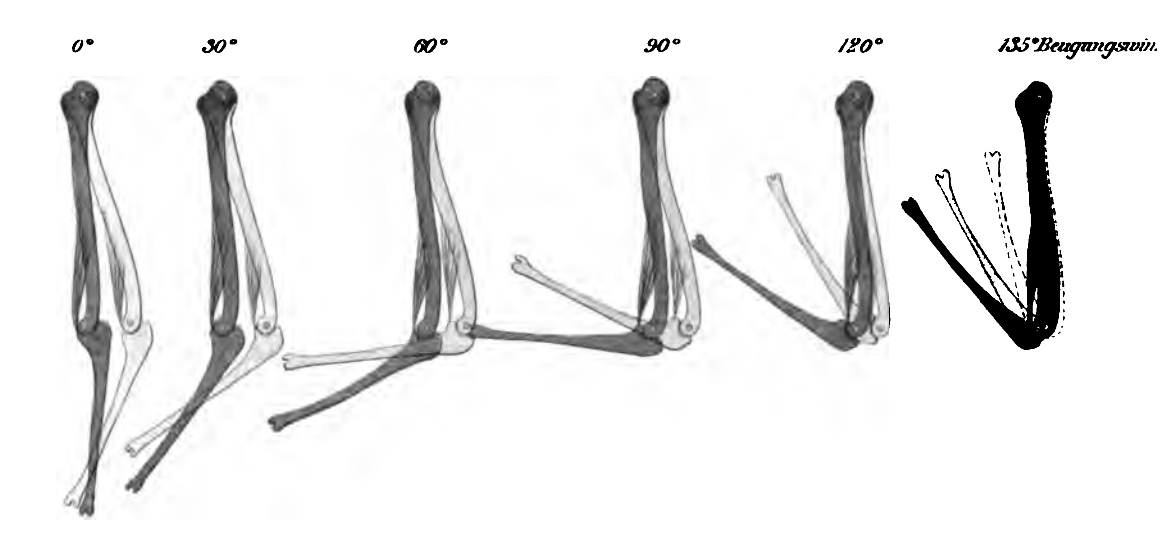


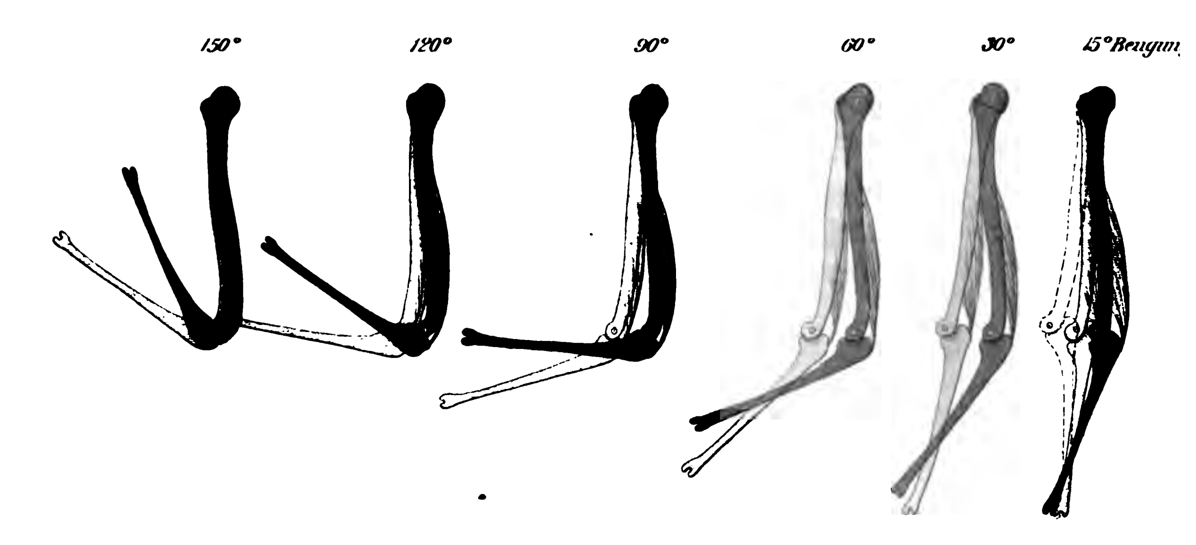
Fig. 3.

Fig. 4.

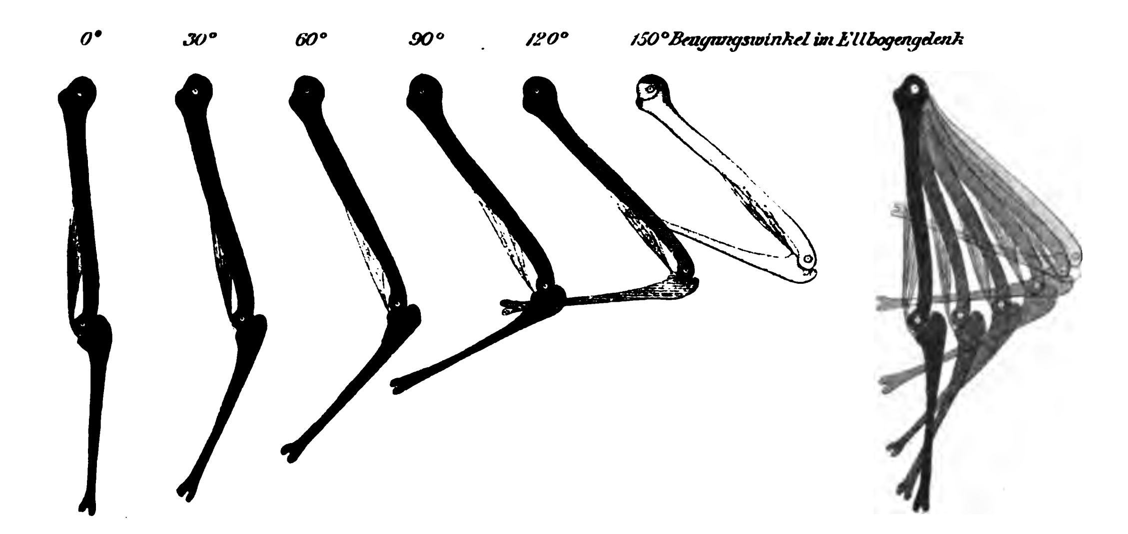
Fig. 5.



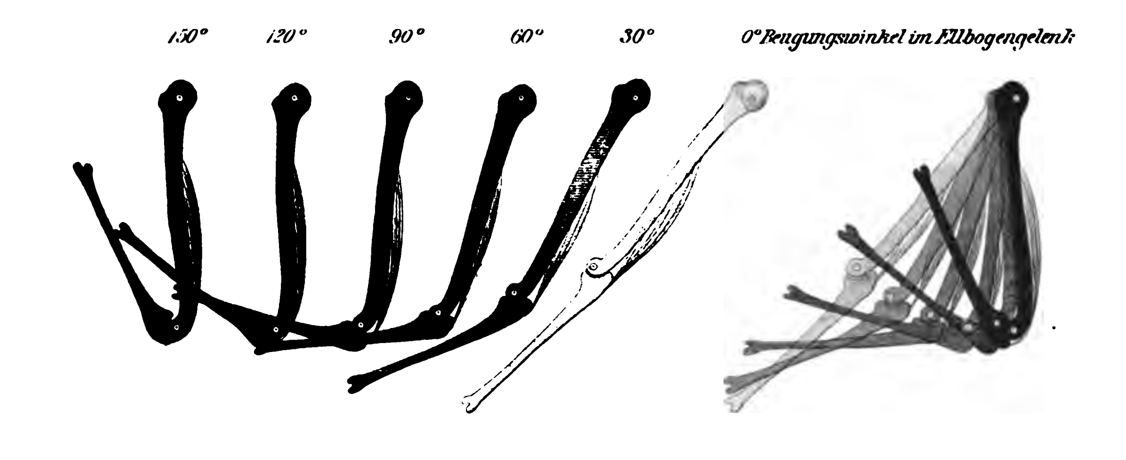
Anfang der Beugebewegung des unbelasteten Arms bei alleiniger Contraction eines eingelenkigen Beugemuskels des Ellbogengelenks für verschiedene Ausgangsstellungen.



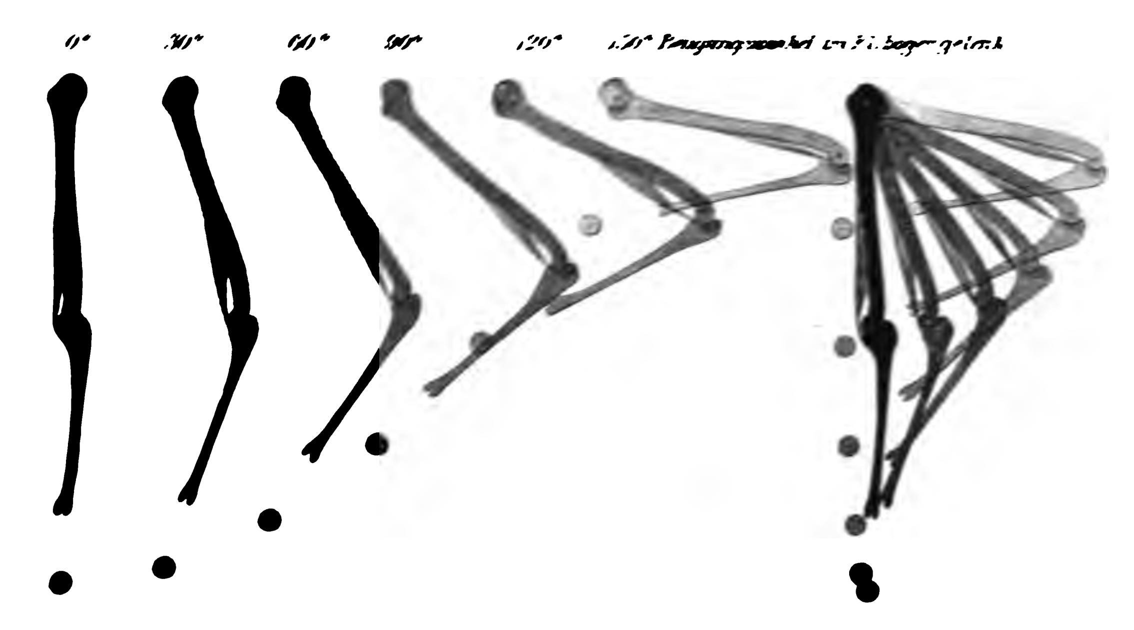
Anfang der Streckbewegung des unbelasteten Arms bei alleiniger Contraction eines eingelenkigen Streckmuskels des Ellbogengelenks für verschiedene Ausgangsstellungen.



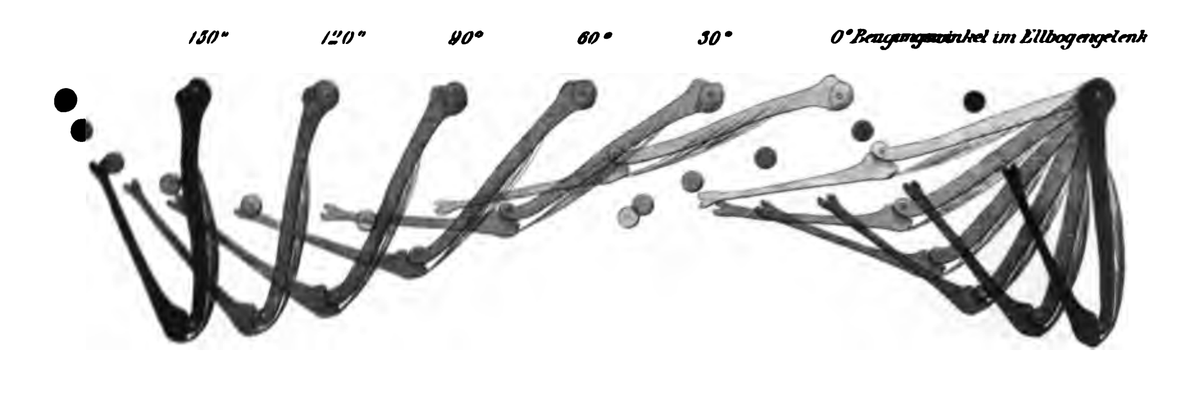
Beugebewegung des Arms ohne Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Beugemuskels des Ellbogengelenks.



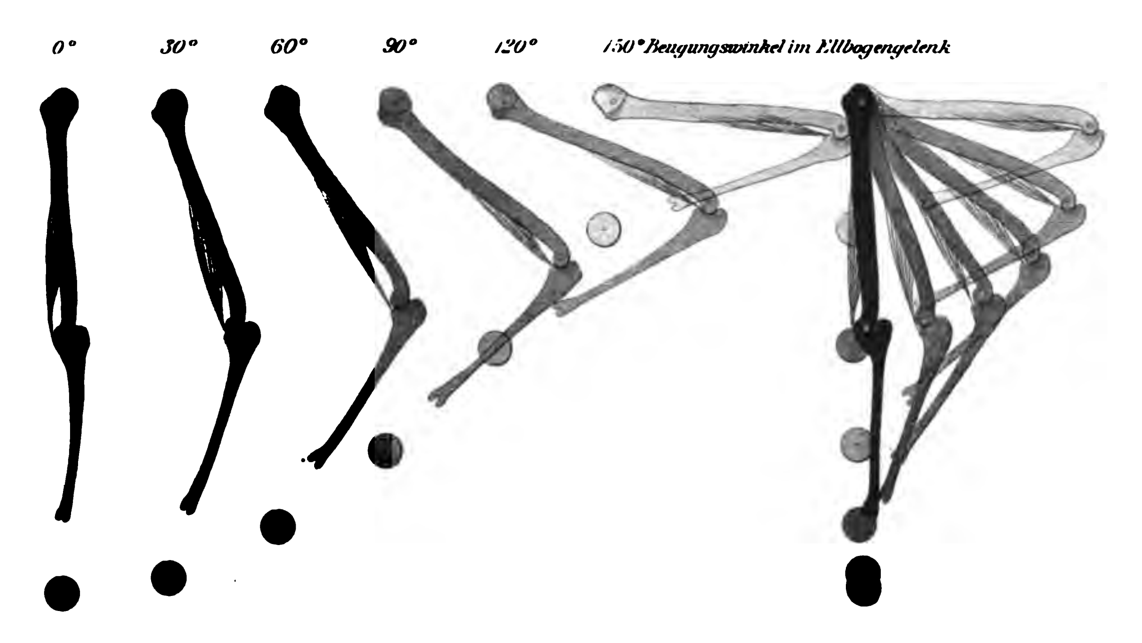
Streckbewegung des Arms ohne Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Streckmuskels des Ellbogengelenks.



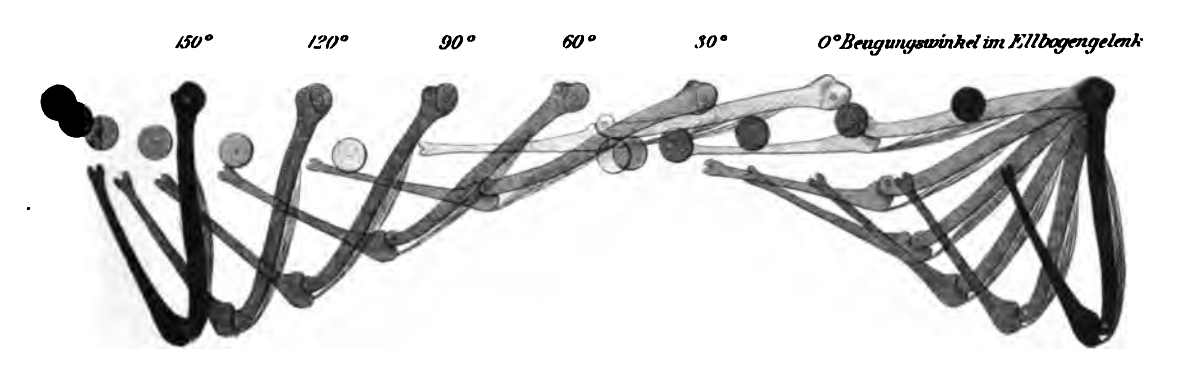
Beugebewegung des Arms bei 4400 g Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Beugemuskels des Ellbogengelenks.



Streckbewegung des Arms bei 4400 g Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Streckmuskels des Ellbogengelenks.

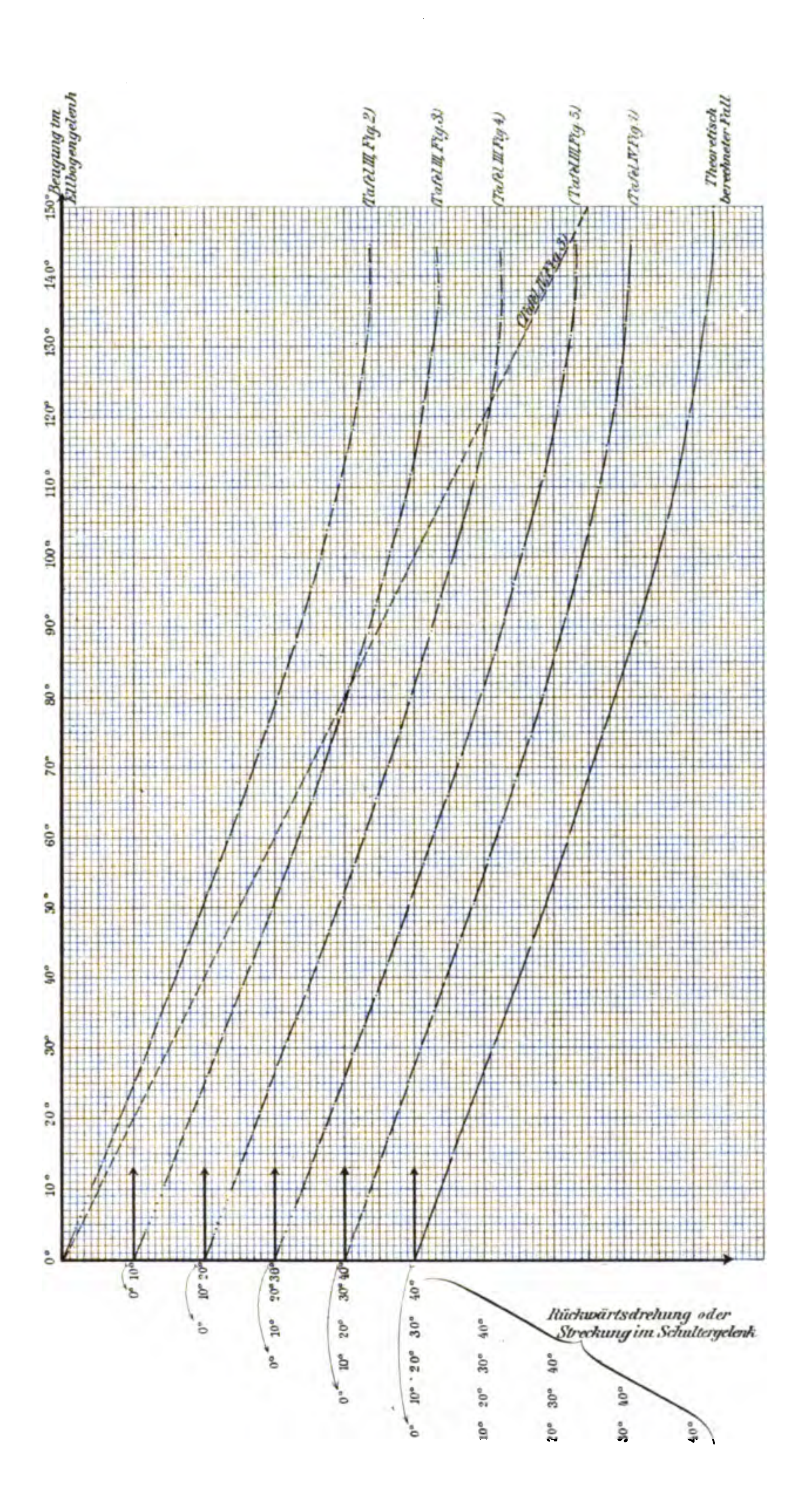


Beugebewegung des Arms bei 15000 g Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Beugemuskels des Ellbogengelenks.



Streckbewegung des Arms bei 15000 g Handbelastung infolge alleiniger Wirkung eines eingelenkigen Streckmuskels des Ellbogengelenks.

Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig



Lith. Anst. v. A. Funke Leipzig.

DAS SÜDAMERIKANISCHE PFEILGIFT
CURARE
IN
CHEMISCHER UND PHARMAKOLOGISCHER BEZIEHUNG.

I. THEIL.
DAS TUBO-CURARE.

VON

R. BOEHM,
ORDENTL. MITGIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

MIT EINER TATEL.

Berichtigungen.

p. 224, Zeile 2 v. u. Thalleiochin statt Thalleinchlor.
» 237, » 13 v. u. Emil » Otto.

Einleitung.

Im Jahre 1886 habe ich in einer kurzen Abhandlung[1]) über einige Ergebnisse der chemischen Untersuchung des Curare berichtet. In der Zwischenzeit bin ich bemüht gewesen, den Gegenstand weiter zu verfolgen, das Untersuchungsmaterial nach Möglichkeit zu vervollständigen und für die Chemie der Curarebestandtheile sichere Grundlagen zu schaffen.

Wenn die Lösung dieser Aufgabe eine ungewöhnlich lange Zeit in Anspruch genommen hat, so war dies neben der grossen Schwierigkeit der Beschaffung ausreichender Mengen der Pfeilgifte ganz besonders durch die chemischen Eigenthümlichkeiten der Curarealkaloide verursacht, die schon mehrere Forscher vor mir von der weiteren Verfolgung des Gegenstandes abgeschreckt haben.

Verschiedenheiten in der Stärke der Wirkung der vom Handel dargebotenen Pfeilgifte sind schon lange bekannt. Man weiss ferner schon seit geraumer Zeit, dass nicht eine sondern verschiedene Giftpflanzen aus der Familie der Strychnaceen in verschiedenen Districten Südamerikas zur Bereitung des Curare verwendet werden. Trotzdem hat man bisher im Allgemeinen das Curare, resp. das darin mehr vermuthete als gekannte Curarin als etwas Einheitliches betrachtet, die beobachteten Differenzen der Wirkung allenfalls den unbekannten Beimengungen zugeschrieben und die Sache wenig beachtet.

Die seit 1828, in welchem Jahre Boussingault und Roulin[2]) zuerst ein Curare chemisch untersuchten, mehrmals von anderer Seite wiederholten Versuche, den wirksamen Bestandtheil zu isoliren,

1) Chemische Studien über Curare; Beiträge zur Physiologie; Carl Ludwig zu seinem 70. Geburtstage gewidmet. Leipzig 1886. F. C. W. Vogel.

2) Annales de Chimie et Physique. XXIX. 1828.

haben zwar das Vorhandensein alkaloidartiger Körper im Curare und einzelne Reactionen derselben kennen gelehrt, es ist aber sicher, dass kein Autor bis jetzt einen einheitlichen Curarestoff beschrieben hat.

Die Gegenden Südamerikas, in welchen die zur Pfeilgiftbereitung dienenden Strychnos vorkommen, sind heute nicht viel zugänglicher und civilisirter als vor 100 Jahren. Aussicht, der Stammpflanzen selbst in den zur chemischen Untersuchung erforderlichen Mengen habhaft zu werden, ist zur Zeit, wie mich mancherlei fruchtlose Bemühungen lehrten, kaum vorhanden. Sollte die begonnene Untersuchung trotzdem zum Abschluss gebracht werden, so war ich auf die im Handel befindlichen Curaresorten angewiesen. Aber auch diese Quelle floss immer spärlicher und ist gerade im letzten Stadium meiner Arbeit, wo es gegolten hätte, einige interessante Funde noch weiter zu verfolgen, vollends ganz versiegt. In den 80er Jahren waren einzelne Pfeilgiftsorten, wenn auch zu hohen Preisen, in Deutschland und England noch verhältnissmässig leicht zu beschaffen. Seit mehreren Jahren aber sind gerade die wirksameren Präparate vollständig vom Markte verschwunden.

Trotzdem ist es mir möglich gewesen, von zwei Sorten reichliche, von einer dritten wenigstens so grosse Mengen zu beschaffen, dass die Hauptfragen erledigt werden konnten. Die Freundlichkeit der Herren A. Dastre und G. Planchon in Paris, Joseph Tillie in Edinburgh und Dr. Ehrenreich in Berlin setzte mich ausserdem in den Stand, auch einige Strychnosrinden mit in den Bereich meiner Untersuchungen zu ziehen, wofür ich den genannten Herren auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank ausspreche.

Wenn man Curare in kleineren Mengen, wie sie in physiologischen oder pharmakologischen Laboratorien gebraucht werden, vom Drogisten bezieht, so erhält man extractartige Massen, an denen allenfalls Unterschiede der Farbe oder der Consistenz, sonst aber ohne genauere chemische Untersuchung keinerlei Unterscheidungsmerkmale zu finden sind. Als ich im Beginne meiner Untersuchungen einmal in einer Sendung des Pfeilgiftes ein Gemisch von Stücken zweier total verschiedener Curaresorten erkannt hatte, kam ich zur Ueberzeugung, dass es zum Zweck der chemischen Untersuchung, um grobe Irrthümer zu vermeiden, nothwendig ist, sich das Gift in den Originalemballagen der Indianer zu verschaffen. Ich habe nun

auf diese Weise nur drei Curaresorten auftreiben können und durch sehr viele Erkundigungen bei deutschen und auswärtigen Handelsfirmen auch erfahren, dass dies die einzigen sind, die in den letzten Decennien auf dem europäischen Markte erschienen. Es sind:

1) das Tubocurare, versendet in Bambusröhren,
2) das Calebassencurare, versendet in Flaschenkürbissen,
3) das Topfcurare, versendet in kleinen Töpfchen von ungebranntem, grauem Thon[1]).

Man konnte nun natürlich von vorneherein nicht wissen, ob den Verschiedenheiten der Emballage auch eine bestimmte Verschiedenheit des Inhalts entspricht. Es hat aber die Untersuchung ergeben, dass das in Bambusröhren (Tubos) enthaltene Curare stets die gleichen chemischen Bestandtheile aufwies und auch ohne Ausnahme vom Calebassen- und Topfcurare total verschieden war.

Die Füllung des Pfeilgiftes in Calebassen und Töpfe ist nach den Berichten der Reisenden in den verschiedenen Curaredistricten üblich, die Versendung der Flaschenkürbisse aber entschieden die häufigere. Ich habe gefunden, dass die Beschaffenheit des Inhalts der Calebassen ohne Ausnahme eine andere war als die des Topfcurare und werde in den betreffenden Abschnitten ausführlicher auf diesen Punkt zurückkommen.

Nach der Form der Verpackung können demnach die Pfeilgifte zunächst grob sortirt werden. Bei Calebassen und Töpfen ist aber noch eine vorläufige orientirende chemische Untersuchung unerlässlich, ehe man den Inhalt mehrerer solcher Gefässe für die chemische Analyse vereinigt.

Ueber die Fabrikation des Curare und die dabei verwendeten Ingredienzien ist wiederholt von Reisenden ausführlich berichtet worden, und diese Berichte sind bereits an verschiedenen Orten ausführlich wiedergegeben. Ich könnte in diesem Punkte dem Bekannten nichts Neues hinzufügen und verzichte daher auf Reproduction der einschlägigen Literatur. Das, was zu Beginn meiner eigenen Untersuchungen über die chemischen Eigenschaften der Curarestoffe veröffentlicht war, habe ich bereits in meiner ersten Abhandlung[2])

1) In einzelnen Sammlungen soll sich auch in Büffelhörner gefülltes Curare vorfinden. Ich selbst habe solches niemals zu Gesicht bekommen.

2) l. c.

zusammengefasst. Zur Ergänzung kann ich hinzufügen, dass auch der bekannte Chemiker Heintz eine ihm von Schomburgk übergebene Probe von Calebassencurare untersuchte[1]. Es ist auch ihm, wie er selbst angiebt, nicht gelungen, den im Curare enthaltenen giftigen Stoff rein darzustellen.

Als Hauptergebniss meiner Untersuchungen schicke ich voraus, dass in den Curaresorten als wirksame Bestandtheile verschiedene stickstoffhaltige Körper vorhanden sind, die sich durch besondere Eigenthümlichkeiten in chemischer Hinsicht von den bis jetzt bekannten Pflanzenalkaloiden unterscheiden. Sie differiren untereinander nicht nur in der Intensität der für sie charakteristischen Nervenendwirkung, sondern auch in ihrer chemischen Zusammensetzung, unter anderem insofern als sie 1 oder 2 Atome Stickstoff im Molekül enthalten. Dieser Gruppe der »Curarine« reiht sich eine zweite an, deren Glieder, wenn auch bisweilen in nur sehr geringen Mengen, doch in allen Curaresorten nachgewiesen werden konnten und die für die Curarine charakteristische Nervenendwirkung entweder gar nicht oder doch nur in geringem Grade erkennen lassen. Sie vereinigen sich zu der Gruppe der »Curine«; drei derselben konnten in krystallisirter Form erhalten werden.

Es werden ferner gewichtige Gründe dafür zu erbringen sein, dass die Curine und Curarine chemisch in naher Beziehung zu einander stehen und dass die letzteren im Chemismus der Pflanze wahrscheinlich aus den ersteren entstehen.

Durch die Untersuchung der Curarerinden endlich ist es möglich geworden, auch darüber Aufschlüsse zu erhalten, in welchen Gewebstheilen der Rinden sich die Curarine anhäufen.

Dem Berichte über die Untersuchung des Tubo-Curare wird in Bälde als II. Theil das Nähere über die weiteren Curaresorten und die Curarerinden folgen.

---

1) Der Bericht von Heintz über das Ergebniss seiner Untersuchung findet sich bei R. Schomburgk, Reisen in Britisch-Guiana in den Jahren 1840—1844. I. Theil p. 452. Leipzig, 1847. Weber.

I. Theil.

Das Tubo-Curare.

Es ist bemerkenswerth, dass das Erscheinen dieser früher unbekannten Curaresorte auf dem Drogenmarkte zeitlich zusammenfällt mit dem Seltenerwerden und Verschwinden der Calebassen und Töpfe, zugleich aber auch mit den Klagen der Experimentatoren über Unzuverlässigkeit der Wirkung des Curare. Gegenwärtig wird man beim Bezuge vom Drogisten in kleineren oder grösseren Mengen immer nur dieses Präparat erhalten, das im Anfang der 80er Jahre in verhältnissmässig grossen Mengen nach Deutschland und England eingeführt worden ist.

Ueber die Herkunft des Tubocurare habe ich nur wenig, über seine Abstammung gar nichts erfahren können.

Dr. Th. Schuchardt in Görlitz, eine der Bezugsquellen, aus welcher ich die Droge erhielt, theilte mir mit, dass es aus der brasilianischen Provinz Amazonas stamme und am südlichen Ufer des gleichnamigen Stromes von Indianern fabricirt werde; nach Europa sei es durch Vermittelung eines in Para thätigen Hauses über diesen Hafen exportirt worden. In Para und Nordwestbrasilien wird wohl kaum Curare fabricirt, und die von Handelsfirmen für Tubocurare bisweilen gewählte Bezeichnung »Paracurare« bezieht sich also lediglich auf die Provenienz aus dem genannten Hafenplatze[1]).

1) Spätere Nachforschungen in Para selbst, bei welchen mir die Firma Parke, Davis u. Co. in Detroit in dankenswerthester Weise behilflich war, ergaben, dass gegenwärtig in Para Niemand dieses Tubocurare kennt. In der älteren Literatur habe ich nur in Eduard Poeppig's Reisewerk (Reise in Chile, Peru und auf dem Amazonenstrome während der Jahre 1827—1832. Leipzig 1836, Bd. II. p. 445) ein südamerikanisches Pfeilgift erwähnt gefunden, das in »Röhren« gefüllt und in Maynas (westlicher Uferdistrict des Rio Huallaga, südlichen Nebenflusses des

Das Tubocurare ist in Bambusröhren (Tubos, Parawaures) gefüllt, die durchschnittlich 25 cm lang und im Lichten 4—4,5 cm weit sind. Den Boden bilden die natürlichen, gewölbten Querscheiben der Internodien, am oberen Ende ist das Rohr mit einem lose aufgeklebten Stück Palmblatt nachlässig verschlossen und ausserdem mit Bastfäden umschnürt (vgl. Tafel 1, Fig. 1). Die gefüllten Tubos haben ein Gewicht von 275—350 g, wovon ca. 70 g auf die Emballage entfallen. Die Entleerung geschieht zweckmässig so, dass man mit Hilfe eines starken Messers und eines Hammers den aufrecht stehenden Tubo von oben nach unten spaltet, wobei die in der Regel noch feuchte Inhaltsmasse mitten durchreisst und an den beiden Halbröhren haften bleibt. Die Röhren sind gewöhnlich bis auf ein 2—3 cm langes Stück am obern Ende mit dem Pfeilgift gefüllt. Gegen aussen hin ist dieses durch den Luftzutritt in einer ca. 1 cm dicken Schichte zu einer gelbbraunen, bröckligen Kruste eingetrocknet, welche offenbar die darunter liegende Masse vor dem gänzlichen Eintrocknen schützt.

Die Masse selbst fand ich stets von dunkelbrauner Farbe, auf dem Bruch etwas körnig und von der Consistenz des Pumpernickels. Im Innern finden sich häufig grosse und weite lufthaltige Hohlräume (vgl. Taf. 1, Fig. 2). Offenbar wird die Masse in dickflüssigem Zustand in die Tubos eingegossen, wo sie dann allmählich, vielleicht auch durch Trocknen an der Sonne, weiter eindickt.

Eine charakteristische Eigenthümlichkeit des Tubocurare, die ich in ca. 30 von mir geöffneten und entleerten Tubos aus drei verschiedenen Bezugsquellen ausnahmslos wahrnehmen konnte, sind makroskopisch sichtbare Krystalleinschlüsse. Sie finden sich in Form grosser und gut ausgebildeter Krystalle gewöhnlich am reich-

---

Marañon) fabricirt wird. Poeppig weiss über die botanische Abstammung des Hauptingrediens dieses Giftes nichts Sicheres anzugeben, erwähnt aber, dass demselben grosse Mengen einer aus starkem Tabak und einer sehr scharfen Capsicumart bereiteten Brühe zugesetzt werden. Letztere Zuthaten sprechen direct gegen ein »Curare«. Auch unser Gewährsmann in Para theilt mit, dass er von einem in Bambusröhren gefüllten Pfeilgift Nachricht erhalten habe, welches in Yurimagua (Peru, gleichfalls am Ufer des Huallaga) für den Export bereitet, von den Eingeborenen selbst aber als wenig werthvoll bezeichnet werde. Ich muss es vorläufig dahingestellt sein lassen, ob diese Gifte peruanischer Herkunft etwas mit dem »Tubocurare« zu schaffen haben.

lichsten in den unteren Theilen des Tuboinhaltes und sind von der extractartigen Giftmasse dicht umschlossen. Ich besitze solche aus der umliegenden Masse isolirte Krystalle von 2 cm Länge und 0,5 cm Dicke mit schönen, regelmässig ausgebildeten Flächen. Sie sind nie farblos, sondern etwas fleckig gelb gefärbt und von beträchtlicher Härte. Man findet die gleichen Krystalle natürlich auch in dem vom Drogisten in kleinerer Menge bezogenen Curare. Man braucht nur ein paar Stücke mit der Hand zu zerbröckeln und sieht dann da und dort spiegelnde Krystallflächen aus der umgebenden, glanzlosen, braunen Masse hervorschimmern. Ueber die chemische Natur dieser Einschlüsse wird unten das Nähere angegeben werden.

Ich habe in keiner anderen der verschiedenen von mir untersuchten Curaresorten jemals makroskopisch sichtbare Krystalle auffinden können, und solche sind daher ein ganz gutes Erkennungszeichen für Tubocurare. Die mikroskopische Untersuchung der Giftpaste mit schwacher Vergrösserung ($\frac{1}{120}$) zeigt ausserdem, dass auch diese dicht mit kleinen Krystallen durchsetzt ist. Anderweitige geformte Elemente wie z. B. Steinzellen habe ich nur ausnahmsweise wahrgenommen. Aus dem in Wasser und Spiritus unlöslichen Rückstande einer grösseren Menge (2 kg des Giftes) konnte ich einige Holz- und Rindenstückchen herauswaschen, deren mikroskopische Untersuchung die Abstammung von einer Strychnosart sehr wahrscheinlich machte.

Als Material für die nachstehend mitgetheilten Untersuchungen dienten mir im ganzen ca. 3 kg des Giftes, das ich ausnahmslos in der Originalverpackung im Laufe der letzten Jahre aus verschiedenen Bezugsquellen erhalten hatte. Es war, wie ich erfuhr, vor einigen Jahren eine grössere Partie dieser Waare auf dem Londoner Markte versteigert worden, von wo es offenbar auch die deutschen Drogisten erhalten haben.

Bei der Nachlässigkeit der Verpackung ist es nicht zu verwundern, dass nicht selten ganze Tubos geplatzt und verdorben sind. Das Curare trocknet dann zu einem hellbraunen, widerlich urinös riechenden Pulver ein. Solche Stücke beseitigte ich selbstverständlich. Gute Waare hat frisch einen schwachen, etwas an Cichorienpaste erinnernden Geruch und giebt nach dem Trocknen ein braunes, ausserordentlich stark stäubendes Pulver.

Der Feuchtigkeitsgrad der Giftpaste ist in den einzelnen Tubos verschieden. Es verloren beispielsweise von zwei aus verschiedenen Röhren entnommenen Proben beim langsamen Trocknen über Schwefelsäure im Exsiccator:

a) 239,0 g 27,0 g = 11,3 %

b) 225,0 g 43,0 g = 14,6 %.

Verhalten gegen verschiedene Lösungsmittel. Tubocurare ist wie auch andere Curaresorten zum grossen Theil in kaltem Wasser löslich. Bei zwei genaueren Bestimmungen wurden abgewogene Proben des getrockneten Pulvers 8 Tage mit kaltem Wasser macerirt und der ungelöste, auf gewogenem Filter gesammelte Antheil mit Wasser nachgewaschen, bis sich nichts mehr löste. In Lösung gingen über:

von der ersten Probe 84,9 %

» » zweiten » 84,0 % des trocknen Pulvers.

Verdünnter Weingeist (gleiche Theile Wasser mit Weingeist von 90°) löste 85,4 %. Starker Alkohol löst nur wenig in der Kälte, etwas mehr beim Kochen. Noch geringere Mengen werden an Aether, Benzol, Toluol und Chloroform, fast gar nichts an Petroleumäther abgegeben.

Wirkungsintensität. Das Tubocurare ist das schwächste aller von mir untersuchten südamerikanischen Pfeilgifte. Zudem ist die Wirksamkeit des Inhalts verschiedener Tubos eine in ziemlich weiten Grenzen schwankende. Auf den letzteren Umstand ist es wohl zurückzuführen, dass man in neuerer Zeit in den Preislisten der Drogenhäuser hinter Curare gewöhnlich die Bemerkung findet: »auf Wirksamkeit geprüft«. Ich theile hier die Resultate zweier Wirkungsproben mit, von denen sich die eine auf das gleichmässige Gemisch des Inhalts von 17 Tubos bezieht, also einen Durchschnittswerth darstellt, während die andere mit dem (vom Drogisten!) »auf Wirksamkeit geprüften« Inhalt eines einzelnen Tubos angestellt ist.

Im ersteren Falle betrug die tödtliche Gabe beim Kaninchen für 1 kg Körpergewicht **0,009—0,01** g, im letzteren **0,005** g des wässrigen Auszuges des Tubocurare (entsprechend 0,01—0,012, resp. 0,006 g des Ausgangsmaterials).

Aschenanalyse. Es erschien mir zunächst wünschenswerth, über die im Tubocurare enthaltenen mineralischen Stoffe genaueren

Aufschluss zu erhalten. Frühere Beobachtungen hatten mir einen erheblichen Mangangehalt der Asche anderer Curaresorten ergeben. Es fragte sich, ob ein solcher auch dem Tubocurare zukommt. Um eine genaue Aschenanalyse ausführen zu können, wurden 100 g bei 100° getrockneten Tubocurares (der Mischung des Inhalts von 17 Tubos entnommen) vorsichtig eingeäschert. Kleinere Portionen von je 5,0 g des Pulvers wurden zunächst in der Platinschale bei sehr gelinder Hitze verkohlt, wobei stets zunächst ein eigenthümlicher, an Guano erinnernder, später der Geruch nach Chinolinbasen auftrat. Die voluminöse, schwammige Kohle wurde sodann mit Wasser begossen, bei sorgfältiger Vermeidung von Verlust unter Wasser zerkleinert und so lange wiederholt auf dem Dampfbade zur Trockne eingedampft, bis nach gelindem Glühen eine fast weisse Asche hinterblieb. Durch dieses allerdings zeitraubende Verfahren wurden schliesslich aus 100 g Tubocurare 12,3 g Asche erhalten. Dieselbe ist von stark alkalischer Reaction, entwickelte auf Salzsäurezusatz stürmisch Kohlensäure, enthielt 2,3 % Kieselsäure und Kohle, keine Thonerde und ausser Eisen keine schweren Metalle. Nach Abzug von Kieselsäure und Kohle berechnen sich die Ergebnisse der Analyse in Procenten wie folgt:

SO_3	2,7904
HCl	5,8720
P_2O_5	5,6128
CO_2	25,3248
K_2O	38,3008
Na_2O	0,9664
CaO	13,6320
MgO	6,3232
$Fe_2(PO_4)_2$	1,1776
	100,0000

Allgemeines Verhalten der wässrigen Lösung des Tubocurare. Die wässrige Lösung ist bei einiger Concentration braun gefärbt, frisch filtrirt vollkommen klar, von saurer Reaction und sehr bitterem Geschmack.

Wie man es auch bei anderen Curarelösungen zu beobachten gewohnt ist, werden auch diejenigen des Tubocurare nach ca. 24 Stunden

trübe und setzen braune Flocken ab. Ich versuchte festzustellen, ob man durch wiederholtes Abfiltriren dieser Abscheidungen schliesslich an dem Punkt anlangt, eine dauernd klar bleibende Lösung zu erzielen. Trotzdem ich aber eine grössere Menge der Lösung über ein Jahr lang aufbewahrte und alle vier Wochen von dem entstandenen Niederschlag abfiltrirte, habe ich doch immer und immer wieder neue Niederschläge erhalten. Erst in den letzten Monaten zeigten sich in der Lösung hier und da Ansätze von Schimmelpilzen. Die Trübung beginnt stets an der Oberfläche mit der Bildung irisirender Häutchen, und es ist wohl kaum zu bezweifeln, dass es sich um die continuirliche, langsame Oxydation eines Bestandtheils der Lösung hierbei handelt. Beim Erwärmen einer frisch filtrirten, klaren Lösung in flacher Schale auf dem Wasserbade tritt schon nach kurzer Zeit eine reichliche, flockige Ausscheidung ein, während die Lösung beim Kochen im Reagensglase nicht sichtlich verändert wird. Tubocurarelösungen schäumen beim Schütteln stark, und der gebildete Schaum ist sehr zähe. Leitet man durch die Lösung einen lebhaften Luftstrom und verhindert das Schäumen durch Ueberschichten mit etwas Benzol, so scheiden sich kleine Mengen von Curin ab, welche man durch Auflösen in kochendem Benzol direct krystallinisch erhält.

Verhalten der Lösung gegen Säuren. Bei Zusatz von concentrirter Salpetersäure bewirken die ersten Tropfen keine Veränderung, weitere Tropfen erzeugen einen voluminösen Niederschlag und Rothfärbung. Der Niederschlag verschwindet wieder auf Wasserzusatz oder Erwärmen. Bei stärkerem Erhitzen mit Salpetersäure wird die Flüssigkeit dunkelblutroth, und es tritt eine sehr lebhafte Reaction unter Entwickelung rother Dämpfe ein. Schwefelsäure, Orthophosphorsäure, Salzsäure und Jodwasserstoffsäure lassen in der Kälte wie in der Hitze, im concentrirten wie im verdünnten Zustand die Tubocurarelösung unverändert, während Metaphosphorsäure sofort, auch in sehr verdünnten Lösungen, einen voluminösen, weissen Niederschlag hervorbringt.

Verhalten gegen Alkalien. Ammoniak erzeugt einen starken, gallertigen Niederschlag, welcher im Überschusse des Fällungsmittels theilweise sich wieder auflöst. Kali und Natronlauge bewirken gleichfalls voluminöse Niederschläge, die aber schon in geringem Überschusse des Alkali sich völlig wieder auflösen.

Verhalten gegen Salzlösungen. Von den Haloidsalzen erzeugen Jodkalium und Bromkalium starke Niederschläge, Chlorkalium und Chlornatrium hingegen nicht. Fällend wirken ferner Chlorcalcium, Kaliumnitrat, Natriumdiphosphat, während Ammoniumchlorid, Ammoniumnitrat und Natriumsulfat die Lösung klar lassen. Kupfersulfat färbt die Tubocurarelösung grün, auf Zusatz von Kalilauge wird alles Kupferoxydhydrat in Lösung gehalten und beim Erwärmen tritt sehr starke Reduction ein. Ferrichlorid erzeugt Dunkelgrünfärbung, Bleiessig einen voluminösen Niederschlag. Alle Alkaloidreagentien bewirken voluminöse Fällungen.

Um für die Isolirung der verschiedenen Bestandtheile aus dem kostspieligen Rohmaterial den richtigen Weg zu finden, waren viele und sehr zeitraubende Voruntersuchungen nothwendig. Vor Allem war festzustellen, ob durch Anwendung von höheren Temperaturen, Säuren und dgl. die Wirksamkeit des Giftes abnimmt. Dies ist bei diesem Curare glücklicherweise durchaus nicht der Fall, auch wenn man eine Lösung desselben stundenlang am Rückflusskühler mit verdünnter Schwefelsäure kocht. Dass im Tubocurare viel Curin enthalten ist, habe ich bereits in meiner früheren Abhandlung mitgetheilt. Es war zu untersuchen, auf welche Weise dieses Alkaloid von dem die Curarewirkung bedingenden Stoffe bei Vermeidung von Verlusten zu trennen war. Es stellte sich heraus, dass unter allen Umständen das Curin vollständig aus der Curarelösung entfernt sein muss, ehe man an eine Reindarstellung der wirksamen Base denken kann. Durch Fällungsmittel ist eine Trennung unmöglich, weil durch sie stets ein Basengemisch gefällt wird, auch dann, wenn solche Fällungsmittel gewählt werden, welche wie z. B. Quecksilberchlorid reines Curin aus seinen Salzlösungen nicht abscheiden.

Ich beschränke mich darauf, das Verfahren etwas genauer zu beschreiben, durch welches ich in zwei Versuchen mit grösseren Mengen (2000 g, resp. 500 g) Tubocurare befriedigende Ausbeuten erhalten habe. 1 Th. Tubocurarepulver wird in grossen Kochflaschen mit 10 Th. Wasser übergossen und 5 Tage lang unter häufigem Umschütteln auf dem Dampfbade digerirt. Dann lässt man absitzen, decantirt die dunkelbraune Lösung von dem Bodensatz und digerirt letzteren noch zweimal mit den gleichen Wassermengen, endlich ein

viertes Mal mit Zusatz von verdünnter Schwefelsäure. Den unlöslichen Rückstand lässt man zuletzt auf einem Papierfilter gut abtropfen. Es hinterblieben von 2000 g Tubocurare 240,0 g trockner, unlöslicher Rückstand, also 12 %. Den letzten schwefelsauren Auszug habe ich gesondert, alle anderen aber vereinigt zunächst auf Curin verarbeitet. Zu diesem Zweck wurden dieselben mit Ammoniak versetzt, bis eine dicke, gelatinöse Fällung entstand, die Niederschläge auf grossen Faltenfiltern abfiltrirt und 24 Stunden lang abtropfen gelassen. Die Filtrate geben dann stets noch ein zweites und drittes Mal reichliche Niederschläge auf weiteren Ammonzusatz, während bei nur einmaligem aber überschüssigem Ammonzusatz sehr viel Curin wieder in Lösung geht. Die Filter mit den Curinniederschlägen kamen nach dem Abtropfen auf vielfache Lagen groben Filtrirpapiers, durch welches noch viel Flüssigkeit abgesogen wird, und endlich in grosse Flaschen, in welchen sie mit Aether ausgeschüttelt wurden. Der Aether hinterliess sodann schon leidlich reines Curin, wovon aus 2000 g Tubocurare 220,0 g, also 11 % resultirten. Von der weiteren Reinigung dieser Base wird später die Rede sein.

Etwas weniger zeitraubend, aber wegen des grösseren Aetherverlustes kostspieliger ist das zweite Verfahren, dessen Anwendung sich namentlich bei der Verarbeitung kleinerer Curaremengen empfehlen dürfte.

Das Curin lässt sich aus der wässrigen, mit Ammoniak gefällten Lösung ohne vorherige Filtration nicht ausschütteln, weil hierbei die Trennung der ätherischen von der wässrigen Schichte auch nach tagelangem Stehenbleiben nicht mehr erfolgt. Benutzt man aber statt Wasser als Extractionsmittel für das Curarepulver 50 proc. Weingeist, der wie oben erwähnt, noch etwas mehr als reines Wasser löst, so können die mit der erforderlichen Ammoniakmenge versetzten wässrig-alkoholischen Tincturen, in welchen wegen der reichlichen Löslichkeit des Curins in schwachem Spiritus nur ein mässiger Niederschlag durch den Ammonzusatz entsteht, ohne Weiteres mit Aether ausgeschüttelt werden. Der Aether nimmt hierbei natürlich auch viel Spiritus und mit diesem etwas mehr Verunreinigungen auf, als es bei dem Ausschütteln der aus rein wässriger Lösung gefällten Niederschläge der Fall ist. Aus 500 g Tubocurare wurden auf diese Weise 62 g = 12,4 %, in einem anderen Versuche aus 147 g 15,3 g = 15,3 % Rohcurin erhalten.

Gleichviel ob man nach der einen oder nach der anderen Methode verfährt, immer setzen sich beim Ausschütteln mit Aether in den wässrigen Schichten reichliche Mengen amorpher, brauner Massen ab, welchen unter Umständen nicht unbedeutende Mengen wirksamer Base anhaften können.

Die auf die eine oder andere Weise erhaltenen curinfreien Filtrate werden auf dem Dampfbade bis zur Consistenz eines sehr dünnen Syrups eingeengt. Aus diesem scheiden sich im Laufe einiger Tage grosse Mengen von Krystallen ab, welche zum Theil aus den Kalk- und Magnesiumsalzen organischer Säuren, zum Theil aus demselben Körper bestehen, der die oben beschriebenen Krystalleinschlüsse des Tubocurare bildet und von welchem unten weiter die Rede sein wird.

Von diesen Krystallmassen wird die Mutterlauge abgegossen und erst mit einem, dann mit 2 Vol. 90° Alkohol versetzt und jedesmal wieder etwas eingedampft, wodurch noch wiederholte Krystallabscheidungen erzielt werden. Der zuletzt verbleibende Syrup wird nochmals mit 1 Vol. Spiritus versetzt, nach längerem Absitzen amorpher, harzartiger Massen filtrirt und bildet so nun das Material für die Gewinnung der wirksamen Base. Die Isolirung dieser gelang mir in befriedigender Weise nur mit Hülfe der Fällung mittels weingeistiger Sublimatlösung, welche, in sehr grossem Ueberschuss angewandt, die Base vollständig aus ihrer alkoholischen Lösung abscheidet. Der ausserordentlich voluminöse, hellgelbe Niederschlag wird auf dem Filter gesammelt, mit absolutem Alkohol gut ausgewaschen, hierauf zwischen Filtrirpapier ausgepresst und, noch feucht vom Filter abgelöst, sofort wieder in 96° Weingeist gut vertheilt. Die Zersetzung durch Schwefelwasserstoffgas erfolgt dann leicht schon in der Kälte, und das Filtrat vom Schwefelquecksilber, eine dunkelrothbraune, etwas grünlich fluorescirende Flüssigkeit, enthält sodann neben Salzsäure und sehr übelriechenden Schwefelderivaten des Alkohols die Base schon in ziemlich reinem Zustande. Man isolirt sie entweder ohne Weiteres durch Ausfällen der alkoholischen Lösung mit 3 Vol. Aether, oder nach vorheriger Beseitigung der Hauptmenge von Schwefelwasserstoff und freier Salzsäure durch Eintragen von feuchtem Silberoxyd in die alkoholische Lösung. In diesem Falle wird dann erst das Filtrat der Silberoxydbehandlung

mit Aether gefällt. Ich habe bei den letzten Versuchen von der Anwendung des Silberoxyds ganz Abstand genommen, da ich mich davon überzeugte, dass damit nicht viel gewonnen wird. Die so erhaltene Base hat die Wirkungen des Curare; da sie aber von den übrigen Curarinen verschieden ist, nenne ich sie im Folgenden Tubocurarin. Das Nähere über dieses Alkaloid wird in einem besonderen Abschnitt unten angegeben werden.

Um festzustellen, ob in den alkoholischen Filtraten der Sublimatfällung noch weitere fassbare organische Bestandtheile enthalten sind, wurden dieselben durch Fällung mit weingeistigem Ammoniak von Quecksilber befreit, von dem Filtrate der Alkohol abdestillirt und der Rückstand noch bis zur Syrupsconsistenz eingedampft. Er erwies sich als alkaloidfrei, aus der mit verdünnter Schwefelsäure angesäuerten Flüssigkeit konnten aber durch Ausschütteln mit Aether noch ansehnliche Mengen einer organischen, krystallisirbaren Säure erhalten werden, die sich als Bernsteinsäure erwies. Endlich waren in den verbleibenden, ausgeätherten Flüssigkeiten noch grössere Mengen eines stark reducirenden Kohlehydrates vorhanden, welches mit Phenylhydrazin eine bei 195—197° C. schmelzende krystallinische Verbindung lieferte, sonach wohl eine Zuckerart ist.

Nachdem vorstehend die Methode der Verarbeitung des Tubocurare dargelegt ist, wird es meine weitere Aufgabe sein, über die isolirten Bestandtheile im Einzelnen genauer zu berichten und zwar

1) über das Curin,
2) über das Tubocurarin,
3) über die Einschlusskrystalle.

1. Das Curin.

Bei meinen früheren Versuchen hatte ich das Curin erhalten »als eine blendend weisse, vielleicht etwas lichtempfindliche Masse (an den Rändern tritt leicht etwas Gelbfärbung ein), die unter dem Mikroskop sich als krystallinisch erweist und aus allerdings sehr kleinen Sphärokrystallen besteht«. Den Schmelzpunkt fand ich damals bei 160° C.

Da mir diesmal über 200 g Rohbase zur Verfügung standen, so konnte dieselbe nun besonders bezüglich ihrer Krystallisationsfähigkeit

sowie auch ihrer elementaren Zusammensetzung genauer untersucht werden.

Das gelbbraun gefärbte Rohcurin lässt sich am besten durch heisses Benzol reinigen. In der Kälte ist es hierin nur sehr wenig löslich. Bei längerem Kochen mit 20 Theilen dieses Lösungsmittels aber gehen reichliche Mengen in Lösung. Nach dem Kochen lässt man zunächst die Mischung wieder vollständig erkalten, wobei sich gefärbtes und amorphes Curin wieder abscheiden und absetzen. Nun giesst man die klare Lösung durch ein Filter von dem ungelöst gebliebenen Bodensatz ab und wiederholt das Auskochen des letzteren mit Benzol so lange, bis keine nennenswerthen Mengen mehr in Lösung gehen.

Die hellgelben Benzollösungen lässt man, mit Papier bedeckt, in Bechergläsern an einem möglichst kühlen Orte mehrere Tage stehen, während welcher Zeit sich dann das Curin zum Theil in feinen farblosen Nadeln, zum Theil in grossen, dicken, rhombischen Tafeln in reichlichen Mengen aus der Flüssigkeit abscheidet. Ist die Krystallisation beendet, so giesst man die Benzolmutterlaugen ab und bringt die abgeschiedenen Krystalle von Neuem in eine Kochflasche mit Benzol. Man erhitzt nun aber nicht mehr bis zum Kochen, sondern nur so weit, bis die Krystalle von der anhaftenden Mutterlauge befreit sich schneeweiss auf dem Boden des Gefässes abgesetzt haben, bringt sie dann auf ein Filter, wäscht noch mit etwas kaltem Benzol nach und trocknet an der Luft. Auf diese Weise habe ich aus 200 g Rohbase 100 g krystallinisches Curin erhalten. Aus den Mutterlaugen schied sich beim weiteren Abtreiben des Benzols etwa die Hälfte des angewandten Materials wieder in amorphem Zustande als hellgelbes Pulver ab, das am Lichte dunkler wurde, und aus welchem auf keine Weise mehr Krystalle zu gewinnen waren, obwohl es im Übrigen alle Eigenschaften des reinen Curins besass und auch in seiner Zusammensetzung nicht von diesem abwich. Man wird daher wohl die Existenz einer krystallinischen und die einer amorphen Modification des Curins annehmen dürfen oder vielleicht besser sagen, dass das Curin nur unter besonders günstigen Bedingungen krystallisirt. Denn auch das reinste krystallinische Curin scheidet sich aus seinen Lösungen amorph ab, wenn das Lösungsmittel rasch verdunstet, oder wird amorph, wenn man es trocken auf etwas höhere Temperatur erhitzt.

Die aus heissem Benzol erhaltenen Krystalle sind etwas seideglänzende blendendweisse vierseitige Prismen mit abgeschrägten Endflächen und schmelzen constant bei 161° C. Sie erwiesen sich als ausserordentlich schwer löslich in absolutem Alkohol, Methylalkohol und Benzol, erheblich leichter löslich in verdünntem Alkohol und Chloroform. Aus letzteren beiden Lösungsmitteln schied sich stets nur amorphes Curin wieder ab, während aus absolutem Alkohol und Methylalkohol die Base in schönen wohlausgebildeten Krystallen bald nach dem Erkalten der kochend bereiteten Lösung anschoss. Das aus Methylalkohol wiederholt umkrystallisirte Curin schmilzt constant bei 212° C. und nimmt, wenn es im Exsiccator über Schwefelsäure bis zur Gewichtsconstanz getrocknet ist, beim Erhitzen auf höhere Temperaturen nicht mehr weiter an Gewicht ab. Die aus Aethylalkohol erhaltenen Krystalle verwittern ein wenig an der Luft und schmelzen nicht ganz scharf bei 159—163° C. Das abweichende Verhalten der Schmelzpunkte des einerseits aus Benzol (Fsp. 161° C.) und Aethylalkohol (Fsp. 159—163° C.), andererseits aus Methylalkohol krystallisirten Curins ist offenbar dadurch bedingt, dass das Alkaloid beim Auskrystallisiren aus Benzol und Aethylalkohol mit den Lösungsmitteln molekulare Verbindungen eingeht, während dies bei Methylalkohol nicht der Fall ist. Der Nachweis dieses Umstandes macht einige Schwierigkeiten, weil die molekular gebundenen Lösungsmittel beim Trocknen im Luftbad unvollständig entweichen und nur durch längeres Erhitzen im Wasserstoffstrom (beim Benzolcurin muss das Erhitzen bis zum Schmelzen der Substanz fortgesetzt werden) Gewichtsconstanz zu erzielen ist.

1) 0,4895 g Curin (lufttrocken aus Benzol) verloren beim Erhitzen auf 180° im Wasserstoffstrom bis zum vollständigen Schmelzen 0,0895 g = 18,3% (berechnet 20,8%).

2) 0,7494 g Curin (lufttrocken aus Aethylalkohol) verloren beim Erhitzen im Wasserstoffstrom auf 180°C. bis zum vollständigen Schmelzen 0,0969 g = 12,9% (berechnet 13,4%).

In verdünnten Säuren löst sich Curin leicht zur farblosen Flüssigkeit, die anfangs süss und hinterher nicht sehr stark bitter schmeckt. In reinem Wasser ist die Base auch beim anhaltenden Kochen nahezu unlöslich, in concentrirten Aetzalkalien im Ueberschuss hingegen löslich. Aus Methylalkohol krystallisirtes Curin ist

nicht merklich hygroskopisch und bleibt auch im directen Sonnenlichte auf die Dauer farblos. Die schwefelsaure Lösung dreht die Ebene des polarisirten Lichtes nach links.

Verhalten des Curins und seiner Salzlösungen gegen Reagentien.

Durch concentrirte Schwefelsäure allein wird Curin nicht verändert. Concentrirte Schwefelsäure mit einer Spur von Kaliumbichromatkrystallen bewirkt Schwarzfärbung, die allmählich in ein schmutziges Roth übergeht. Charakteristisch ist das Verhalten gegen Vanadinschwefelsäure. Ein Tropfen davon mit einer Spur krystallisirten Curins auf einer Porzellanplatte in Berührung gebracht löst die letzteren rasch mit kohlschwarzer Farbe, der sich aber alsbald am Rande der Reactionszone dunkelblaue Töne beimischen. Nach 10—15 Minuten tritt eine hellzwiebelrothe Färbung auf.

Concentrirte Salpetersäure färbt Curinkrystalle sofort dunkelbraun.

Die Salzlösungen des Curins zeichnen sich darin vor anderen Alkaloidlösungen aus, dass sie nicht nur mit den Gruppenreagentien, sondern auch mit einer Reihe einfacher Salze voluminöse Niederschläge geben.

Bemerkenswerth ist vor Allem das Verhalten gegen Metaphosphorsäure, welche auch in sehr stark verdünnten Curinsalzlösungen eine voluminöse schneeweisse Fällung bewirkt. Als sonstige Reactionen sind zu verzeichnen:

Goldchlorid: fleischfarbener, amorpher Niederschlag.

Platinchlorid: gelblichweisser, amorpher Niederschlag.

Quecksilberchlorid: weisse Trübung, die anfänglich rasch wieder verschwindet und erst nach Zusatz eines reichlichen Ueberschusses von $HgCl_2$ bestehen bleibt.

Jodkaliumjodquecksilber, Jodwismutjodquecksilber, Phosphorwolframsäure und Phosphormolybdänsäure: sehr voluminöse Niederschläge.

Pikrinsäure: amorpher, gelber Niederschlag.

Ferrocyankalium: starker Niederschlag.

Gerbsäure: weisser, sehr voluminöser Niederschlag.

Millon's Reagens: weisser Niederschlag, keine Rothfärbung beim Erwärmen.

Rhodankalium: sehr voluminöser, weisser Niederschlag.

Jodjodkaliumlösung: brauner Niederschlag.

Jodkaliumlösung: weisser, amorpher, sehr voluminöser Niederschlag, nicht löslich im Ueberschusse des Fällungsmittels, wohl aber beim Erwärmen.

Bromkaliumlösung: das gleiche Verhalten wie bei Jodkalium; nur ist hier der Niederschlag auch in der Wärme unlöslich.

Alkalichloride erzeugen keine Niederschläge.

Chlorcalciumlösung: weisser Niederschlag.

Chlorkalklösung: sofort Braunfärbung und Abscheidung eines weissen Niederschlages.

Alkalisulfate geben keinen Niederschlag.

Alkaliphosphat: sehr starker, weisser Niederschlag.

Eisenchlorid: keine Veränderung.

Kupfersulfat: keine Veränderung. Auf Zusatz von Kalilauge bleibt das Kupferoxydhydrat in Lösung; nach dem Erwärmen erfolgt schwache Reduction.

Silbernitrat keine Veränderung; erwärmt man nach reichlichem Ammonzusatz, so tritt auch hier Reduction ein.

Elementaranalysen des Curins. Die Verbrennungen wurden im offenen Rohr und Schiffchen mit Kupferoxyd und vorgelegter blanker Kupferspirale ausgeführt; die Substanz bei 100° C. bis zur Gewichtsconstanz getrocknet; der Stickstoff nach Dumas bestimmt.

1) 0,2080 g (amorphes Curin) gaben 0,5312 CO_2 = 72,11 % C
0,1180 H_2O = 6,52 % H.

2) 0,1745 g (amorphes Curin) » 0,4670 CO_2 = 72,58 % C
0,1090 H_2O = 6,88 % H.

3) 0,1950 g (krystall. Curin) » 0,5175 CO_2 = 72,36 % C
0,1150 H_2O = 6,55 % H.

4) 0,2687 g » » 0,7148 CO_2 = 72,54 % C
0,1573 H_2O = 6,50 % H.

5) 0,2199 g » » 0,5858 CO_2 = 72,65 % C
0,1288 H_2O = 6,50 % H.

6) 0,2500 g (krystall. Curin) gaben 0,6646 CO_2 = 72,50 % C
0,1481 H_2O = 6,58 % H.

7) 0,3165 g » 13,8 cm³ feuchten N = 16,08 mg = 5,08 % N
8) 0,3410 g » 13,9 cm³ feuchten N = 16,64 mg = 4,88 % N.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Mittel.	Berechnet für $C_{18}H_{19}NO_3$
C	72,11	72,58	72,36	72,54	72,65	72,50	—	—	72,45	72,72
H	6,52	6,88	6,55	6,50	6,50	6,58	—	—	6,68	6,39
N	—	—	—	—	—	—	5,08	4,88	4,98	4,71

Curinplatinchlorid, $(C_{18}H_{19}NO_3HCl)_2PtCl_4$.

Das Curinplatinchlorid erhält man durch Fällung der wässrigen salzsauren Curinlösung mit überschüssigem Platinchlorid als amorphes, hellgelbes Pulver. Es ist in Wasser und Alkohol unlöslich und war auf keine Weise krystallinisch zu erhalten. Es bindet kein Krystallwasser und nimmt über Schwefelsäure im Exsiccator bald constantes Gewicht an.

1) 0,2465 g gaben 0,047 g = 19,07 % Pt
2) 0,2310 g » 0,044 g = 19,05 % Pt
3) 0,4290 g » 0,082 g = 19,23 % Pt
4) 0,3739 g » 0,073 g = 19,42 % Pt
5) 0,3552 g » 0,069 g = 19,37 % Pt
6) 0,3955 g » 0,0759 g = 19,19 % Pt
7) 0,3307 g » 0,0635 g = 19,20 % Pt.

8) 0,2315 g gaben 0,3295 g CO_2 = 43,19 % C
0,0805 g H_2O = 4,29 % H.

9) 0,3677 g » 0,3144 g AgCl = 21,15 % Cl.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	Mittel.	Berechnet für $[(C_{18}H_{19}NO_3HCl)_2]PtCl_4$
C	—	—	—	—	—	—	—	43,19	—	43,19	43,15
H	—	—	—	—	—	—	—	4,29	—	4,29	3,98
Pt	19,07	19,05	19,23	19,42	19,37	19,19	19,29	—	—	19,23	19,34
Cl	—	—	—	—	—	—	—	—	21,15	21,15	21,22

Als Ausdruck der elementaren Zusammensetzung des Curins kann sonach mit Sicherheit die Formel $C_{18}H_{19}NO_3$ aufgestellt werden.

Curingoldchlorid, $C_{18}H_{19}NO_3.HCl.AuCl_3$.

Dieses gleichfalls amorphe Doppelsalz wird analog wie das Platindoppelsalz erhalten. Es lässt sich aber weniger gut als das letztere auswaschen, ist leicht zersetzlich und giebt daher häufig ungenaue analytische Resultate.

0,3092 g gaben 0,0947 g = 30,62 % Au (berechnet 30,87 %)
0,3593 g » 0,1075 g = 29,92 % Au. »

Die Versuche, die einfachen Salze des Curins zu gewinnen und zu analysiren, führten zu keinem befriedigenden Ergebniss. Keines derselben zeigte Neigung zu krystallisiren.

Curinmethyljodid, $C_{18}H_{19}NO_3.CH_3J$.

Die Behandlung des Curins mit Methyljodid ergab, dass das Alkaloid eine tertiäre Base ist.

Zur Gewinnung des Curinmethyljodids wird das fein gepulverte Curin mit Methylalkohol befeuchtet und mit der berechneten Menge Methyljodid 2 Stunden in einer kleinen Druckflasche auf 100° C. erhitzt. Das zunächst nicht krystallinische Reactionsproduct wird in kochendem Methylalkohol gelöst, aus welchem sich alsbald feine, hellgelbe, zu Kugeln vereinigte Nadeln in grosser Menge abscheiden. Das so erhaltene Jodid der Ammoniumbase lässt sich auch aus Aethylalkohol oder heissem Wasser umkrystallisiren. Es schmilzt bei 252—253° C.

1) 0,3300 g gaben 0,1785 g AgJ = 0,9620 J = 29,17 %.
2) 0,1824 g » 0,3457 g CO_2 = 51,69 % C
0,0962 g H_2O = 5,84 % H.

Berechnet für $C_{18}H_{19}NO_3.CH_3J$:		Gefunden:
C	51,99	51,69
H	5,02	5,84
J	28,84	29,17

Das Curinmethylchlorid, erhalten durch Behandlung des Jodids mit Chlorsilber, krystallisirt aus heissem Methylalkohol in farblosen, rhombischen Tafeln.

Das Ammoniumhydroxyd des quaternären Methylcurins liess sich in krystallisirbarer Form aus dem Jodid ebensowenig durch Aetzalkalien als durch Silberoxyd darstellen.

In Kalilauge löst sich Methylcurinjodid leicht unter Entwickelung eines eigenthümlichen Geruches nach Chinolinbasen. Diese Lösung scheidet aber grösstentheils unzersetztes Jodid wieder ab, wenn man sie mit verdünnter Schwefelsäure neutralisirt. Durch anhaltendes Kochen mit Kalilauge wird zwar alles Jod aus der Verbindung eliminirt, zugleich aber findet eine weitgehende Zersetzung der Base statt.

Bringt man in die Mischung des feingepulverten Jodids mit Wasser die berechnete Menge feuchten Silberoxyds, so vertheilt sich das entstehende Jodsilber emulsionsartig in der Flüssigkeit und setzt sich weder nach längerem Stehen noch nach energischem Schütteln befriedigend aus der Lösung der Ammoniumbase ab. Nur durch oftmals wiederholtes Filtriren durch sehr dichtes Papier erhält man endlich ein klares, hellgelbes, stark alkalisch reagirendes Filtrat, das die Ammoniumbase beim Eindampfen in gelinder Wärme in Form amorpher durchscheinender rothgelber Lamellen hinterlässt. Dieselben sind zwar merklich hygroskopisch, aber durchaus nicht zerfliesslich an der Luft, lösen sich sehr leicht in Wasser, Aethyl- und Methylalkohol, sind aber unlöslich in Aether und geben in der angesäuerten wässrigen Lösung die gleichen Reactionen wie die Curinsalze, namentlich auch den charakteristischen Niederschlag mit Metaphosphorsäure.

Da mich mancherlei Versuche lehrten, dass sich die so erhaltene freie Ammoniumbase in ihren Lösungen unter dem Einfluss der Wärme und Luft mit zunehmender Dunkelfärbung unaufhaltsam zersetzt, so habe ich davon abgesehen, sie zu analysiren.

Durch den Thierversuch aber wurde festgestellt, dass die Wirkungen der frisch bereiteten freien Ammoniumbase qualitativ und quantitativ mit denen des krystallisirten Methylcurinjodids übereinstimmen, von welchem ich schon in meiner ersten Mittheilung angegeben habe, dass es die typische Nervenendlähmung des Curare hervorbringt. Als besonders beachtenswerth füge ich hinzu, dass sowohl die freie Base als auch ihr Jodid auf Warmblüter (Kaninchen) viel stärker als auf Kaltblüter (Frösche) wirken. Bei Kaninchen

wirkt 1 mg pro kg Körpergewicht tödtlich. Der Verlauf der Vergiftung ist viel langsamer als der der tödtlichen Curarewirkung. Es sei ferner schon an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass die aus Methylcurinjodid erhaltene freie Base sowohl in ihrem chemischen Verhalten als auch in ihren Wirkungen eine grosse und unverkennbare Aehnlichkeit zeigt mit dem neben Curin im Tubocurare enthaltenen giftigen Alkaloid, das im nächsten Abschnitt als Tubocurarin näher beschrieben ist.

Einige weitere Beobachtungen über die Constitution des Curins.

Mit Hülfe der Zeisel'schen Methode liess sich leicht der Nachweis führen, dass im Curinmolekül eine Methoxylgruppe enthalten ist:

0,2018 g Curin gaben 0,1625 g AgJ = 0,0214 OCH_3.
Berechnet für $C_{17}H_{16}(OCH_3)NO_2$ 0,0211 OCH_3.

Das Vorhandensein von Hydroxylgruppen im Molekül des Curins ist in Anbetracht der Löslichkeit der freien Base in Aetzalkalien von vorneherein wahrscheinlich. Unterwirft man dieselbe dem Baumann'schen Benzoylirungsverfahren, so entsteht auch eine in Alkalien nicht mehr lösliche, amorphe Verbindung, von deren weiterer Untersuchung ich aber wegen ihrer unerfreulichen Eigenschaften vorläufig abgesehen habe. Auch das Ergebniss der Behandlung von Curin mit Methyljodid und Kali in methylalkoholischer Lösung spricht dafür, dass von den nach Abzug des bereits nachgewiesenen Methoxyls übrig bleibenden zwei Sauerstoffatomen das eine einer Hydroxylgruppe angehört.

4,0 g Curin wurden mit 2,0 g Kali, 100 g Methylalkohol und 6,0 g Jodmethyl eine Stunde lang in einer Druckflasche auf 100° C. erhitzt. Die klare, hellgelbe Lösung erstarrte nach dem Erkalten zu einer gallertigen, nicht krystallinischen Masse. Nach Verjagung des Methylalkohols wurde der Rückstand durch Auswaschen mit Wasser von Jodkalium befreit, über Schwefelsäure getrocknet und hierauf in heissem Alkohol gelöst. Beim Erkalten schieden sich aus der Lösung amorphe farblose pulverige Massen ab, die durch Absaugen von der Mutterlauge getrennt und im Exsiccator getrocknet

wurden. Es gelang nicht, dieses Product zur Krystallisation zu bringen. Es zersetzte sich im Capillarröhrchen über 250° C. ohne zu schmelzen, war unlöslich in Aether, langsam löslich in kochendem Aethyl- und Methylalkohol und in heissem Wasser. Aus wässriger Lösung scheidet es sich als voluminöse Gallerte wieder ab.

Nach einigen orientirenden Analysen war nicht anzunehmen, dass ein ganz reiner Körper vorlag. Jedenfalls aber war bei der Reaction etwas Anderes als Methylcurinjodid entstanden, das, wie oben erwähnt, leicht krystallinisch zu erhalten ist und bei 252—253° C. schmilzt. Die Abwesenheit tertiärer Verbindungen erhellte aus dem Verhalten gegen Kalilauge und Ammoniak. Beide Akalien bewirkten auch bei vorsichtigem Zusatz zu der wässrigen Lösung keine Fällung; beim Ausschütteln der alkalischen Lösung ging nichts in den Aether über. Zum Zweck der Reinigung führte ich das Jodid durch Digeriren mit Chlorsilber und Wasser in das Chlorid über, das sich als leicht löslich in Wasser, aber gleichfalls nicht krystallisirbar erwies.

Aus der Lösung des Chlorids wurden für die Analyse das Platin- und Golddoppelsalz dargestellt, gelbe, in Wasser unlösliche, aber leider wiederum amorphe Körper.

1) Platinverbindung.

0,1805 g gaben 0,0342 g Pt = 18,9 %

Berechnet für $[C_{17}H_{15}.(OCH_3)_2NO.CH_3Cl]_2PtCl_4$ = 18,4 %.

0,3323 g gaben (nach ZEISEL's Methode) 0,2636 g AgJ = 0,0348 OCH_3

berechnet 0,0388 »

2) Goldverbindung.

0,1716 g gaben 0,0500 g Au = 29,1 %.

Berechnet 29,6 %.

Hiernach darf zum mindesten mit grosser Wahrscheinlichkeit die Entstehung eines Methyläthers des Methylcurins angenommen werden.

Die Abtrennung des Jods aus dem Jodid gelang auch hier nur mit Hülfe von Silberoxyd. Die dabei gewonnene freie Base war von sehr stark alkalischer Reaction, leicht löslich in Wasser, Methyl- und Aethylalkohol, unlöslich in Aether, und verblieb aus allen Lösungsmitteln als amorpher, nicht merklich hygroskopischer, fast farbloser Lack. Sie zeigte in ihren Eigenschaften viel Aehnlichkeit

mit dem basischen Methylcurin, unterschied sich aber von diesem durch viel geringere Dunkelfärbung beim Eindampfen auf dem Wasserbade und durch ihr Verhalten gegen concentrirte Schwefelsäure. Dieser gegenüber verhält sich, wie oben angegeben, Methylcurin wie Curin. Der Methyläther des Methylcurins giebt dagegen mit concentrirter Schwefelsäure die den später zu beschreibenden Curarinen eigenthümliche Violettfärbung. Unterschichtet man eine nicht allzuverdünnte Lösung der freien Base vorsichtig mit concentrirter Schwefelsäure, so bildet sich an der Berührungszone der beiden Flüssigkeiten sofort eine prachtvoll violettrothe Zone. Auch beim Befeuchten der trocknen Base mit concentrirter Schwefelsäure erfolgt sofort Rothfärbung, violette Farbentöne treten aber hier erst auf Zusatz einer Spur trocknen Kaliumbichromats auf wie beim Strychnin.

Der Methylcurinmethyläther wirkt endlich auf Frösche und Warmblüter erheblich stärker als Methylcurin, die Wirkung ist aber qualitativ die gleiche.

Bei der Einwirkung schmelzenden Kalis auf Curin entstehen, erkennbar am Geruche, reichliche Mengen von Aminbasen. Ausserdem aber konnte in den Producten der Kalischmelze mit einiger Sicherheit nur Protocatechusäure nachgewiesen werden.

Der schon beim Verbrennen des Curins auf Platinblech hervortretende Chinolingeruch zeigt sich noch viel intensiver bei der Destillation der Base mit Natronkalk oder Zinkstaub. Die letztere Operation habe ich zweimal im Wasserstoffstrom mit je 5,0 g Curin ausgeführt, wobei die flüchtigen Producte der Zersetzung in verdünnter Salzsäure aufgefangen wurden. Während sich die vorgelegte Salzsäure alsbald schön rosaroth färbte und blaue Fluorenscenz annahm, sammelte sich in den kälteren Theilen des Verbrennungsrohres ca. 1 cm^3 eines dicken hellgelben Oeles, das, sobald es mit der Luft in Berührung kam, sich sofort prachtvoll smaragdgrün, dann allmählich blau und zuletzt rothviolett färbte. An verdünnte Salzsäure gab es eine Base ab, während eine braune, theerartige Masse ungelöst blieb. Die wässrige salzsaure Lösung gab mit Chlorwasser und dann mit Ammoniak versetzt in schönster Weise die Thalleinchlorreaction. Dieses Verhalten entspricht vollständig dem des von Skraup[1]) aus

1) Monatshefte der Chemie. III. 544.

Oxychinolin dargestellten Para-Chinanisols, dem Methyläther des Para-Oxychinolins $C_9H_6(OCH_3)N$. Die Ausbeute an diesem Zersetzungsproduct war aber zu gering, als das die exacte Identificirung desselben mit dem Parachinanisol hätte versucht werden können. Immerhin aber sind die beobachteten Reactionen charakteristisch genug, um, zusammengehalten mit den übrigen Wahrnehmungen, Fluorescenz, Rothfärbung der Salzsäure, Chinolingeruch die Existenz eines oxymethylirten Chinolinkerns im Curin höchst wahrscheinlich zu machen.

Die Hauptmenge der bei der Zersetzung mit Zinkstaub in überhaupt geringer Ausbeute erhaltenen Producte bestand aus Trimethylamin.

Curin wird in neutraler oder schwach saurer Lösung seines Sulfates durch Permanganat in der Kälte langsam oxydirt. Krystallisirbare Oxydationsproducte waren dabei nicht zu erhalten, obwohl ich grössere Mengen bis zu 20,0 g des Alkaloids der Oxydation unterwarf. Es gelang mir indessen der Nachweis von Ameisensäure in dem Filtrate vom Braunstein. Ausserdem verdient die Thatsache Beachtung, dass bei der Oxydation sowohl mit Permanganat als auch mit Chromsäuregemisch, wenn auch in schlechter Ausbeute, amorphe, braune Körper entstehen, welche die Nervenendwirkung des Curarins bei Kaninchen und Fröschen hervorbringen, während dem Curin selbst bekanntlich diese Wirkung abgeht.

2. Das Tubocurarin.

Aus der von Curin befreiten weingeistigen Lösung des Tubocurare erhielt ich, wie oben angegeben, das Tubocurarin durch Fällung mit alkoholischem Quecksilberchlorid. Der Niederschlag wurde unter Spiritus durch Einleiten von Schwefelwasserstoffgas zersetzt und aus dem Filtrat vom Schwefelquecksilber das Alkaloid, resp. dessen Hydrochlorat durch drei Volumina Aether abgeschieden. Es setzt sich aus der gelben Flüssigkeit, in welcher viel Salzsäure und Schwefelverbindungen gelöst bleiben, als voluminöser hell-fleischfarbener Niederschlag ab. Letzterer wird auf einem Filter gesammelt und, da er grosse Mengen Aethers hartnäckig zurückhält, zwischen Filtrirpapier gut abgepresst, rasch vom Filter abgelöst und über

Schwefelsäure unter die Glocke eines Exsiccators gebracht. Arbeitet man hierbei nicht ganz flink, so condensirt der aus dem Niederschlag abdunstende Aether soviel Wasser aus der Luft, dass das Alkaloid zum Syrup zerfliesst, der sich dann nicht mehr sauber vom Filter ablösen lässt. Über Schwefelsäure wird das Tubocurarin in einigen Stunden völlig trocken und bildet dann eine hellröthlichgelbe, lockere Masse, die sich auch an feuchter Luft nicht mehr verändert.

Zur weiteren Reinigung ist es zweckmässig, das trockne Alkaloid nochmals in 96° Alkohol aufzulösen, wobei geringe Mengen von Verunreinigungen ungelöst bleiben und durch Filtration abgetrennt werden können. Das Filtrat wird abermals, diesmal mit 5 Vol. Aether gefällt und mit dem Niederschlag in der soeben angegebenen Weise verfahren. Mit dem Filtrat werden weitere Mengen von Salzsäure und fettartigen Substanzen entfernt. Das trockne Alkaloid zeigt nach der zweiten Aetherfällung eine noch merklich hellere Farbe.

Da es nun aber ebensowenig wie Curarin zum Krystallisiren zu bringen war, und auch sonstige Kriterien der chemischen Reinheit nicht ausfindig gemacht werden konnten, so musste zunächst, wie es auch bei der Reindarstellung des Curarins früher geschehen war, das Maximum der Wirksamkeit aufgesucht werden: es war, mit anderen Worten, zu untersuchen, ob und in wie weit die Intensität der Wirkung durch weitere chemische Manipulationen gesteigert werden konnte.

Es würde zu weit führen, wenn ich über alle die zahlreichen, zu diesem Zwecke unternommenen Versuche ausführlich berichten wollte. Es mag die Bemerkung genügen, dass ich über 250 Wirkungsproben an Kaninchen ausgeführt habe, durch welche sich feststellen liess, dass die kleinste letale Dosis für 1 kg Körpergewicht beim Kaninchen **1 mg** beträgt. Diese Grenze ist aber verhältnissmässig leicht zu erreichen. Es genügt zu diesem Ende, in der soeben beschriebenen Weise das Tubocurarin 2—3 mal wiederholt aus der alkoholischen Lösung mit Aether auszufällen. F r a c t i o n i r t e Fällungen aus der wässrigen Lösung durch Sublimat oder Goldchlorid, oder aus der alkoholischen Lösung durch Aether lieferten mir niemals eine die angegebene übertreffende Wirkungsintensität, und ich habe daher in der Folge umsomehr von diesen und anderen

umständlichen Reinigungsmethoden abgesehen, als bei solchen grosse Materialverluste natürlich nicht zu umgehen sind.

Die mit der beschriebenen Darstellungsmethode erzielte Ausbeute an Tubocurarin kann eine befriedigende genannt werden. In zwei Versuchen, bei welchen mir alle die erforderlichen Erfahrungen bereits zu Gebote standen, erhielt ich einmal aus 135 g Tubocurare 16,0 g = **11,8%**, das andere Mal aus 500 g 46,0 g = **9,2%** Tubocurarin (als Hydrochlorat).

Eigenschaften und Reactionen des Tubocurarins.

Als Hydrochlorat ist das Alkaloid in Wasser, Methyl- und Aethylalkohol klar und ohne Rückstand zur hellrothgelben, etwas grünfluorescirenden Flüssigkeit löslich, in Aether, Benzol, reinem Chloroform und Petroläther unlöslich. Die wässrige Lösung reagirt auf Lakmus sauer und schmeckt intensiv bitter (nicht süss, wie Curin).

Aus allen Beobachtungen ergab sich, dass das Alkaloid mit dem Curarin, das ich schon früher aus Calebassencurare isolirt hatte, nicht identisch war. Vor Allem ist seine Wirkung eine erheblich schwächere. Die kleinste letale Dosis für das kg Körpergewicht des Kaninchens ist dreimal so gross (1 mg) wie die des Calebassencurarins (0,34 mg). Auch in seinem Verhalten gegen concentrirte Schwefelsäure ist es wesentlich verschieden von letzterem. Dieses giebt bekanntlich, wenn man eine Spur mit concentrirter Schwefelsäure betupft, sofort eine prachtvoll blauviolette Färbung. Tubocurarin reagirt auf concentrirte Schwefelsäure allein sehr unbestimmt. Es entstehen schmutzigbraune Farbentöne. Bemerkenswerth hingegen ist die Vanadinschwefelsäurereaction. Sie verläuft genau so wie beim Curin: zuerst entsteht eine kohlschwarze Färbung, die nach einigen Minuten in Zwiebelroth übergeht.

Auch in der wässrigen Lösung zeigt das Tubocurarin in seinem Verhalten gegen Reagentien die allergrösste Ähnlichkeit mit dem Curin.

Metaphosphorsäure: starker, gelblichweisser Niederschlag.

Salpetersäure: flockiger Niederschlag, der sich auf Wasserzusatz wieder auflöst.

Alle Alkaloidreagentien erzeugen voluminöse hellgefärbte Niederschläge; Gerbsäure erst nach vorherigem starkem Ansäuern.

Millon's Reagens: weisser Niederschlag; keine Rothfärbung beim Erwärmen.

Rhodankalium: voluminöser, weisser Niederschlag.

Jodjodkalium: braunrother Niederschlag.

Jodkalium: } voluminöse, weisse Niederschläge.
Bromkalium: }

Alkalichloride, Alkalisulfate bewirken keine Fällung, ebensowenig Alkaliphosphat, welches, wie oben angegeben, Curinsalzlösungen fällt.

Eisenchlorid: dunkel schwarzbraune Färbung.

Kupfersulfat: Grünfärbung. Nach Zusatz von Kali beim Kochen schwache Reduction.

Ammoniakalische Siberlösung: Reduction nach dem Erwärmen.

Chlorkalklösung: sofort Braunfärbung und Abscheidung eines röthlichen Niederschlags.

Zur Analyse schien mir das Tubocurarinchlorid deshalb nicht geeignet, weil es keinen ganz constanten und dem berechneten entsprechenden Gehalt an Salzsäure aufwies.

Ich versuchte daher zunächst, die Chlorwasserstoffsäure ganz aus dem Alkaloid zu entfernen, mit andern Worten: die freie Base darzustellen. Feuchtes Silberoxyd nimmt aus der alkoholischen Lösung des Hydrochlorats immer nur einen Theil der Salzsäure weg. Die Behandlung der wässrigen Lösung mit Silberoxyd liefert bei wiederholter Anwendung eines grossen Überschusses des letzteren zuletzt ein völlig chlorfreies Filtrat von alkalischer Reaction. Kleine Mengen von Silber, welche sich in demselben stets gelöst finden, scheiden sich von selbst ab, wenn man die Flüssigkeit im Vacuum über Schwefelsäure einengt. Von denselben abfiltrirt trocknet die Lösung schliesslich zu einer rothbraunen Masse ein. Die genauere Untersuchung ergiebt nun aber sofort, dass nicht reines basisches Tubocurarin vorliegt; denn einerseits ist der Körper nur noch theilweise in Wasser löslich, andererseits aber hat seine Wirksamkeit ganz erheblich abgenommen. Offenbar bewirkt also die Behandlung mit Silberoxyd in wässriger Lösung eine weitergehende Veränderung, und zwar, wie es später mitzutheilende Analysenresultate wahrscheinlich machen, eine theilweise Oxydation des Tubocurarins.

Angesichts dieser ungünstigen Ergebnisse entschloss ich mich, zur Ermittelung der elementaren Zusammensetzung des Tubocurarins das Platindoppelsalz zu benutzen. Man gewinnt dasselbe leicht als ein weisslichgelbes, amorphes, sehr electrisches Pulver durch Ausfällen der mit Salzsäure versetzten wässrigen Tubocurarinlösung mit einem Überschuss von Platinchlorid. Um es möglichst rein zu erhalten, bediente ich mich der fractionirten Fällung, das heisst, ich versetzte die Alkaloidlösung zuerst mit kleineren Mengen des Fällungsmittels, filtrirte die ersten 3—4 Niederschläge auf dem Saugfilter ab und wandte erst zuletzt einen Überschuss von Platinchlorid an. Diese letzten Fällungen waren es ausschliesslich, welche das Material für die Analysen abgaben. Der Überschuss des Platinchlorid wird aus dem auf dem Filter gesammelten Niederschlag durch Absaugen und durch wiederholtes Auswaschen mit 96° Alkohol entfernt. Beim Auswaschen mit Wasser hat man grosse Verluste, weil sich das Doppelsalz dabei theilweise wieder auflöst.

Das auf diese Weise erhaltene Platindoppelsalz wird über Schwefelsäure oder einfach an trockner Luft getrocknet. Beim Erhitzen auf höhere Temperaturen (über 90° C.) giebt es langsam Salzsäure ab, so dass keine Gewichtsconstanz erreicht wird. Zur Analyse kann demnach nur das über Schwefelsäure getrocknete Präparat verwendet werden.

Die ausserordentliche Langsamkeit, mit welcher dieses Präparat constantes Gewicht annimmt, ist sehr misslich.

I. Platin.

1)	0,2806	gaben	0,0508 g	= 18,10 %	Pt
2)	0,2843	»	0,0531 g	= 18,67 %	»
3)	0,4548	»	0,0843 g	= 18,53 %	»
4)	0,2202	»	0,0405 g	= 18,36 %	»
5)	0,2085	»	0,0377 g	= 18,08 %	»
6)	0,2816	»	0,0523 g	= 18,57 %	»
7)	0,2383	»	0,0431 g	= 18,09 %	»
8)	0,2845	»	0,0538 g	= 18,91 %	»
9)	0,3678	»	0,0698 g	= 18,97 %	»
10)	0,2313	»	0,0431 g	= 18,68 %	»
11)	0,3470	»	0,0658 g	= 18,98 %	»

12) 0,3035 gaben 0,0565 g = 18,61 % Pt
13) 0,2743 » 0,0515 g = 18,78 % »
14) 0,3024 » 0,0565 g = 18,68 % »

Im Mittel aus 14 Bestimmungen 18,57 %.

II. Chlor.

1) 0,3547 g gaben 0,2827 g AgCl = 19,70 % Cl
2) 0,2843 g » 0,2230 g » = 19,40 % »
3) 0,3088 g » 0,2521 g » = 20,19 % »
4) 0,2982 g » 0,2404 g » = 19,93 % »
5) 0,3024 g » 0,2468 g » = 20,17 % »

Im Mittel aus 5 Bestimmungen 19,87 %.

III. C und H.

1) 0,3160 g gaben 0,5003 g CO_2 = 43,17 % C
0,1264 g H_2O = 4,44 % H
2) 0,2913 g » 0,4608 g CO_2 = 43,14 % C
0,1223 g H_2O = 4,66 % H
3) 0,2985 g » 0,4692 g CO_2 = 42,86 % C
0,1155 g H_2O = 4,29 % H
4) 0,2455 g » 0,3880 g CO_2 = 43,10 % C
0,1020 g H_2O = 4,61 % H
5) 0,2640 g » 0,4110 g CO_2 = 42,54 % C
0,1034 g H_2O = 4,31 % H
6) 0,3015 g » 0,4715 g CO_2 = 42,64 % C
0,1110 g H_2O = 4,09 % H
7) 0,2122 g » 0,3345 g CO_2 = 42,94 % C
0,0816 g H_2O = 4,26 % H
8) 0,2032 g » 0,3212 g CO_2 = 43,11 % C
0,0835 g H_2O = 4,50 % H

Im Mittel aus 8 Analysen 42,93 % C; 4,38 % H.

IV. N (nach Kjeldahl, Modification Arnold-Gunning).

1) 0,3467 g gaben 0,0077 g = 2,22 % N
2) 0,3015 g » 0,0084 g = 2,14 % N.

Im Mittel aus 2 Bestimmungen 2,18 % N.

Die vorstehenden Analysen, welche, da die analysirte amorphe Substanz an sich wenig Kriterien der Reinheit darbot, in grösserer Zahl und mit Präparaten von vier verschiedenen Darstellungen ausgeführt worden sind, ergeben für das Tubocurarinplatinchlorid die Formel $[C_{19}H_{21}NO_4 . HCl]_2 . PtCl_4$.

	Berechnet:	Gefunden im Mittel:
C	42,86	42,93
H	4,13	4,38
N	2,63	2,18
Cl	20,02	19,87
Pt	18,31	18,57

Demnach unterscheidet sich das Curin $C_{18}H_{19}NO_3$ vom Tubocurarin $C_{19}H_{21}NO_4$ um CH_2O.

Tubocurarinjodid.

Sowohl Curin als Tubocurarin geben mit Jodkaliumlösung voluminöse Niederschläge. Dieses Verhalten lässt erkennen, dass die Jodide beider Basen in Wasser schwer löslich sind. Zur ferneren Controle der aufgestellten Formel habe ich es versucht, das Jodid des Tubocurarins für die Analyse zu isoliren. Der in der Lösung des Chlorids durch einen Überschuss von Jodkaliumlösung erzeugte Niederschlag wurde auf einem Hartfilter gut von der Mutterlauge getrennt, zwischen Filtrirpapier abgepresst, über Schwefelsäure getrocknet, hierauf in warmem Methylalkohol gelöst, aus dieser (filtrirten) Lösung durch Aether wieder gefällt, nach dem Trocknen abermals in Methylalkohol gelöst und über Schwefelsäure im Vacuum eingetrocknet. Das Salz verbleibt hierbei in Form rothgelber, amorpher, leicht zerreiblicher Lamellen, die in Wasser wenig, in Aethyl- und Methylalkohol in der Wärme ziemlich leicht, in Aether aber ganz unlöslich sind.

0,2440 g gaben 0,1755 g AgJ = 0,0946 J = 27,48 % J.
Berechnet für $C_{19}H_{21}NO_4 . HJ$ = 27,91 % J.

Es wurde oben erwähnt, dass ich durch Behandlung mit Silberoxyd aus dem Tubocurarinchlorid die freie Base darzustellen versuchte, dass aber die Eigenschaften des so erhaltenen Körpers eine theilweise Oxydation des Tubocurarins durch die Einwirkung des

Silberoxyds vermuthen liessen. Ich theile nachstehend noch die Ergebnisse der Elementaranalysen dieses Präparates mit.

1)	0,2326 g gaben	0,5870 g CO_2 =	68,86 % C
		0,1420 g H_2O =	6,78 % H.
2)	0,2255 g »	0,5670 g CO_2 =	68,57 % C
		0,1365 g H_2O =	6,76 % H.
3)	0,2546 g »	0,6420 g CO_2 =	68,73 % C
		0,1517 g H_2O =	6,63 % H.

Gefunden im Mittel:	Berechnet für $C_{19}H_{21}NO_4$:
C 68,72	69,72
H 6,72	6,72

Wenn auch die gefundenen den berechneten Zahlen recht nahe kommen, so spricht doch der um 1 % zu niedrige Kohlenstoffgehalt dafür, dass der grösstentheils unveränderten Base kleine Mengen eines Oxydationsproducts beigemengt waren.

Durch die Methoxylbestimmung nach Zeisel, welcher ich das Platindoppelsalz unterzog, konnte nachgewiesen werden, dass das Tubocurarin ebenso wie das Curin eine Methoxylgruppe enthält.

0,4577 g gaben 0,2125 AgJ = 0,0281 (OCH_3).
Berechnet für $[C_{18}H_{20}(OCH_3)NO_3 . HCl]_2PtCl_4$ = 0,0273 »

Während sich Curin bei der Einwirkung von Jodmethyl wie ein tertiäres Amin verhält, findet zwischen Jodmethyl und Tubocurarin keine Reaction statt.

Überhaupt erwies sich Tubocurarin als ein den meisten Agentien gegenüber sehr beständiger und wenig reactionsfähiger Körper. Erwähnung verdient in dieser Beziehung, dass man die Lösungen des Alkaloids stundenlang mit Salpetersäure kochen oder mit Jodwasserstoffsäure im zugeschmolzenen Rohr erhitzen kann, ohne dass dadurch die Wirksamkeit desselben merklich beeinflusst wird. Durch Kaliumpermanganat wird es schon in der Kälte leicht oxydirt. Von Oxydationsproducten konnten ausser Aminen (wahrscheinlich Trimethylamin) nur Oxalsäure, letztere in reichlicher Menge aufgefunden werden. Auch beim stärkeren Erhitzen mit Alkalien werden leicht Amine abgespalten.

Für eine nahe Verwandtschaft von Curin und Tubocurarin spricht

die geringe Differenz ihrer elementaren Zusammensetzung und die Übereinstimmung ihrer charakteristischen Reactionen. Ein abschliessendes Urtheil über die Differenzen der chemischen Constitution wird natürlich erst möglich sein, wenn die Constitution wenigstens eines der beiden Körper vollständig aufgeklärt sein wird. Aber auch auf Grund der bis jetzt gewonnenen Resultate ergeben sich schon bemerkenswerthe Gesichtspunkte.

Das Curin ist sicher ein tertiäres Amin, das die für Curare und Curarin charakteristische Nervenendwirkung nicht erkennen lässt. Die durch Einwirkung von Jodmethyl daraus entstehende quaternäre Base, das Methylcurin, zeigt nicht nur diese Wirkung, sondern ist auch in seinem ganzen Verhalten dem Tubocurarin unverkennbar ähnlich. Das Ergebniss der Analyse, welche für Tubocurarin eine Methylgruppe und ein Sauerstoffatom mehr als für Curin aufwies, legte daher vor Allem die Vermuthung nahe, dass das Tubocurarin die natürliche Methyl-Ammoniumbase des Curins + O sein könnte. In der That besitzt das Tubocurarin einige der für quaternäre Basen charakteristischen Eigenschaften. Es ist in Wasser und Alkohol leicht löslich, unlöslich dagegen in Aether, reagirt als freie Base stark alkalisch und bindet Haloide so fest, dass sie nur durch Silberoxyd eliminirt werden können. Endlich ist es durch die intensive Nervenendwirkung ausgezeichnet, die bei allen quaternären Basen so ausnahmslos beobachtet ist, dass sie wohl neben den chemischen als ein charakteristisches physiologisches Merkmal dieser Gruppe von Verbindungen gelten kann. In einzelnen Punkten, in denen es von den typischen Ammoniumbasen abweicht: mangelndes, oder wenigstens kaum merkliches Bestreben Wasser und Kohlensäure anzuziehen, stimmt es wiederum so mit den aus dem Curin künstlich dargestellten quaternären Basen überein, dass auch hierin kein zureichender Grund gegen seine quaternäre Natur erblickt werden kann, gegen welche schliesslich nur der Umstand spricht, dass es nach den obigen Analysen als Chlorid und als freie Base die gleiche Zahl von Sauerstoffatomen enthält.

Dass die bei der Einwirkung von Halogenalkylen auf Chinolinderivate entstehenden Producte in manchen Stücken von den quaternären Derivaten anderer Amine abweichen, ist durch viele chemische Untersuchungen neueren Datums festgestellt. Trotz eingehenden

Studiums der Literatur ist es mir aber nicht möglich gewesen, specielle Fälle aufzufinden, die als Analogieen zur Aufklärung der Eigenthümlichkeiten des Tubocurarins und — wie ich hinzufügen darf — aller Curarine herangezogen werden könnten.

Einige Bemerkungen über die pharmakologischen Wirkungen des Curins und Tubocurarins.

Das Curin ist schon vor längerer Zeit von J. Tillie[1]) im hiesigen pharmakologischen Institut auf seine Wirkungen untersucht worden. Es lässt auch in grösseren Mengen bei Kalt- und Warmblütern den Nervmuskelapparat unberührt, verursacht hingegen bei Fröschen in Mengen von 0,02—0,05 g Störungen der Herzthätigkeit, die mit peristaltischen Contractionen beginnend schliesslich zur Lähmung des Herzens führen. Diese Eigenschaft des Curins macht es unmöglich, die Wirkungen noch grösserer Dosen des Giftes zur Anschauung zu bringen, weil mit dem Eintritt des Herzstillstandes der weiteren Verbreitung desselben in den Organen des Körpers ein Ziel gesetzt ist. Es wäre an sich nicht unmöglich und nach anderweitigen Erfahrungen nicht einmal unwahrscheinlich, dass von einer höheren Dosengrenze an auch die Nervenenden unter der Einwirkung des Curins gelähmt würden. Experimentell ist aber eine solche Wirkung bis dato nicht nachweisbar gewesen.

Auch bei Warmblütern schädigt Curin die Kreislaufsfunctionen; es bewirkt Abnahme des Blutdrucks und führt zur Herzlähmung.

Das Methylcurin und sein Methyläther, als Jodide, Chloride oder als freie Basen angewandt, sind exquisite Nervenendgifte. Von ersterem genügen bei Fröschen 0,4 mg, um eine complete Lähmung aller Bewegungen in kurzer Zeit berbeizuführen. Die von Tillie für das Curarin nachgewiesene Abnahme des Herzvolums in Folge einer allgemeinen Gefässlähmung tritt auch beim Methylcurin hervor. Beim Kaninchen genügt 1,0 mg für 1 kg Körpergewicht zur einer in ca. 30 Minuten tödtlichen Vergiftung.

Die Wirkungen des Tubocurarins sind von denen des Methylcurins nicht zu unterscheiden. Die Dosengrenzen beider Gifte sind

1) Archiv für experimentelle Pathologie und Pharmakologie XXVII, 1.

auffallend übereinstimmend, und besonders tritt bei diesen beiden Nervenendgiften der Umstand hervor, dass die zur completen Lähmung von Fröschen und Warmblütern erforderlichen Dosen in keinem Verhältniss zur Verschiedenheit des Körpergewichts dieser beiden Thierclassen stehen. Die Minimaldosis für Frösche (0,4 mg) ist im Verhältniss ungleich grösser als die für Kaninchen (1,0 mg), so dass also Tubocurarin und Methylcurin für Warmblüter viel giftiger sind als für Kaltblüter. Beim Curarin besteht, wie TILLIE (l. c.) gezeigt hat, in diesem Punkte Proportionalität. Am Kaltblüter weicht die Tubocurarinwirkung im Übrigen nicht merklich von der Curarinwirkung ab. Die Herzwirkung des Curins konnte für das Tubocurarin nicht nachgewiesen werden. Man darf daraus nicht den Schluss ziehen, dass sie, wenn ich so sagen darf, wenigstens potentiell nicht vorhanden ist; denn die Application grösserer Mengen des Giftes, von welchem schon 0,4 mg eine Blutleere des Herzens bewirken, stösst auf unüberwindliche Schwierigkeiten.

Bei Säugethieren, besonders Kaninchen, verläuft die Wirkung überletaler Gaben von Tubocurarin ebenso rasch tödtlich wie bei der Curarinvergiftung. Nach der Anwendung von Dosen aber, die scharf an der Grenze liegen, und die wegen der bei genauer Anpassung so kleiner Stoffmengen an das im Verhältniss sehr grosse Gewicht des Thieres unvermeidlichen Fehler nicht immer genau getroffen werden, zeigt das Tubocurarin die Eigenthümlichkeit, dass sich die Vergiftung auf lange Zeiträume ausdehnen kann und oft erst nach 12—18 Stunden mit dem Tode endet.

Der Schlüssel für die Erklärung dieser Erscheinung liegt in der Wirkung des Tubocurarins auf den Kreislauf des Warmblüters. In einer Reihe von Blutdruckversuchen, welche ich mit dem Alkaloid an Kaninchen ausführte, liessen sich für kleinere Giftmengen alle die Einzelheiten nachweisen, welche TILLIE (l. c.) in seiner Abhandlung über Curarin sorgfältig beschrieben hat. Besonders ist auch während der Tubocurarinwirkung die Steigerung der Reflexerregbarkeit des vasomotorischen Apparates vorhanden. Tubocurarin lähmt aber die Vasomotoren und mit ihnen auch den N. vagus viel früher als Curarin, und der spätere Verlauf der Blutdruckcurven zeigt in Folge dessen eine wenn auch langsame so doch stetige und irreparable Abnahme der arteriellen Spannung, die auch bei unausgesetzt unterhaltener künstlicher Athmung unvermeidlich zum Tode des Thieres führt.

Diese intensivere und nachhaltigere Wirkung des Tubocurarins auf das Gefässsystem ist nicht blos für den bisweilen beobachteten langsamen Verlauf der Vergiftung, sondern auch für die stärkere Giftigkeit des Alkaloids bei Warmblütern überhaupt als Erklärung ausreichend. An dem von den Functionen des Kreislaufs weniger abhängigen Organismus des Frosches kommt die geringere Intensität der Tubocurarinwirkung auf die Nervenenden schärfer zum Ausdruck als beim Warmblüter, wo die Beeinträchtigung des Gefässtonus auch in solchen Fällen den Tod langsam herbeiführen hilft, in denen die Wirkung auf die willkürlichen Muskeln für sich allein vielleicht keine tödtliche wäre.

Es versteht sich von selbst, dass gerade in Folge dieser seiner Eigenthümlichkeiten das Tubocurarin und mit ihm das Tubocurare — letzteres auch abgesehen von seinem hohen Curingehalt — als experimentelle Hülfsmittel wenig brauchbar sind, und schon aus diesem Grunde ist es höchst wünschenswerth, dass die vom Markte augenblicklich verschwundenen besseren Curaresorten demselben bald wieder zugeführt werden.

3. Die Einschlusskrystalle.

Es ist oben mitgetheilt worden, dass sich aus dem Tubocurare grössere Krystallindividuen bequem mechanisch isoliren lassen. Es zeigte sich, dass dieselben auf Platinblech erhitzt zunächst schmelzen, dann sich entzündend unter Verpuffen mit leuchtender Flamme ohne Rückstand verbrennen. Es lag demnach ein organischer Körper vor.

Die mechanisch isolirten Krystalle liessen sich aus heissem Wasser leicht umkrystallisiren, und es war fernerhin leicht festzustellen, dass sie mit dem Körper identisch waren, welcher aus den vom Curin befreiten Tubocurarelösungen beim Eindampfen auf dünne Syrupsconsistenz in grossen Mengen auskrystallisirte.

Durch wiederholtes Umkrystallisiren, zuerst aus 50° kochendem Weingeist, zuletzt aus kochendem Wasser unter Zusatz von etwas Thierkohle, wurden schliesslich aus 2000 g Tubocurare ca. 60,0 g dieses Körpers chemisch rein in Gestalt grosser, farbloser, stark glänzender Krystalle erhalten. Dieselben lösten sich langsam in kaltem, reichlich und rasch in heissem Wasser zur farblosen Flüssigkeit von neu-

traler Reaction und süssem Geschmack. Auch verdünnter Weingeist — bis 50° — löst beim Kochen reichliche Mengen; in starkem Alkohol, Aether und allen anderen Lösungsmitteln ist der Körper unlöslich.

Die mit Kupfersulfat versetzte Lösung färbt sich auf Zusatz von Kalilauge tief dunkelblau und hält alles Kupferoxydhydrat in Lösung, beim Erhitzen und Kochen erfolgt aber keine Reduction.

Eine 4,3 % wässrige Lösung zeigte im Polarisationsapparate Rechtsdrehung entsprechend einer 2 % Dextroselösung. Birotation war nicht nachzuweisen.

Die Untersuchung auf Stickstoff gab ein negatives Resultat, und mit Phenylhydrazin konnte keine krystallisirte Verbindung erhalten werden. Der Schmelzpunkt lag bei 220—222° C. Beim Erhitzen der trocknen Substanz auf 105° C. im Luftbad entwich kein Krystallwasser. Bei der Verbrennung im Schiffchen und Sauerstoff gaben:

1)	0,3140 g	0,4990 g CO_2	= 43,34 % C
		0,2130 g H_2O	= 7,54 % H.
2)	0,3450 g	0,5470 g CO_2	= 43,23 % C
		0,2290 g H_2O	= 7,37 % H.

Da nach seinen Reactionen zu vermuthen war, dass der Körper der Gruppe der Kohlehydrate nahestand, da ich ihn aber nach obigen analytischen Ergebnissen mit keinem der bekannten Kohlehydrate identificiren konnte, so sandte ich die Krystalle an Herrn Professor Dr. OTTO FISCHER nach Würzburg, der alsbald die Güte hatte mir brieflich Folgendes mitzutheilen:

»Der Körper gehört nicht direct zur Zuckergruppe, wie aus seinem Verhalten gegen Jodwasserstoff hervorgeht.

»Er ist höchst wahrscheinlich identisch mit dem Quercit. Ich habe ihn damit verglichen und genau denselben Schmelzpunkt gefunden.«

Da nun aber Quercit 43,9 % C und 7,3 % H verlangt, während mein Präparat nur 43,3 % C geliefert hatte, so war es wünschenswerth, den Körper krystallographisch untersuchen zu lassen. Der gütigen Vermittelung meines Collegen Professor Dr. ZIRKEL, welcher die Krystalle an Herrn Professor Dr. GROTH nach München sandte, verdanke ich die nachstehenden Mittheilungen des Letzteren:

Curarit[1]).

Monosymmetrisch.

$a:b:c = 0{,}8057:1:0{,}7633.$

$\beta = 69^\circ\ 30\tfrac{1}{2}'$,

nach Messungen von Dr. Neufville.

»Combination genau diejenige, welche Lewis in den Proceed. Crist. »Soc. 1877 für Quercit angegeben, gebildet von den Formen: {110}, »{001}, {10$\bar{1}$}, {011}, {010}. Die letztere Fläche erschien ganz schmal »nur auf der linken Seite, *t* das Klinodoma {011} recht gross, links ganz »untergeordnet, daher ausgezeichnete Hemimorphie nach der Symmetriaxe.

	Beobachtet:	Berechnet:
(110):(1$\bar{1}$0) =	*74° 8′	—
(001):(110) =	*73° 26′	—
(001):($\bar{1}$01) =	*53° 13′	—
(011):(001) =	35° 33′	35° 29′

»Die Werthe liegen zwischen den von Lewis gefundenen und den- »jenigen, welche Bodewig (nicht publicirte Beob. in meinem Laboratorium) »früher an einem von Scheibler dargestellten Präparate von Quercit er- »halten hatte.

»Da auch die optischen Eigenschaften mit den von Bodewig an »letzterem beobachten übereinstimmen, so ist die vorliegende Substanz »mit Quercit identisch. gez. Groth.«

War sonach an der Identität meiner Krystalle mit Quercit nicht mehr zu zweifeln, so erschien es doch noch geboten, die Elementaranalyse zu wiederholen. Es wurde ausserdem Quercit aus Eicheln von Merck bezogen und nach wiederholtem Umkrystallisiren ebenfalls analysirt. Diese letzten Analysen ergaben denn auch ein befriedigendes Resultat.

1) Quercit aus Tubocurare, bei 95° constantes Gewicht.

0,2543 gaben 0,4083 g CO_2 = 43,78 % C
0,1667 g H_2O = 7,28 % H.

2) Quercit aus Eicheln (Merck), bei 95° constantes Gewicht.

0,3082 gaben 0,4942 g CO_2 = 43,72 % C
0,2036 g H_2O = 7,33 % H.

	Quercit (Curare)	Quercit (Eicheln)	Berechnet für $C_6H_{12}O_5$
C	43,78	43,72	43,90
H	7,28	7,33	7,31.

1) So hatte ich die Krystalle vorläufig benannt.

Fig. 2.

Fig. 1.

BEOBACHTUNGEN

AM

SECHSZÖLLIGEN REPSOLDSCHEN HELIOMETER

DER

LEIPZIGER STERNWARTE

VON

BRUNO PETER.

MIT VIER TEXTFIGUREN UND EINER DOPPELTAFEL.

Vorwort.

Die nachfolgende Arbeit ist die erste grössere Veröffentlichung von Beobachtungen, die mit dem sechszölligen Repsoldschen Heliometer der Leipziger Sternwarte angestellt worden sind. Neben einer ersten Serie von Fixsternparallaxen enthält sie eine eingehende Untersuchung des Instrumentes selbst, soweit Messungen von Sterndistanzen in Frage kommen. Eine solche umfassendere Untersuchung, welche aus dem durch die Bestimmung der Reductionselemente gebildeten Rahmen erheblich heraustritt, erschien um so mehr geboten, als bei Beginn der Beobachtungsreihe für die neuen, grossen Heliometer von Repsold keine derartige Arbeit in der Litteratur vorlag. Andererseits sind allerdings der Untersuchung vorläufig auch wieder Grenzen gezogen worden dadurch, dass bei Abschluss der Arbeit die Bestimmung der Theilungsfehler der Scalen noch nicht beendet war und dass daher einige Punkte, welche ohne deren Kenntniss nicht zu erörtern waren, nicht Berücksichtigung finden konnten.

Die Beobachtungen am Heliometer habe ich im Herbste 1887 begonnen. Dass erst jetzt der erste Theil davon zur Veröffentlichung gelangt, erklärt sich aus dem Wunsche, den Reductionselementen und den weiteren Untersuchungen des Instrumentes eine möglichst abgeschlossene Form zu geben. Da im Frühjahr 1895 das Instrument behufs gründlicher Reinigung und Revision der unzugänglichen Theile abgebaut und zugleich die Bestimmung der Theilungsfehler vorgenommen wurde, so war damit ein natürlicher Abschluss für die instrumentellen Untersuchungen gegeben.

Auf eine Beschreibung des Instrumentes brauche ich an dieser Stelle nicht einzugehen; es genügt auf die von Herrn Bruns im

Jahresberichte für 1888 über die Thätigkeit der Sternwarte (V. J. S. 23. Jahrgang, Heft II) gemachten Angaben zu verweisen. Hier sei nur erwähnt, dass 1^p der Heliometerscalen die Länge von 0.2 Millimeter hat und ihm ein Winkelwerth von 21."73 entspricht.

I. Die Untersuchung des Instrumentes.

1. Die Controle des Focus.

Jede der beiden, im Folgenden immer mit A und B bezeichneten Objectivhälften wurde für sich focusirt, und zwar nach dem Schema:

	A	B	B	A
i	1	5	9	13
e	2	6	10	14
e	3	7	11	15
i	4	8	12	16

dessen Nummern die Aufeinanderfolge der einzelnen Einstellungen erkennen lassen. Die Buchstaben i und e geben den Sinn an, in welchem der Ocularauszug beim Focusiren bewegt wurde; bei i wird das Ocular dem Objectiv genähert, bei e von ihm entfernt. Als vollständiger Satz sind die in obigem Schema enthaltenen 16 Einstellungen angesehen worden.

Bei den Focusirungen auf Doppelsterne wurden die beiden Componenten des Sternes mit Hilfe des Ocularprismas — ebenso wie bei den Distanzmessungen die Bilder der beiden Sterne — immer scheinbar in einen und denselben Verticalkreis gebracht (Verbindungslinie der Sterne senkrecht zur Verbindungslinie der Augen des Beobachters), um von etwaigen Astigmasiefehlern des Auges unabhängig zu sein; zwischen der 8. und 9. Einstellung wurde das Ocularprisma um 90° gedreht. Alle Heliometerbeobachtungen sind mit dem linken Auge und ohne Brille angestellt worden. Die in der laufenden Zusammenstellung enthaltenen Focusirungen sind sämmtlich bei angenäherter Coincidenzstellung der Hälften (180 = 580) und bei erleuchtetem Felde angestellt. An jedem Beobachtungsabende versicherte ich mich vor Beginn der Messungen, dass das im Ocular-

auszuge angebrachte Fadenquadrat genau im Focus des Oculars stand. Unbeabsichtigte Verschiebungen des Oculars gegen das Fadenkreuz im Laufe eines Abends werden durch eine besondere Klemmvorrichtung völlig ausgeschlossen. Da bei allen Messungen das Auge auf das Fadenkreuz accommodirt wird, so sind bei allen mit Feldbeleuchtung ausgeführten Beobachtungen (Distanzmessungen wie Focusbestimmungen) die Messungen als am Orte des Fadenkreuzes erfolgt anzusehen. Kleine Abweichungen des Oculars von seiner Sollstellung wurden auf diese Weise unschädlich gemacht.

Zum Focusiren wurden die folgenden Sterne benutzt, deren mittlere Oerter für 1900.0 gelten:

		AR.	Decl.	Grössen		Δ	p
a	ε Arietis	$2^h 53^m.5$	$+20^\circ 56'$	$5^m.6$	6^m	1″.5	200°
b	η Orionis	5 19.4	− 2 29	3.4	5.6	1.0	80
c	12 Lyncis	6 37.4	+59 33	5	6	1.5	128
d	λ Ophiuchi	16 25.9	+ 2 12	4	6	1.6	35
e	τ Ophiuchi	17 57.6	− 8 10	5	5.6	1.8	250
f	ε² Lyrae	18 41.1	+39 30	5	5	2.5	137
g	π Aquilae	19 43.9	+11 34	6	7	1.5	121
h	λ Equulei	20 57.3	+ 6 47	7	7	2.6	225
i	Σ 2744	20 58.0	+ 1 9	6.7	7	1.6	170
k	20 Pegasi	21 24.0	+10 39	6.7	6.7	1.4	310

f und h wurden nur an den ersten sechs Tagen benutzt, an denen mit einer schwachen Vergrösserung beobachtet wurde, dagegen kommen b und c weitaus am häufigsten vor; 12 Lyncis hat den Vortheil, dass man ihn als Circumpolarstern das ganze Jahr über beobachten kann, η Orionis ist auch am hellen Tage zu trennen, sobald nur die Sonne nicht mehr über dem Horizont steht.

Neben den Doppelsternen wurde zur Focusirung noch eine »Gittermire« benutzt. Zur Herstellung der Mire[1]) wurde eine Glasplatte mit einer Schicht von Asphaltlack überzogen, und in diese Schicht eine Theilung mit 0,4 mm Strichabstand eingerissen. Bei einer bestimmten Consistenz des Lackes lassen sich die Striche leicht mit der gewünschten Sauberkeit ziehen, so dass man im durchfallenden Lichte eine tadellose Theilung hell auf dunklem Grunde erhält.

1) Die Benutzung der Mire war bereits bei der Bestellung des Instrumentes vorgesehen worden. Mit Rücksicht hierauf hat der Ocularauszug von Hause aus eine grössere Länge erhalten, als sonst nöthig gewesen wäre.

Die Mire befindet sich in dem Thurme des Beamtenwohnhauses, in 62,4 m Abstand vom Heliometerobjectiv. Durch geeignete Vorkehrungen ist dafür gesorgt, dass die Mire von rückwärts her eine gleichmässige und hinreichend helle Beleuchtung empfängt, und dass der genannte Abstand stets bis auf wenige Millimeter innegehalten wird. Da zwischen der Bildweite b und der Entfernung a der Mire von der Objectivmitte die Relation

$$db = -0.000970\, da$$

besteht, also eine Verschiebung des Gitters um 0.01 Meter die Focusirung erst um 0.0097 mm ändert, sind selbst Verschiebungen von mehreren Millimetern ohne jeden Belang. Bei den Focusirungen auf das Gitter wurden stets die Gitterstriche an sich vertical gestellt und das Auge auf einen diesen verticalen Gitterstrichen parallel gestellten Faden des Fadenkreuzes accommodirt. Das Ocularprisma wurde ebenfalls so gestellt, dass die Striche vertical erscheinen, und, wie bei den Focusirungen auf Doppelsterne, zwischen der 8. und 9. Einstellung um 90° gedreht.

Die Benutzung dieser Mire gewährt den Vortheil, eine Reihe von Untersuchungen unabhängig von den nächtlichen Bewölkungsverhältnissen zu jeder passenden Zeit ausführen zu können und zwar stets in der nämlichen Stellung des Fernrohrs.

Vor Beginn der Beobachtungen ist, namentlich bei extremen Temperaturen, das Fernrohr längere Zeit horizontal gestellt worden, um die Temperaturunterschiede in der Längsrichtung des Rohres möglichst auszugleichen. Abgelesen wurden drei Thermometer, deren Kugeln in Metallhülsen gebettet sind. Zwei davon sitzen an den Längsseiten des Objectivkopfes; ihr Mittel ist weiterhin mit K bezeichnet. Ein drittes Thermometer sitzt an der Säule des Instrumentes, etwa 0,9 m über dem Fussboden; seine Ablesungen sind weiterhin unter S gegeben. Die Differenz $K-S$ gestattet einen ungefähren Schluss auf die Temperaturschichtung im Beobachtungsraum.

Zur Feststellung der Beziehung zwischen den Focusirungen bei verschiedenen Stellungen der Schieber, d. h. zur Prüfung der cylindrischen Führung der Schieber, sowie ferner zur Ermittelung der Beziehung zwischen Focusirungen bei hellem und dunklem Felde sind besondere Beobachtungsreihen angestellt worden. Von diesen

sind in die laufende Zusammenstellung stets nur die Focusirungen bei hellem Felde und angenäherter Coincidenzstellung der Bilder (180 = 580) aufgenommen.

Die Ocularscala trägt auf Silber eine Millimetertheilung, der Index enthält 13 Striche in Abständen von je 0.1 mm, durch Schätzung ist also die Stellung des Index gegen die Ocularscala bis auf 0.01 mm abzulesen. Die Ablesungen der Ocularscala wachsen beim Herausziehen des Ocularauszuges.

Die nachfolgenden beiden Zusammenstellungen enthalten das gesammte auf die Focusirung bezügliche Material, welches seit der Aufstellung des Heliometers bis zu der im März 1895 erfolgten Demontirung von mir erhalten worden ist. Die regelmässigen Beobachtungen am Heliometer sind bereits im Juni 1894 abgebrochen worden.

Es bedeutet

K das Mittel der Ablesungen an den beiden Kopfthermometern, giltig für die Zeit der Focusirung.

S die Ablesung des Thermometers an der Säule, giltig für die Zeit der Focusirung.

A die Stellung der Ocularscala bei Focusirung der Hälfte A. Die Zahl *A* ist das Mittel aus den 8 Einstellungen 1—4 und 13—16.

B die Stellung der Ocularscala bei Focusirung der Hälfte B. Die Zahl *B* ist das Mittel aus den 8 Einstellungen 5—12.

Daher bedeutet

$A - B$ den Abstand der Brennpunkte der beiden Objectivhälften,

$\frac{1}{2}(A + B)$ die Stellung der Ocularscala, bei welcher die Bilder beider Hälften gleichzeitig am schärfsten erscheinen.

In wie weit man die Grösse $A - B$ als thatsächlich vorhanden oder nur in Beobachtungsfehlern begründet anzusehen hat, ist weiterhin untersucht.

Z ist bei den Focusirungen auf die Gittermire die Zahl der vollständigen, aus 16 Einstellungen bestehenden Sätze, auf denen die Zahlen der betreffenden Horizontalreihe beruhen.

O bei den Focusirungen auf Doppelsterne giebt nach der Liste auf pag. 243 das Object an, welches zum Focusiren benutzt wurde.

$\frac{1}{2}(A+B)_0$ ist der Werth $\frac{1}{2}(A+B)$, reducirt auf 0°, also die Normalocularstellung für das Mittel aus beiden Hälften. Zur Reduction wurde bei den Doppelsternen der für 1° C. giltige Temperaturcoëfficient 0.0151 mm benutzt und dem entsprechend bei der Mire 0.0163 mm.

Die beigefügten Bemerkungen in der letzten Columne sollen weniger eine Schätzung der Güte der erlangten Messung enthalten, als vielmehr der Ausdruck dafür sein, ob die Messung unter mehr oder weniger schwierigen Verhältnissen ausgeführt wurde. Fehlt eine Bemerkung, so waren Ruhe und Schärfe der Bilder normal.

Die Horizontallinien bezeichnen die Stellen, an denen Eingriffe in das Heliometer stattgefunden haben, so dass die Möglichkeit einer Aenderung der Normalocularstellung vorlag. Die Einheit der Ablesungen für die Zahlen *A* und *B* ist das Millimeter.

Tagesmittel der Focusirungen auf die Gittermire.

1888		K	$K-S$	$\frac{1}{2}(A+B)$	Z	$A-B$	$\frac{1}{2}(A+B)_0$	
Juli	8	+ 21°4	+ 2°7	67.432	3	+ 0.035	67.083	
	9	+ 15.8	+ 0.6	305	2	— 0.050	047	
	10	+ 19.1	+ 2.3	404	4	— 0.095	093	
	11	+ 14.2	— 0.8	307	2	— 0.075	076	
	12	+ 15.5	— 0.2	293	2	— 0.020	040	
	14	+ 18.2	+ 3.0	393	2	— 0.066	096	
	15	+ 20.3	+ 3.3	435	4	— 0.051	104	
	20	+ 22.2	+ 0.8	390	2	— 0.022	028	
	23	+ 28.4	+ 2.9	513	4	— 0.046	050	
	24	+ 26.6	+ 2.3	510	4	— 0.088	076	
	27	+ 27.8	+ 3.5	546	2	— 0.022	093	
	30	+ 25.4	+ 3.7	484	2	— 0.037	070	
	31	+ 24.4	+ 3.0	67.476	2	— 0.063	67.078	
Sept.	12	+ 20.2	+ 0.7	70.641	2	— 0.022	70.312	
	14	+ 19.9	+ 0.9	667	2	— 0.055	343	
	15	+ 25.0	+ 4.1	702	4	— 0.013	295	sehr unruhig
	17	+ 21.7	+ 2.8	630	4	— 0.092	276	
	18	+ 19.9	+ 1.8	636	2	— 0.102	312	
	24	+ 27.7	+ 5.1	798	4	— 0.013	346	sehr unruhig
	28	+ 18.5	+ 3.4	669	4	— 0.049	367	
Oct.	6	+ 13.1	+ 3.4	600	4	+ 0.020	386	schwach
	7	+ 7.3	+ 1.4	533	4	— 0.026	414	
	18	+ 12.6	+ 1.7	514	4	— 0.070	309	
	26	+ 16.8	+ 4.8	581	4	— 0.099	307	
Nov.	6	+ 1.2	— 0.9	70.279	4	— 0.115	70.259	

1888		K	K—S	$\frac{1}{2}(A+B)$	Z	A—B	$\frac{1}{2}(A+B)_0$	
Nov.	13	+ 3°1	+ 1°1	70.383	4	— 0.076	70.332	
	22	+ 6.7	+ 0.8	420	4	— 0.050	311	
Dec.	3	+ 8.8	+ 0.9	507	4	— 0.014	364	
	4	+ 7.4	+ 1.2	446	4	— 0.074	325	
	5	+ 8.5	+ 2.7	505	4	— 0.043	366	
	6	+ 5.1	+ 1.2	483	4	— 0.048	400	
	7	+ 5.7	+ 2.1	464	4	— 0.139	371	
	13	— 0.1	— 0.6	371	4	— 0.075	373	
	15	+ 0.8	+ 1.6	364	4	— 0.051	351	
	18	+ 0.3	— 0.8	372	4	— 0.111	367	
	21	— 0.1	— 0.2	343	4	— 0.068	345	
1889								
Jan.	3	— 4.9	— 0.1	271	4	— 0.056	351	unruhig
	5	— 0.7	+ 2.3	332	4	— 0.029	343	schwach
	9	+ 3.9	+ 2.1	353	4	— 0.073	289	
	15	— 6.8	— 0.2	255	4	— 0.022	366	unruhig
	16	— 6.6	— 0.1	248	4	— 0.110	356	schwach
Feb.	13	— 2.2	+ 0.7	401	4	— 0.096	437	schwach, unruhig
	21	+ 1.4	+ 0.2	329	4	— 0.054	306	
	26	— 0.7	+ 0.5	357	4	+ 0.026	368	mittelmässig
März	4	— 4.9	+ 0.1	390	4	— 0.063	470	sehr schwach, unruhig
April	4	+ 10.2	+ 2.2	455	2	+ 0.037	289	
	10	+ 11.3	+ 2.4	441	2	— 0.070	257	
	11	+ 14.3	+ 3.3	517	2	0.000	284	
Juni	6	+ 30.7	+ 3.7	832	2	— 0.023	332	
	8	+ 34.5	+ 4.2	874	2	— 0.045	312	
	21	+ 28.2	+ 4.0	853	2	— 0.010	393	sehr unruhig
Juli	3	+ 23.3	+ 2.6	765	2	— 0.103	385	
Aug.	10	+ 27.3	+ 4.0	801	2	— 0.036	356	unruhig, verwaschen
	17	+ 26.9	+ 4.8	849	2	— 0.035	411	sehr schwach
	21	+ 21.5	+ 2.1	732	2	— 0.022	382	
	24	+ 21.6	+ 3.0	785	2	+ 0.015	433	sehr unruhig, verwaschen
Sept.	11	+ 27.4	+ 5.0	847	2	+ 0.033	400	sehr schwach
	17	+ 15.9	+ 2.2	602	2	— 0.047	343	
	26	+ 14.4	+ 1.2	597	2	— 0.034	362	
Oct.	23	+ 13.4	+ 1.5	571	2	+ 0.011	353	sehr schwach
	30	+ 14.7	+ 2.7	566	2	— 0.040	326	leidlich
Nov.	12	+ 2.6	— 1.8	413	3	+ 0.032	371	
	13	+ 2.5	— 1.0	397	3	— 0.050	356	
	14	+ 2.8	— 1.3	398	3	— 0.038	352	
	15	+ 4.0	— 0.8	446	3	— 0.037	381	
	21	+ 2.0	— 1.3	393	3	+ 0.003	360	
	23	+ 2.3	— 0.8	386	3	— 0.115	349	
Dec.	13	+ 0.5	— 1.6	386	3	— 0.043	378	
1892								
April	14	+ 9.3	+ 2.0	565	1	— 0.136	413	
	23	+ 18.9	+ 3.1	618	1	+ 0.141	310	
	29	+ 16.5	+ 3.3	608	1	— 0.071	339	
Juni	18	+ 26.5	+ 5.2	70.779	1	+ 0.121	70.347	

Tagesmittel der Focusirungen auf Doppelsterne.

1887		K	$K—S$	$\frac{1}{2}(A+B)$	O	$A—B$	$\frac{1}{2}(A+B)_0$	
Juni	9	+ 19°1	— 0°9	6.954	f	+ 0.079	6.666	unruhig
	10	+ 11.6	— 1.7	7.004	f	+ 0.048	829	gut
	14	+ 18.0	— 1.3	7.010	f	+ 0.032	738	unruhig
	15	+ 18.4	— 0.9	6.977	f	— 0.039	699	leidlich
	16	+ 16.2	— 1.0	7.010	f	+ 0.112	765	leidlich
Juli	3	+ 18.7	— 2.7	7.081	g, h, k	+ 0.064	6.799	
Juli	18	+ 18.0	— 1.5	7.070	g	+ 0.059	6.798	sehr gut
	23	+ 18.0	— 2.5	7.042	g	— 0.064	770	schwierig
	24	+ 16.6	— 2.2	6.951	d, i	+ 0.029	700	gut
	28	+ 20.2	— 2.4	7.078	i, g	— 0.057	773	leidlich
Aug.	4	+ 16.0	— 2.0	7.166	e	+ 0.062	924	Δ sehr gross
	12	+ 13.8	— 1.3	6.907	d	+ 0.087	699	leidlich
	25	+ 17.8	— 2.4	6.982	d	+ 0.120	713	gut
	27	+ 18.3	— 2.2	7.152	f	— 0.090	876	nicht gut
Sept.	14	+ 7.3	— 1.5	6.866	a	— 0.100	756	sehr mittelmässig
	17	+ 12.9	— 2.1	6.986	a	— 0.042	791	gut
Oct.	11	+ 6.1	— 1.4	6.820	a	— 0.133	728	
	12	+ 3.6	— 2.0	6.843	a, c, k	— 0.081	789	
	13	+ 2.5	— 2.4	6.826	$\frac{3}{4}$c	+ 0.048	788	
	21	+ 1.6	— 2.1	6.767	$\frac{1}{2}$c	— 0.095	743	sehr gut
	23	+ 2.5	— 1.6	6.758	c	— 0.107	720	sehr gut
	25	— 1.4	— 2.4	6.812	c	— 0.006	833	schwierig
	26	— 3.0	— 2.2	6.777	2 c	+ 0.023	822	sehr gut
	28	+ 0.1	— 2.0	6.606	c	— 0.062	604	sehr unruhig
Nov.	17	— 4.9	— 1.6	6.846	c	— 0.011	920	schwierig
	19	0.0	— 1.0	6.699	2 c	— 0.010	699	
Dec.	1	+ 3.2	— 0.8	6.827	c	— 0.113	779	sehr schwierig
	3	+ 2.9	— 1.4	6.798	2 c	— 0.017	754	leidlich
	4	+ 0.3	— 1.8	6.799	c	+ 0.068	794	gut
	7	+ 1.3	— 1.2	6.776	c	+ 0.088	756	leidlich
	15	+ 3.3	— 0.7	6.878	c	+ 0.166	828	schlecht
	17	+ 3.8	— 0.9	6.694	$\frac{3}{4}$c	+ 0.021	637	
	18	+ 1.8	— 1.1	6.720	c	+ 0.061	693	gut
1888								
Jan.	1	— 6.4	.....	6.642	c	— 0.065	739	leidlich
	2	— 7.4	— 1.5	6.560	c	— 0.029	672	sehr unruhig
	16	— 3.9	— 1.0	6.752	c	— 0.042	811	recht scharf
Feb.	6	— 7.7	— 2.9	6.725	c	— 0.076	841	gut
	13	+ 3.4	— 1.0	6.793	b	— 0.056	742	gut, Tag
	14	+ 1.6	— 1.3	6.806	b	+ 0.039	782	
	19	— 2.9	— 1.8	6.734	[1])	— 0.014	778	
	25	— 8.1	— 2.0	6.691	c	— 0.081	813	gut
	27	— 5.4	— 1.8	6.643	2 b, c	— 0.020	725	schwierig
	29	— 5.0	— 1.4	6.671	b, c	— 0.026	747	
März	1	— 7.9	— 2.5	6.570	b	+ 0.027	6.689	

1) Es wurde auf die Ringtheilung von Saturn focusirt.

1888		K	K—S	½(A+B)	O	A—B	½(A+B)₀	
April	15	+ 7°4	— 1°8	6.860	b, c	— 0.012	6.748	
	18	+ 14.4	— 1.8	6.972	2 b	+ 0.064	755	recht gut, Tag
	19	+ 9.8	— 1.8	6.899	c	— 0.046	751	recht gut
	22	+ 12.3	— 1.2	6.830	2 b	— 0.095	644	mittelmässig
Mai	2	+ 11.5	— 2.6	7.062	c	+ 0.029	888	sehr mittelmässig
	4	+ 6.1	— 2.3	7.007	2 c	— 0.012	915	gut, klar nach Temperatursturz
	5	+ 8.7	— 1.9	6.935	c	+ 0.013	804	leidlich
	12	+ 6.2	— 2.2	6.960	c	+ 0.042	866	leidlich
	17	+ 21.8	— 1.3	7.104	c	— 0.019	775	
	18	+ 23.0	— 2.1	7.144	c	+ 0.031	797	sehr schlecht
	22	+ 10.9	— 2.1	6.977	c	— 0.064	812	recht gut
	25	+ 14.6	— 2.0	6.912	c	— 0.085	692	gut
	27	+ 7.0	— 3.0	6.867	c	+ 0.019	761	schwierig, Temperatursturz
Juni	2	+ 13.4	— 2.2	6.972	c	— 0.015	770	gut
	8	+ 18.2	— 1.9	7.008	c	— 0.103	733	leidlich
	25	+ 20.7	— 2.8	6.997	c	— 0.025	684	schwierig
Juli	1	+ 13.1	— 1.4	6.845	c	— 0.107	647	gut
	2	+ 12.1	— 2.6	6.931	c	— 0.079	748	leidlich
Aug.	1	+ 14.6	— 1.8	6.878	c	— 0.035	6.658	schwierig
Sept.	12	+ 13.0	— 2.2	10.147	2 c	— 0.026	9.951	
	14	+ 12.4	— 1.9	10.212	2 c	— 0.018	10.025	sehr mittelmässig
	17	+ 11.6	— 1.7	10.220	2 c	+ 0.043	10.045	sehr mittelmässig
	18	+ 12.6	— 1.8	10.129	2 c	— 0.022	9.939	leidlich
	27	+ 6.1	— 3.2	10.096	2 c	— 0.064	10.004	
Oct.	6	+ 5.4	— 1.9	9.987	2 c	— 0.027	9.905	leidlich
Nov.	9	— 1.9	— 1.4	10.025	2 c	— 0.050	10.054	
Dec.	5	+ 3.1	— 1.5	10.042	1½ c	+ 0.011	9.995	
	6	0.0	— 1.9	10.047	2 c	— 0.014	10.047	sehr scharf
	7	— 0.2	— 1.4	10.112	2 c	— 0.083	10.115	
1889								
Jan.	3	— 8.3	— 2.0	9.914	2 c	— 0.069	10.039	leidlich
	4	— 5.2	— 0.4	9.934	2 c	— 0.070	10.013	gut
	9	+ 0.6	— 0.7	9.952	c	— 0.019	9.943	
	11	— 2.6	— 1.4	9.901	c	— 0.077	9.940	sehr variabel
	14	— 7.3	— 2.6	9.811	2 c	— 0.026	9.921	
	15	— 9.9	— 1.8	9.888	2 c	— 0.033	10.037	leidlich
Oct.	30	+ 10.7	— 0.5	9.995	2 c	+ 0.021	9.833	
Nov.	9	+ 5.5	— 1.5	10.048	c	+ 0.101	9.965	verwaschen
	12	+ 2.5	— 1.8	9.988	2 c	— 0.046	9.950	gut
	13	+ 2.4	— 1.0	9.990	2 c	0.000	9.954	schwach
	14	+ 2.8	— 1.2	9.993	2 c	+ 0.030	9.951	
	15	+ 4.1	— 0.8	10.043	2 c	— 0.019	9.981	sehr schwach
	21	+ 1.9	— 1.4	9.997	2 c	— 0.045	9.968	
	23	+ 2.2	— 0.8	9.999	2 c	— 0.006	9.966	sehr schlecht
Dec.	13	+ 0.4	— 1.5	9.904	2 c	+ 0.035	9.898	
1890								
April	5	+ 8.7	— 2.2	10.131	c	+ 0.003	10.000	
Mai	17	+ 16.6	+ 0.1	10.282	½ c	+ 0.035	10.031	gut
Juni	4	+ 18.7	— 2.3	10.293	2 c	— 0.068	10.011	gut

1890		K	K—S	½(A+B)	O	A—B	½(A+B)₀	
Oct.	14	+ 10°.4	— 1°.9	10.164	c	+ 0.033	10.007	gut
	15	+ 11.9	— 1.1	10.183	c	— 0.082	10.003	sehr mittelmässig
Nov.	2	+ 6.6	— 1.3	10.119	c	— 0.043	10.019	sehr mittelmässig
1891								
Feb.	24	+ 1.3	— 1.6	10.010	b	+ 0.001	9.990	
	25	+ 3.3	— 0.9	10.080	b	— 0.099	10.030	
	26	+ 5.7	— 1.5	10.151	b	— 0.032	10.065	
	28	+ 6.5	— 0.6	10.077	b	— 0.051	9.979	gut, Tag
Nov.	12	+ 3.4	— 1.3	9.964	2 c	— 0.030	9.913	
	28	+ 1.1	— 1.8	9.977	c	— 0.035	9.960	
	29	— 0.8	— 2.4	9.827	c	+ 0.091	9.839	sehr mittelmässig
1892								
März	30	+ 1.0	— 2.7	10.041	c	— 0.053	10.026	
April	4	+ 8.8	— 2.4	10.080	c	— 0.064	9.947	gut
Mai	26	+ 23.2	— 2.3	10.412	c	+ 0.001	10.062	
	30	+ 22.9	— 2.2	10.222	c	— 0.047	9.876	gut
Juni	2	+ 20.0	— 2.3	10.283	c	— 0.064	9.981	sehr schlecht
Aug.	8	+ 17.5	— 2.1	10.217	e	+ 0.200	9.953	schlecht
Sept.	1	+ 15.9	— 2.4	10.157	g, k	+ 0.010	9.917	mittelmässig
	16	+ 20.0	— 1.2	10.295	g	— 0.017	9.993	gut
	18	+ 11.3	— 1.9	10.129	g	— 0.096	9.958	gut
	20	+ 19.6	— 1.2	10.258	g	— 0.073	9.962	recht gut
	26	+ 18.7	— 2.2	10.230	g	0.000	9.948	recht gut
Nov.	24	— 3.9	— 1.8	9.910	c	— 0.034	9.969	leidlich
Dec.	16	+ 3.1	— 0.9	10.015	c	— 0.026	9.968	gut
	21	— 0.5	— 1.8	10.033	c	— 0.006	10.041	gut
	27	— 3.1	— 1.2	9.885	c	+ 0.058	9.932	recht gut
1893								
Jan.	7	— 8.1	— 1.1	9.806	½ c	— 0.088	9.928	schlecht
März	4	+ 5.6	— 0.2	10.053	b	— 0.023	9.968	recht gut, Dämmerung
	12	+ 11.7	+ 0.6	10.092	b	— 0.018	9.915	mittelmässig
	23	+ 11.0	— 0.2	10.100	b	— 0.009	9.934	Tag
	24	+ 13.0	+ 0.1	10.067	b	— 0.023	9.871	Tag
	25	+ 7.6	— 1.2	10.045	b	0.000	9.930	Tag
	27	+ 6.9	— 1.4	10.127	b	— 0.026	10.023	Dämmerung
	29	+ 11.8	— 0.5	10.090	b	— 0.058	9.912	Dämmerung
April	1	+ 14.1	— 0.8	10.062	b	— 0.065	9.849	Dämmerung
Juli	4	+ 19.3	— 2.7	10.259	d	— 0.110	9.968	sehr mittelmässig
Aug.	7	+ 17.6	— 2.2	10.165	g	— 0.102	9.899	gut
	8	+ 18.7	— 3.0	10.189	e	— 0.013	9.907	gut
Sept.	11	+ 10.4	— 2.6	10.111	g	— 0.031	9.954	gut
	12	+ 11.9	— 2.4	10.094	g	— 0.053	9.914	
	14	+ 13.4	— 1.4	10.178	g	— 0.059	9.976	
1894								
Feb.	20	— 0.9	— 1.3	9.878	2 b	— 0.007	9.892	Tag
	21	— 2.1	— 1.3	9.975	b	— 0.003	10.007	leidlich
	22	+ 0.5	— 0.4	10.072	2 b	+ 0.002	10.064	Tag
	23	0.0	— 1.1	9.994	b	— 0.040	9.994	mittelmässig

Die Beobachtungen zerfallen in zwei Hauptabschnitte, da zwischen 1. August und 12. September 1888 das Heliometer theilweise auseinander genommen und auch die Stellung des Fadenkreuzes in der optischen Achse geändert wurde. Der Objectivkopf war dabei zwar vom Rohre abgenommen, sonst aber nicht weiter zerlegt worden. Eine weitere Trennung des zweiten Beobachtungsabschnittes macht sich dadurch nöthig, dass am 24. September 1890 behufs Reinigung der hinteren Flächen beider Objectivhälften die ganze B tragende Platte abgenommen werden musste. An der Befestigung der Objectivhälfte auf der Platte wurde dabei nichts geändert; auch wurden beim Wiedereinsetzen derselben in den Schieber die sie tragenden Schrauben ebenso scharf wieder angezogen, wie sie vor dem Herausnehmen der Platte gewesen waren. Die wenigen vor dem 18. Juli 1887 angestellten Beobachtungen sind zur Herleitung der Constanten nicht mit in die Discussion einbezogen, da bei diesen ein ganz schwaches Ocular verwendet wurde, resp. bei ihnen das Ocularprisma noch nicht in Anwendung gekommen war. Ferner sind bei der Discussion ausgeschlossen die Mirenbeobachtungen nach 1889, weil sie von dem übrigen Beobachtungsmaterial zu weit abliegen und wegen ihrer geringen Anzahl die Genauigkeit des Endresultates nicht erhöhen würden. Sieht man von diesen wenigen Beobachtungen ab, so stehen für die Discussion der Controle des Focus die folgenden fünf Beobachtungsreihen zur Verfügung:

a)	1888 Juli 8 — 1888 Juli 31	Gitter	(13 Tage)
b)	1888 Sept. 12 — 1889 Dec. 13	»	(55 »)
c)	1887 Juli 18 — 1888 Aug. 1	Doppelsterne	(57 »)
d)	1888 Sept. 12 — 1890 Juni 4	»	(28 »)
e)	1890 Oct. 14 — 1894 Feb. 23	»	(44 »)

Im Folgenden werde ich diese Reihen kurzweg mit a, b, c, d, e bezeichnen. Bei allen Ausgleichungen von Focusbestimmungen habe ich jedem Tage das Gewicht 1 gegeben ohne Rücksicht auf die Zahl der Sätze, da vorläufige Ausgleichungen eines grösseren Theiles des Beobachtungsmateriales den m. F. eines Tagesmittels von $\frac{1}{2}(A + B)_0$ nur ganz unerheblich kleiner ergaben als den eines einzelnen Satzes. Da sonach die einzelnen Tage mit merklichen constanten Fehlern behaftet sein müssen, gegenüber welchen

die zufälligen Messungsfehler zurücktreten, habe ich es auch nicht für angezeigt gehalten, einzelne Tage auszuschliessen, an welchen unter besonders ungünstigen atmosphärischen Bedingungen focusirt wurde.

Was zunächst die Grösse $A-B$, d. h. den Unterschied der Focuseinstellungen für die beiden Objectivhälften anbelangt, so zeigt schon ein flüchtiger Ueberblick der Zahlen, dass der Focus für beide Hälften thatsächlich nicht genau der nämliche ist. Eine Abhängigkeit der Grösse $A-B$ von K ist nicht nachweisbar. Es findet sich, wenn hier und im Folgenden das Mikron (0.001 mm) mit μ bezeichnet wird:

Reihe	$A-B$	r_1'	r_1
a)	$-46\,\mu \pm 10\,\mu$	$\pm 34\,\mu$	$\pm 56\,\mu$
b)	-45 ± 5	± 40	± 72
c)	-17 ± 8	± 63	± 69
d)	-18 ± 8	± 43	± 58
e)	-27 ± 8	± 54	± 57

Die Bedeutung von r_1' und r_1 ist weiterhin angegeben.

Die nähere Uebereinstimmung der aus Gitterbeobachtungen (a, b) und der aus Sternbeobachtungen (c, d, e) abgeleiteten Werthe von $A-B$ je unter sich dürfte wohl rein zufälliger Natur sein, so dass man $-30\,\mu$ als Endwerth für $A-B$ ansehen kann. Der Brennpunkt von B liegt sonach um $30\,\mu$ näher nach dem Fadenkreuz zu als der von A.

Die obigen Zahlen zeigen, dass durch das Abnehmen der Hälfte B (1890 Sept. 24) in der Reihe der Focusbestimmungen keine thatsächliche Unterbrechung eingetreten ist.

r_1' ist der m. F. der Bestimmung e i n e s Tageswerthes von $A-B$. Da zur Ableitung von $A-B$ stets nur Bestimmungen mit einander verbunden sind, welche am nämlichen Tage bei gleicher Temperatur, in unveränderter Lage des Fernrohres, unmittelbar hinter einander mit symmetrischer Vertauschung der Hälften ausgeführt sind, so ist die Grösse $A-B$ unabhängig von den constanten Tagesfehlern der Focusirung und nur von den rein zufälligen Fehlern abhängig. Im Durchschnitt beruht jeder Tageswerth von $A-B$

bei a auf 2.7 Sätzen
» b » 3.2 »
» c » 1.2 »
» d » 1.8 »
» e » 1.1 »

Um die einzelnen r_1' unter einander vergleichbar zu machen, müssen dieselben daher unter Benutzung dieser Zahlen auf die nämliche Gewichtseinheit reducirt werden. Nimmt man hierfür das Gewicht eines vollständigen Satzes an, so erhält man die oben unter r_1 angeführten Werthe. Als Mittelwerth von r_1 findet sich hieraus $\pm 62\,\mu$. Da durchschnittlich jede Bestimmung von $A - B$ auf 1.7 Sätzen beruht, so hat man für den m. F. eines Tageswerthes von $A - B$ die Zahl $\pm 48\,\mu$. Hiernach würde sich für denjenigen Theil des m. F. eines Tageswerthes von $\frac{1}{2}(A + B)$, der nur von rein zufälligen Messungsfehlern herrührt, ergeben $\pm 24\,\mu$. — Die Reihen a und b bieten geeignetes Material, diesen Theil des m. F. eines $\frac{1}{2}(A + B)$ auch direct zu bestimmen. Leitet man bei ihnen aus der inneren Uebereinstimmung der am nämlichen Tage bestimmten Werthe von $\frac{1}{2}(A + B)$ den m. F. eines $\frac{1}{2}(A + B)$ her, so findet sich für den m. F. eines Satzes $\pm 33\,\mu$, mithin für 1.7 Satz, fast genau wie oben, $\pm 25\,\mu$.

Jede der fünf Beobachtungsreihen der Focuseinstellungen zeigt stark ausgesprochen eine Abhängigkeit der Focuseinstellung von der Temperatur. Definiren wir den Wärmecoëfficienten der Focuseinstellung (n) als die Grösse, um welche die Ablesung der Ocularscala bei Focusirung auf ein unendlich weit entferntes Object zunimmt, wenn die Kopftemperatur (K) um $+ 1^\circ\!.0$ C. zunimmt, und ist N_0 der Werth von $\frac{1}{2}(A + B)$ für 0°, N_k der Werth für K°, so hat man bei den Focusirungen auf Doppelsterne die Relation

$$N_k = N_0 + nK\,.$$

Entsprechend erhält man für die Focusirungen auf die Mire

$$N_k' = N_0' + n'K\,.$$

Zunächst handelt es sich darum, die Werthe n und n' zu einander in Beziehung zu bringen.

Ihrem Wesen nach sind n und n' die für eine Temperaturzunahme von $+ 1^\circ\!.0$ C. berechneten Ueberschüsse der Ausdehnung der

Bildweite über die Ausdehnung des Rohres. Die Zusammensetzung der einzelnen Theile des Heliometerrohres ist aus der nachstehenden schematischen Figur ersichtlich, in welcher *F* den Ort des Fadenkreuzes bei Focusirung auf Sterne, *O* die vordere Fläche des Objectivs bezeichnet.

	a	*b*	*c*	*d*	
O	0.121 m	0.564 m	1.125 m	0.141 m	*F*

a und *c* Gusseisen, *b* Stahlblech, *d* Messing[1]).

Bei Einstellung auf das Gitter wird der Messingtheil *d* noch um $e = 0.0604$ m verlängert. Die Bildweite bei Doppelsternbeobachtungen ist gleich der Brennweite f ($= 1.938$ m), bei Mirenbeobachtungen gleich $f + e$. Bezeichnen wir ferner noch die linearen Ausdehnungscoëfficienten für 1° C. von Gusseisen, Stahl und Messing mit C_g, C_s und C_m, die analogen Werthe für f und $f + e$ mit C_f und C_{f+e}, so haben wir mit Bezug auf obige Figur

$$n = fC_f - (a + c)\, C_g - bC_s - dC_m$$

$$n' = (f + e)\, C_{f+e} - (a + c)\, C_g - bC_s - (d + e)\, C_m$$

oder

$$n' - n = f(C_{f+e} - C_f) + e\, (C_{f+e} - C_m).$$

Hierin ist C_f und C_{f+e} noch zu bestimmen. Für die Ausdehnungscoëfficienten der Metalle habe ich angenommen

C_g 0.0000106
C_s 0.0000102
C_m 0.0000188

Die durch eine Temperaturänderung von + 1°0 C. bewirkte Ausdehnung des auf Sterne focusirten Heliometerrohres beträgt dann 21.6 μ. Wie die Discussion der Focusirungen weiterhin ergiebt, muss bei einer Temperaturerhöhung um 1° C. die Scala behufs deutlichsten Sehens noch um 14.5 μ herausgezogen werden, die Zunahme

1) Thatsächlich besteht der Ocularauszug aussen aus Messing mit Rothguss-Flanschen, innen aus Neusilber; die Ausdehnungscoëfficienten der drei Legierungen sind aber so wenig von einander verschieden, dass man *d* als durchweg aus Messing bestehend ansehen kann.

der Brennweite für eine Temperaturerhöhung von 1° C. beträgt sonach 36.1 μ. Mithin haben wir für den Ausdehnungscoëfficienten der Brennweite

$$C_f = 0.0000186 .$$

Da C_f und C_m fast absolut gleich sind, würde sonach die Aenderung der Brennweite durch die Wärme auch bei diesem Objectiv durch die Ausdehnung des Rohres völlig compensirt sein, wenn das Material desselben durchweg Messing wäre.

Aus der dioptrischen Gleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ folgt durch Differentiation, wenn man $\alpha = \text{const.}$ und $\beta = e + f$ setzt,

$$\frac{d\,(f+e)}{df} = 1 + \frac{2e}{f} + \frac{e^2}{f^2} \cdot$$

Für die obigen Werthe von f und e hat man

$$\frac{d\,(f+e)}{df} = 1.0633 .$$

Dem Werthe $df = 36.1\,\mu$ entspricht sonach $d\,(f+e) = 38.4\,\mu$; für den Ausdehnungscoëfficienten der Bildweite $f+e$ findet sich mithin

$$C_{f+e} = 0.0000192 .$$

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck für $n' - n$ ein, so wird

$$n' - n = +\,1.2\,\mu.$$

Der Betrag der Reduction $n' - n$ ist natürlich abhängig von den Annahmen, welche man über die Ausdehnungscoëfficienten der Metalle macht. Selbst aber für den Fall, dass man die zu Grunde gelegten Werthe derselben um 20% grösser oder kleiner annimmt, wird sich $n' - n$ noch nicht um 0.1 μ ändern.

Gleicht man nun die fünf Beobachtungsreihen nach der Methode der kleinsten Quadrate aus, so stellt sich das Resultat wie folgt, wenn man mit r_1 den m. F. einer Gleichung d. h. eines auf 0° reducirten Abendwerthes von $\frac{1}{2}(A+B)$ bezeichnet:

Mirenbeobachtungen.

a)	$277.3\,n' = 4637\,\mu$	$n' = +\,16.7\,\mu \pm 1.5\,\mu$	$r_1 = \pm\,24\,\mu$
b)	$6424.9\,n' = 101364\,\mu$	$n' = +\,15.8\,\mu \pm 0.6\,\mu$	$r_1 = \pm\,45\,\mu$
	$6702.2\,n' = 106001\,\mu$	$n' = +\,15.8\,\mu \pm 0.5\,\mu$	

Doppelsternbeobachtungen.

c)	$4306.4\,n = 63791\,\mu$	$n = +\,14.8\,\mu \pm 1.1\,\mu$	$r_1 = \pm\,71\,\mu$
d)	$1440.5\,n = 20549\,\mu$	$n = +\,14.3\,\mu \pm 1.6\,\mu$	$r_1 = \pm\,59\,\mu$
e)	$2832.9\,n = 39670\,\mu$	$n = +\,14.0\,\mu \pm 1.1\,\mu$	$r_1 = \pm\,57\,\mu$
	$8579.8\,n = 124010\,\mu$	$n = +\,14.4\,\mu \pm 0.7\,\mu$	

Mit Berücksichtigung der Reduction $n' - n = +\,1.2\,\mu$ haben wir sonach in ausgezeichneter Uebereinstimmung

nach der Gittermire	$n = +\,14.6\,\mu \pm 0.5\,\mu$
nach Doppelsternen	$n = +\,14.4\,\mu \pm 0.7\,\mu$
oder im Mittel	$n = +\,14.5\,\mu \pm 0.4\,\mu$

Der grosse Werth von r_1 in der Reihe c erklärt sich daraus, dass in dieser Reihe häufig auch noch unter Verhältnissen focusirt wurde, bei denen späterhin, als schon ein grösseres zur Ableitung von n geeignetes Material vorlag, Focusirungen unterblieben. Der auffallend kleine Werth für die Reihe a kann bei der geringen Zahl von Beobachtungen, auf denen er beruht, rein zufälliger Natur sein; bei dieser Reihe ist aber auch in Betracht zu ziehen, dass die Beobachtungen sich nur über einen sehr kurzen Zeitraum erstrecken, während dessen das Instrument sich unter annähernd gleichen Bedingungen befunden hat. Reducirt man die Mirenbeobachtungen mit $n' = +\,15.8\,\mu$, die Doppelsternbeobachtungen mit $n = +\,14.4\,\mu$, so findet sich für den m. F. eines auf 0° reducirten Werthes von $\frac{1}{2}(A + B)$

bei den Mirenbeobachtungen	$\pm\,41\,\mu$
bei den Doppelsternbeobachtungen	$\pm\,63\,\mu$.

Mit diesen m. F. der Gewichtseinheit sind die m. F. des aus den Reihen a und b folgenden Werthes von n' und des aus den Reihen c, d und e folgenden Werthes von n berechnet. — Unterscheidet man nicht zwischen Miren- und Sternbeobachtungen, so findet sich für den m. F. eines Abendwerthes $\pm\,57\,\mu$. Vergleicht man diesen Durchschnittswerth des m. F. für einen auf 0° reducirten Abendwerth von $\frac{1}{2}(A + B)$ mit dem aus der Discussion der Werthe $A - B$ gefundenen, von den rein zufälligen Messungsfehlern herrührenden m. F. eines Abendwerthes von $\frac{1}{2}(A + B)$, $\pm\,24\,\mu$, so ergiebt sich

für den von den Abendfehlern herrührenden Theil des m. F. $\pm 52\,\mu$; die zufälligen Fehler innerhalb eines Abends sind demnach fast verschwindend gegenüber den constanten Abendfehlern. Die Ursachen der letzteren sind verschiedener Natur. Eine Ursache ist jedenfalls mit in dem Umstande zu suchen, dass die Temperatur des Glases nur sehr langsam der Temperatur der Luft resp. der Temperatur der Metallmassen des Objectivkopfes folgt, die in dem Werthe von K zum Ausdrucke kommt. Ferner ist keinesfalls anzunehmen, dass das Rohr in seiner ganzen Länge gleichmässig die von den Kopfthermometern angegebene Temperatur besitzt[1]). Nicht unwesentlich ist auch, dass bei den Focuseinstellungen auf Sterne das Rohr je nach dem Punkte des Himmels, gegen welchen es gerichtet ist, ganz verschieden auf Zug und Druck in Anspruch genommen wird. Dass diese Ursachen thatsächlich wirksam sind, ersieht man auch daraus, dass der m. F. eines auf 0° reducirten Abendwerthes von $\frac{1}{2}(A+B)$ sich für Gitterbeobachtungen ganz wesentlieh niedriger stellt als für Sterne, da bei ersteren das Rohr sich stets in der nämlichen Lage und mit grosser Annäherung auch in seiner ganzen Länge in gleicher Temperatur befindet.

Da in der Grösse $K-S$ die Temperaturdifferenz zwischen Objectiv und Ocular wenigstens annäherungsweise zum Ausdrucke kommt, ist es erforderlich zu untersuchen, ob die nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler der einzelnen N_0 und N_0' etwa eine Abhängigkeit von der Grösse $K-S$ zeigen. Die Kugel des Thermometers S befindet sich rund 0.9 m über dem Fussboden; bei Zenithstellung des Objectivs ist das Ocular mit ihr in gleicher Höhe. Für Sternbeobachtungen wird sich der Niveauunterschied des Oculares gegen die Kugel von S innerhalb 0.5 m bewegen, bei Beobachtungen der Mire hingegen befindet sich das Ocular constant 1.4 m oberhalb der Kugel von S. Der Niveauunterschied von Ocular und Objectivmitte beträgt bei Mirenbeobachtungen nur 0.14 m, da das Rohr bei

1) Sogar für die obere und untere Seite des Rohres besteht in dem nämlichen Rohrquerschnitt oft eine Temperaturdifferenz von über 1°, indem die untere Rohrseite durch die Ausstrahlung des Bodens der Kuppel erwärmt wird, während die obere Seite Wärme durch den geöffneten Spalt ausstrahlt. Diese Differenz lässt sich leicht durch die Ablesungen der beiden Kopfthermometer constatiren, die parallel der Schnittlinie zu beiden Seiten des Kopfes befestigt sind.

einer Länge von 2 m in dieser Lage eine Zenithdistanz von 86°3′ hat. Da vor den Gitterbeobachtungen das Rohr sich fast immer schon mehrere Stunden in dieser Lage befunden hatte, wird man annehmen können, dass es in seiner ganzen Länge die gleiche Temperatur angenommen hat. Die Gitterbeobachtungen dürfen sonach nicht mit zu dieser Untersuchung herangezogen werden. Ordnet man die dann noch verbleibenden Fehler nach ihren zugehörigen $K-S$ und fasst sie in passende Gruppen zusammen, so ergeben sich die nachstehenden Werthe:

$K-S$	v	Tage
$-0\overset{\circ}{.}2$	$-13\,\mu$	13
-1.0	-23	22
-1.4	-2	24
-1.8	$+10$	30
-2.2	$+23$	19
-2.6	-6	20

Eine Abhängigkeit der v von $K-S$ ist hierin zwar schwach angedeutet, ihre Realität bleibt aber doch sehr zweifelhaft. Ein weiteres Eingehen auf diesen Punkt ist unnöthig, da etwaige von $K-S$ abhängige kleine Beträge in der Reduction auf Normalocularstellung bei der Ableitung des Wärmecoëfficienten des Scalenwerthes Berücksichtigung finden.

Bei den vor Abschluss der ganzen Focusirungsbeobachtungen ausgeführten Heliometerreductionen war der Werth $n = +15.1\,\mu$ angewandt worden, der sich aus der Bearbeitung eines Theiles der Beobachtungen ergeben hatte. Um die Homogenität zu bewahren, ist dieser Werth auch weiterhin durchweg den Reductionen zu Grunde gelegt worden; auch die Werthe $\frac{1}{2}(A+B)_0$ in den Zusammenstellungen pag. 246 seq. sind mit $n = +15.1\,\mu$ (resp. $n' = +16.3\,\mu$) berechnet worden. Die kleinen hierdurch in den Distanzen bei der Reduction auf Normalstellung begangenen Fehler werden streng compensirt durch die Wärmecorrection des Scalenwerthes, da diese aus den ebenfalls mit $n = +15.1\,\mu$ auf Normalstellung reducirten Beobachtungen des Normalbogens hergeleitet ist.

Für die Normalstellungen der Ocularscala, welche für die Reduction der Heliometerbeobachtungen definitiv zu verwenden sind, ergiebt die Mittelbildung der Werthe von $\frac{1}{2}(A+B)_0$:

	N_0		$K-S$	Δn
1887 Juni 4 — 1887 Juli 3	6.749 mm	± 0.023 mm	— 1°6	+ 0.011 mm
1887 Juli 18 — 1888 Aug. 1	6.763	± 0.008	— 1.8	+ 0.004
1888 Sept. 12 — 1890 Juni 4	9.982	± 0.011	— 1.5	+ 0.002
1890 Oct. 14 — 1894 Feb. 23	9.960	± 0.009	— 1.5	+ 0.005

Die Grössen Δn bezeichnen die Correctionen, welche an N_0 noch anzubringen sein würden, wenn man zur Reduction der einzelnen $\frac{1}{2}(A+B)$ auf 0° statt $n = +15.1\,\mu$ den Werth $n = +14.5\,\mu$ verwenden würde. Wäre das Heliometer während des ganzen Beobachtungszeitraumes völlig unverändert geblieben und könnte man von vornherein N_0 als invariabel ansehen, so genügte zur Reduction der gemessenen Distanzen ein Näherungswerth von N_0. In unserem Falle hat die Herleitung möglichst scharfer Werthe von N_0 lediglich den Zweck, die einzelnen Beobachtungsreihen unter einander in strenge Beziehung zu setzen. Wie die Werthe von Δn zeigen, ist die Vernachlässigung von 0.6 μ im Werthe von n auf die Genauigkeit des Anschlusses der einzelnen Reihen an einander zwischen 1887 Juli 18 und 1894 Febr. 23 ohne jeden Einfluss. Zwischen Juni 4 und Juli 3 1887 sind überhaupt keine Distanzen gemessen worden.

Die obigen Grössen $K-S$ sind gleichfalls Mittelwerthe; es folgt aus ihnen, dass bei Sternbeobachtungen das Ocularende durchschnittlich um 1°6 wärmer ist als das Objectivende.

Die m. F. der einzelnen N_0 sind mit dem Durchschnittswerthe der Gewichtseinheit berechnet. Die Werthe der N_0 zeigen eine bemerkenswerthe Constanz über lange Zeiträume hinweg. Da der 3. und 4. Werth innerhalb ihrer m. F. übereinstimmen, kann man annehmen, dass N_0 von Sept. 1888 bis Febr. 1894 ungeändert geblieben ist. Ordnet man die nach der Ausgleichung übrig gebliebenen Fehler nach der Zeitfolge, so hat es zwar den Anschein, dass kleine Schwankungen von N_0 um einen Mittelwerth vorhanden sind; dass dieselben aber wohl nur zufälliger Natur sind, ergiebt sich daraus, dass den 67 Zeichenfolgen 60 Zeichenwechsel gegenüberstehen.

Für die Mirenbeobachtungen ergeben sich als Normalstellungen der Ocularscala

	N_0'		$K-S$	$\Delta n'$
1888 Juli 8 — 1888 Juli 31	67.072 mm	± 0.016 mm	+ 2°1	+ 0.012 mm
1888 Sept. 12 — 1889 Dec. 13	70.352	± 0.008	+ 1.5	+ 0.006

Die späterhin angestellten Focusirungen bestätigen auch hier die Constanz von N_0', so lange keine äusseren Eingriffe am Heliometer stattgefunden haben. Die m. F. von N_0' sind mit dem Durchschnittswerthe des m. F. der Gewichtseinheit berechnet. Der positive Werth von $K - S$ erklärt sich daraus, dass die Gitterbeobachtungen mit geringen Ausnahmen stets am Tage angestellt sind, wo der untere massive Steinbau der Kuppel geringer erwärmt war als die eiserne Drehkuppel.

Die obigen Werthe von N_0' kommen nicht weiter zur Verwendung. Es hat aber einiges Interesse, den Betrag der Reduction der Focusirung nach der Mire auf die Focusirung nach Sternen festzustellen. Zu verwenden sind hierbei die mit $n = + 14.5\ \mu$ und $n' = + 15.7\ \mu$ berechneten Werthe von N_0 und N_0'. Man hat dann für die Reduction der Mire auf Doppelsterne, giltig für $0°$ und für das Millimeter als Einheit:

$$(6.767 \pm 0.008) - (67.084 \pm 0.016) = - 60.317 \pm 0.018$$
$$(9.984 \pm 0.011) - (70.358 \pm 0.008) = - 60.366 \pm 0.014.$$

Wenngleich diese beiden Werthe noch innerhalb ihrer anderthalbfachen m. F. übereinstimmen, halte ich es doch für richtiger, als die gesuchte Reduction den Werth — 60·366 mm anzusehen, da die Grösse 67.084 mm, von welcher der erste Werth abhängt, nur auf 13 Beobachtungen beruht, die bei ziemlich hoher Temperatur innerhalb eines Zeitraumes von 23 Tagen angestellt sind. Diese Beobachtungen sind daher zwar ganz gut geeignet, einen Beitrag zur Bestimmung von n' zu liefern, nicht aber zur Erlangung eines sicheren Mittelwerthes von N_0'.

Für die Bestimmung des Unterschiedes der Focusirungen bei hellem und dunklem Gesichtsfelde liegen nur einige vereinzelte Beobachtungen vor. Die Focusirungen bei hellem und dunklem Felde sind immer unmittelbar hinter einander am nämlichen Doppelsterne ausgeführt worden, meist sogar mit symmetrischer Anordnung der Beobachtungen. Die erlangten Resultate sind daher von constanten Abendfehlern, soweit diese vom Instrumente herrühren, völlig frei. Die Gitterbeobachtungen eignen sich nicht zu Bestimmungen des Unterschiedes, da bei ihnen immer Theile des Fadenkreuzes auf helle Stellen des Gitters projicirt erscheinen und das Auge sich unwillkürlich nach diesen accommodirt.

Die erlangten Resultate sind die folgenden:

		Helles — dunkles Feld		
1890	Mai 17	— 34 μ	12 Lyncis	ziemlich gut
	Juni 4	— 118	»	gut
		— 35	»	gut
1891	Feb. 25	— 52	η Orionis	
	26	+ 22	»	
1894	März 24	— 60	12 Lyncis	leidlich scharf, aber sehr unruhig.

Als Mittelwerth ergiebt sich

$$-46\,\mu \pm 19\,\mu\,.$$

Es erscheint wohl kaum einem Zweifel unterworfen, dass zwischen beiden Focusirungsarten ein Unterschied vorhanden ist; das vorhandene Beobachtungsmaterial ist aber zu spärlich, um entscheiden zu können, welches der wirkliche Betrag desselben ist. Man kann aber auch von vornherein annehmen, dass von Abend zu Abend, wahrscheinlich sogar im Laufe des Abends bei lange andauernden Beobachtungen recht erhebliche Abweichungen von einem Mittelwerthe vorkommen, da die Accommodation des Auges sicher innerhalb gewisser, vom einzelnen Individuum abhängiger Grenzen schwanken wird, wenn dem Auge nicht durch eine feste Marke, wie sie bei erleuchtetem Felde das Fadenkreuz ist, ein Stützpunkt für seine Accommodation geboten wird.

Wenn der Scalenwerth nicht auch aus Beobachtungen bei dunklem Felde hergeleitet, sondern für ihn direct der aus den Beobachtungen des Normalbogen gefundene Werth

$$1^p = 21''.72677$$

angenommen wird, würde für eine Distanz Δ (ausgedrückt in Scalentheilen) unter Zugrundelegung des obigen Reductionsbetrages von — 46 μ der Fehler betragen

$$-0''.00047\,\Delta\,.$$

Für $\Delta = 300^p = 6518''$ erreicht der Fehler erst $0''.14$. Bei der Bestimmung der Parallaxe von Arg.-Oeltzen 10603, welche wegen der Schwäche des einen Vergleichsternes bei dunklem Felde ausgeführt werden musste, ist der Unterschied der Focusirung bei hellem und dunklem Felde bedeutungslos, da bei allen Parallaxen-

bestimmungen der instantane Scalenwerth für jeden Abend aus der Summe beider Distanzen bestimmt wird.

Sämmtliche bei den vorstehenden Untersuchungen der Focusirung benutzten Beobachtungen sind bei der Schieberstellung 180 = 580 d. h. bei Coincidenzstellung der Hälften ausgeführt worden. Es erübrigt daher nun noch zu untersuchen, ob die Focusirung sich beim Auseinanderschrauben der Hälften ändert. Da die Objectivhälften Cylinderführung haben, sollte die Focusirung auf Sterne von der Schieberstellung unabhängig sein. Voraussetzung ist dabei aber die Genauigkeit der kreisförmigen Führung und, dass die Achse der Cylinderführung durch den Brennpunkt geht. — Um von der Witterung unabhängig zu sein, habe ich zu den diesbezüglichen Untersuchungen nicht Sterne, sondern die Mire benutzt und es sind daher die Focusirungen nach der Mire auf Focusirungen nach Sternen zu reduciren. Da bei den Mirenbeobachtungen das Bild der Mire um eine beträchtliche Strecke vom Brennpunkt und damit von der Achse der Cylinderführung entfernt liegt, ist die Reduction von der Mire auf Sterne eine Function der Grösse, um welche die Objectivhälften auseinandergeschraubt sind. Ausserdem ist diese Reduction auch abhängig von der Entfernung zwischen der Mitte der Objectivhälfte und der Mire; diese Entfernung ist bei den verschiedenen Schieberstellungen nicht die nämliche wie bei Coincidenzstellung.

Die Untersuchung ist auf drei Schieberstellungen beschränkt worden, bei denen aber immer gleichzeitig beide Objectivhälften focusirt wurden. Diese drei Stellungen sind

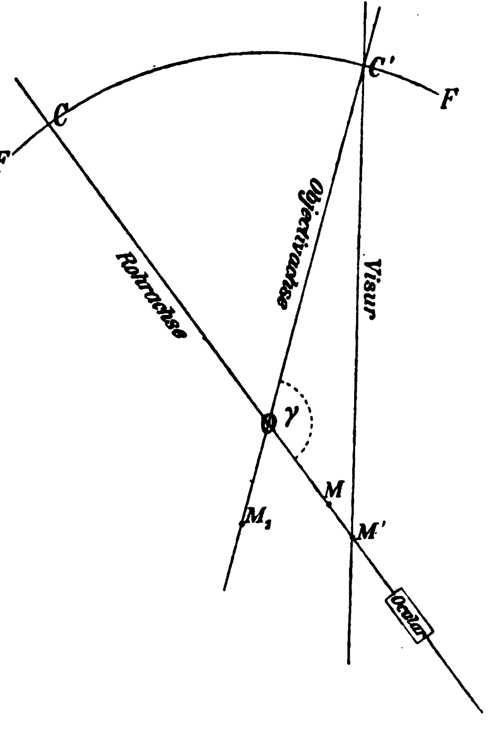
(I) 10 = 753 (II) 180 = 580 (III) 360 = 418.

(II) ist die Coincidenzstellung, (I) und (III) sind symmetrisch zu ihr und liegen nahe der Schieberstellung für die grösste mit dem Heliometer überhaupt messbare Distanz. Um Wärmeänderungen unschädlich zu machen, sind die Beobachtungen immer völlig symmetrisch angeordnet worden. In den Jahren 1888 und 1889 ist im Ganzen an 19 Tagen beobachtet worden; die Beobachtungen in der Stellung (II) sind mit in die Zusammenstellung pag. 246 aufgenommen. Bezeichnen wir die Ablesungen der Ocularscala in der Schieberlage (I) kurzweg mit (I) u. s. w., so haben die Focusirungen nach der Mire ergeben

	A	B	$\frac{1}{2}(A+B)$
(I) — (II)	$-3\mu \pm 7\mu$	$0\mu \pm 7\mu$	$-1\mu \pm 5\mu$
(III) — (II)	$+12 \pm 9$	$+5 \pm 8$	$+8 \pm 6$

An die Beträge für (I) — (II) und (III) — (II), die in Anbetracht ihrer m. F. praktisch als verschwindend zu bezeichnen sind, ist nun noch die von der Reduction der Mire auf Sterne herrührende Correction anzubringen. Für die betreffende Reduction soll der allgemeine Ausdruck hergeleitet werden.

In nebenstehender Figur bezeichnet FF die Führung der Linsen, FF ist als Kreisbogen anzusehen. O ist der Mittelpunkt der Führung und soll mit dem Brennpunkt zusammenfallend angesehen werden. Ferner ist C die Lage der Mitte einer Objectivhälfte bei Coincidenzstellung, C' bei auseinandergeschraubten Hälften. In der Stellung C' bildet die Objectivachse mit der Rohrachse den Winkel $180^\circ - \gamma$. M ist der Ort des Mirenbildes bei Coincidenzstellung. Die Verschiebung des Oculars erfolgt nur in der Richtung der Rohrachse; Ocular und Fadenkreuz bewegen sich gemeinschaftlich, ohne ihre gegenseitige Stellung zu ändern. Für die Coincidenzstellung fällt bei genauer Focusirung der Mire das Fadenkreuz mit M zusammen.



Wird OC' in die Richtung nach der Mire gebracht, so fällt das Bild derselben nach M_1. Es wird $OM = OM_1$, wenn der Abstand der Objectivmitte von der Mire in dieser Schieberstellung der nämliche ist wie bei Coincidenzstellung. Im Allgemeinen brauchen beide Abstände aber nicht gleich zu sein. Für die Stellungen (I) und (III) hat M_1 einen Abstand 1.1 mm von der Rohrachse. Die Länge einer Seite des

Fadenquadrates beträgt ca. 0.5 mm; um das Bild der Mire in die Rohrachse zu bringen, muss daher dem ganzen Fernrohre noch eine kleine Drehung gegeben werden, so dass für auseinandergeschraubte Hälften $M'C$ die Richtung nach der Mire und M' der Ort des Mirenbildes auf der Achse wird, mit welchem bei der Focusirung das Fadenkreuz zusammenfallen soll. Die Reduction der Focusirung nach der Mire auf die Focusirung nach Sternen ist demnach OM' und es ist OM' als Function von γ darzustellen. Der Werth von γ schwankt zwischen 180° und 178° 58′, sein Sinus ist daher immer eine kleine Grösse. Bezeichnet man die bekannten Stücke OC' (Brennweite) und $M'C'$ (Bildweite) mit f und b, den Winkel $OM'C'$ mit β, so hat man

$$OM' = b \cdot \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma}$$
$$= f \cos \gamma + \sqrt{b^2 - f^2 \sin^2 \gamma}$$

und, wenn man nach $\sin \gamma$ entwickelt, schliesslich

$$OM' = (b - f) + \frac{1}{2} \sin^2 \gamma \left(f - \frac{f^2}{b}\right) + \frac{1}{8} \sin^4 \gamma \left(f - \frac{f^4}{b^3}\right).$$

Das von $\sin^4 \gamma$ abhängige Glied beträgt im Maximum nur 0.002 μ, ist also bereits zu vernachlässigen.

Für b hat man

$$b = f + e + d\beta = 1938 \text{ mm} + 60.366 \text{ mm} + d\beta,$$
$$d\beta = -0.000970\, d\alpha.$$

$d\beta$ ist die der Aenderung $d\alpha$ in der Entfernung der Objectivmitte von der Mire entsprechende Aenderung der Bildweite.

Durch Ablothungen am Heliometer ergab sich, dass bei (I) die Hälfte A um 7 mm von der Mire entfernter ist als bei (II), bei (III) die Hälfte A um 7 mm der Mire näher ist als bei (II). Entsprechend ist B bei (III) 7 mm entfernter, bei (I) 7 mm näher. γ beträgt für (I) und (III) 178°58′.

Mit Benutzung dieser Zahlenwerthe erhält man für OM'

	A	*B*
(I)	60.368 mm	60.382 mm
(II)	.366	.366
(III)	.382	.368

Diese Beträge sind von den Ablesungen der Ocularscala abzuziehen, um die in den Stellungen (I), (II), (III) erhaltenen Focusirungen nach der Mire auf Focusirungen nach Sternen zu reduciren. Unter Berücksichtigung derselben erhält man schliesslich für die Beziehung zwischen den Focusirungen nach Sternen bei verschiedener Schieberstellung

	A	B	$\frac{1}{2}(A+B)$
(I) — (II)	$-5\,\mu \pm 7\,\mu$	$-16\,\mu \pm 7\,\mu$	$-10\,\mu \pm 5\,\mu$
(III) — (II)	-4 ± 9	$+3 \pm 8$	0 ± 6

Hiernach können die Focusirungen auf Sterne bei auseinandergeschraubten Hälften praktisch als identisch mit den bei Coincidenzstellung der Hälften erhaltenen angesehen werden.

Die Bildebene der Mire steht senkrecht auf $M'C'$, ist aber gegen $M'C$ geneigt. Daraus ergiebt sich, wenn man unter einander streng vergleichbare Focusirungen erhalten will, dass man bei allen Schieberstellungen immer die nämlichen Striche des Gitters benutzen und diese immer möglichst in die Mitte des Fadenquadrates bringen muss.

Es ist bis jetzt immer angenommen worden, dass die Achse der Cylinderführung die Rohrachse im Brennpunkt schneidet. Eine geringe seitliche Stellung derselben zur Rohrachse wird auf die Focusirungen nach Sternen nur insofern Einfluss haben, als sich beim Auseinanderschrauben der Hälften die Bilder verschlechtern können, die Ziffern der Focusirung bleiben ungeändert. Bei einem Abstande der Führungsachse vom Brennpunkte in der Richtung der Rohrachse treten für Focusirung auf Sterne ganz analoge Verhältnisse ein wie bei Focusirung auf die Mire. Wie der Ausdruck für OM' aber ergiebt, wird selbst noch bei 10 mm Abstand der Unterschied der Focusirung auf Sterne bei Coincidenzstellung und ganz auseinandergeschraubten Hälften erst 1.6 μ betragen.

2. Das Scalenmikroskop.

Das Mikrometer des Scalenmikroskops besitzt zwei in ihrer Bewegungsrichtung zu einander parallele Schrauben, von denen die eine mit getheilter Trommel versehen ist und als eigentliche Mikrometerschraube dient, die andere aber es ermöglicht, das ganze Mi-

krometer um beliebige Strecken parallel zur Schnittlinie des Objectivs zu verschieben. Demzufolge war nur bei der eigentlichen Mikrometerschraube eine eingehendere Untersuchung erforderlich.

Von den verschiedenen im Mikrometer befindlichen Fadenpaaren wurde bei den Distanzmessungen immer nur ein bestimmter Doppelfaden zur Einstellung der Scalenstriche benutzt. Als Nullstellung der Schraube wurde diejenige Stellung derselben angesehen, bei welcher dieser Faden in der Kerbe des Rechens stand und die Trommel auf $0^r.000$ zeigte. Die Trommel ist in 100 Theile getheilt, die Tausendstel-Umdrehungen sind bequem zu schätzen. Zwei Umdrehungen der Trommel entsprechen einem Intervall auf der Scala, das in linearem Maasse 0.2 mm beträgt.

Zur Untersuchung des periodischen Ganges der Schraube wurde die Distanz eines Doppelfadens benutzt, die circa $0^r.4$ betrug. Da die Bestimmung dieser Distanz nur in der Weise ausgeführt werden konnte, dass ein kleiner, möglichst runder Schmutzfleck auf einer der Scalen von den beiden Componenten des Doppelfadens bisecirt wurde, sind die Abweichungen der einzelnen Resultate unter einander grösser, als es bei Einstellungen eines Doppelfadens auf Striche der Scalen der Fall gewesen sein würde. Die Messungen sind ausgeführt zwischen 22. Februar und 1. März 1889 und erstrecken sich auf eine Revolution vor und eine Revolution nach $0^r.0$. Bezeichnet u die Ablesung für den vorausgehenden, u' die Ablesung für den nachfolgenden Faden und f den Mittelwerth des gemessenen Intervalles, so erhält man die folgenden Resultate, ausgedrückt in Zehntausendstel-Revolutionen:

Revolution vor $0^r.0$.

u	$u' - u - f$					Mittel
$0^r.0$	−12	+25	+32	+37	+67	+30
0.1	−40	−37	−2	−1	+2	−16
0.2	+23	−15	+8	+67	+17	+20
0.3	−32	−25	−18	−53	+17	−22
0.4	−17	−5	−55	+22	−40	−19
0.5	+6	−17	+40	−6	−76	−11
0.6	+3	+5	+20	−43	−36	−10
0.7	+16	+28	−10	−13	+50	+14
0.8	+11	+15	−8	+7	−48	−5
0.9	+43	+27	−5	−21	+52	+19

Revolution nach 0ʳ0.

0ʳ0	+ 8	+ 10	− 34	+ 62	+ 9	+ 11
0.1	− 12	+ 2	− 22	+ 4	− 59	− 13
0.2	+ 23	− 45	− 16	+ 29	+ 79	+ 14
0.3	− 1	+ 28	− 62	− 23	+ 66	+ 2
0.4	+ 38	+ 5	+ 16	+ 22	+ 56	+ 27
0.5	+ 29	− 7	+ 11	+ 14	+ 18	+ 13
0.6	− 14	+ 23	+ 44	− 33	− 69	− 10
0.7	− 4	+ 13	+ 24	− 6	− 84	− 11
0.8	− 29	− 17	+ 4	− 56	− 9	− 21
0.9	− 34	− 27	− 34	− 14	− 4	− 23

Fasst man die beiden Revolutionen zusammen, so hat man folgende Mittelzahlen:

u	$u' - u - f$
0ʳ0	+ 0ʳ0020
0.1	− 0.0014
0.2	+ 0.0017
0.3	− 0.0010
0.4	+ 0.0004
0.5	+ 0.0001
0.6	− 0.0010
0.7	+ 0.0001
0.8	− 0.0013
0.9	− 0.0002

Hieraus ist ersichtlich, dass periodische Fehler der Schraube, welche bei Reduction der Messungen in Rechnung zu stellen wären, nicht vorhanden sind.

Im Mai 1894 habe ich zur Controle für das Verhalten der Schraube in der Zwischenzeit nochmals eine Messungsreihe unter Benutzung eines Intervalls von 0ʳ35 ausgeführt. Die Beobachtungen sind zwar nicht so zahlreich wie 1889, zeigen aber gleichfalls, dass die Schraube frei von periodischen Fehlern ist. Es fanden sich die folgenden Mittelwerthe

u	$u' - u - f$
0ʳ0	+ 0ʳ0021
0.1	− 0.0001
0.2	− 0.0014
0.3	+ 0.0008
0.4	− 0.0012
0.5	− 0.0006
0.6	− 0.0005
0.7	+ 0.0022
0.8	− 0.0005
0.9	− 0.0004

Die Entfernung des Striches P vom Strich S, ausgedrückt in wirklichen Revolutionen der Schraube des Scalenmikroskops, beträgt, da die Angaben der Trommel wachsen, wenn der Faden sich von S nach P hin bewegt,

$$2^r + (P)^r - (S)^r .$$

Setzt man $1^r = (1 + \alpha) 1^p$ resp. $1^p = (1 + \alpha) 1^r$, bezeichnet also den Factor, mit welchem ein in wirklichen Revolutionen gegebener Betrag zu multipliciren ist, um ihn in Normalrevolutionen zu verwandeln, mit $(1 + \alpha)$, so hat man

$$[2 + (P)^r - (S)^r] (1 + \alpha) = 2 - C_S + C_P$$

und es wird

$$\alpha = - \frac{(P)^r - (S)^r}{2 + (P)^r - (S)^r} + \frac{C_P - C_S}{2 + (P)^r - (S)^r} = \alpha_1 + \alpha_2 .$$

Die an die Grösse $(P)^r - (J)^r$ wegen Gangfehler der Schraube anzubringende Correction ist mithin

$$[(P)^r - (J)^r] (\alpha_1 + \alpha_2) .$$

Setzt man $(P)^r - (S)^r = r$ und $C_P - C_S = c$, so hat man auch

$$\alpha_1 = - \frac{r}{2} + \frac{r^2}{4} - \frac{r^3}{8} + \frac{r^4}{16} - \cdots$$

$$\alpha_2 = \frac{c}{2} - \frac{rc}{4} + \frac{r^2c}{8} - \frac{r^3c}{16} + \cdots ,$$

wo immer die beiden ersten Glieder ausreichend sind.

Da die Theilungscorrectionen derzeit noch nicht bekannt sind, ist durchweg $\alpha_2 = 0$ gesetzt worden. Innerhalb jeder einzelnen Beobachtungsreihe der vorliegenden Publication, sowohl beim Normalbogen als auch bei den verschiedenen Parallaxenbestimmungen, sind immer die nämlichen Strichcombinationen benutzt worden; die strenge Continuität jeder einzelnen Beobachtungsreihe in sich wird daher durch die Annahme $\alpha_2 = 0$ keineswegs aufgehoben, ganz abgesehen davon, dass die begangenen Vernachlässigungen wahrscheinlich ausserordentlich klein sind. Für die Reduction der Beobachtungen wurden keine Mittelwerthe des Run benutzt, sondern jede einzelne Scalenablesung mit ihrem individuellen Run reducirt.

Vor Ableitung der Theilungsfehler und vor Beendigung der Reduction des gesammten am Heliometer erlangten Beobachtungsmaterials wäre eine eingehendere Discussion über das Verhalten des Run ohne wesentlichen Nutzen. Um aber doch einen Anhalt über Grösse und Constanz desselben zu haben, gebe ich im Folgenden die Resultate einer besonderen, in sich abgeschlossenen Reihe von Runbestimmungen. Der Run ist hier nicht aus den zu den Distanzmessungen gehörigen Scalenablesungen hergeleitet, sondern aus besonderen, ad hoc ausgeführten Bestimmungen. Bei Coincidenzstellung der Hälften wurde auf jeder Scala ein bestimmtes, in der Mitte der Scalen gelegenes Intervall mit Hilfe zweier Fadenpaare gemessen, deren Abstand von einander annähernd gleich der Grösse dieses Scalenintervalls war und zwar in der Weise, dass das vorausgehende Fadenpaar auf den vorausgehenden Strich des Intervalls, das nachfolgende auf den nachfolgenden Strich desselben eingestellt wurde. Das ausgewählte Scalenintervall umfasste anfänglich vier Scalentheile, später wurde ein solches von zwölf Scalentheilen an dessen Stelle gesetzt. Der Abstand der Fadenpaare von einander wurde durch directe Messung genau ermittelt und zwar auf jeder Scala für sich. Ferner wurde durch ausgedehnte Vergleichungen der ausgewählten Scalenintervalle mit gleich grossen Intervallen längs jeder der beiden Scalen die Länge derselben in Normalscalentheilen festgestellt.

Bezeichen α_A und α_B die Werthe von α für Scala A und Scala B, so ergeben sich die nachstehenden Mittelwerthe, denen ich die zugehörigen Angaben der Kopfthermometer unter K beigefügt habe.

1887	K	Abende	α_A	m. F.	α_B	m. F.	$\alpha_A - \alpha_B$	m. F.
Juli 24 — Juli 31	+24°	6 : 3	− 0.0008	± 0.0002	− 0.0007	± 0.0003		
Aug. 1 — Aug. 21	+16	10 : 5	− 4	3	− 8	5		
Sept. 9 — Oct. 25	+ 6	9	− 1	1	− 6	4	+ 0.0005	± 0.0003
Oct. 26 — Dec. 17	+ 2	10	+ 2	2	− 7	2	+ 9	1
1888								
Jan. 1 — März 5	− 5	17	+ 12	2	0	2	+ 12	2
März 23 — Juni 2	+10	17	− 3	1	− 5	1	+ 2	2
Juni 25 — Aug. 1	+15	10	− 8	2	− 12	2	+ 4	2
Sept. 14 — Sept. 21	+11	5	+ 5	3	+ 1	1	+ 4	2
Sept. 27 — Oct. 28	+ 7	11	− 1	1	− 1	1	0	1
Nov. 5 — Nov. 18	0	12	− 6	1	− 3	1	− 3	1
Nov. 29 — Dec. 13	+ 2	9	− 15	1	− 2	1	− 14	2
1889								
Jan. 2 — Jan. 27	− 4	12	− 5	1	− 2	1	− 3	1
Feb. 7 — März 22	− 2	16	− 2	1	− 5	1	+ 3	0
März 28 — Mai 5	+ 9	10	+ 0.0003	± 0.0001	0.0000	± 0.0001	+ 0.0003	± 0.0000

1889	K	Abende	α_A m. F.	α_B m. F.	$\alpha_A - \alpha_B$ m. F.
Juni 7—Juni 30	+16°	12	— 0.0004 ± 0.0001	— 0.0005 ± 0.0001	+ 0.0001 ± 0.0001
Juli 6—Juli 31	+16	8	— 5 1	— 7 1	+ 2 2
Aug. 1—Aug. 31	+15	12	— 9 1	— 9 1	+ 1 1
Sept. 1—Sept. 30	+ 8	13	— 10 2	— 9 1	— 2 2
Oct. 3—Oct. 27	+ 6	10	— 8 1	— 10 1	+ 2 2
Nov. 5—Dec. 18	0	9	— 12 2	— 10 1	— 2 2
1889					
Jan. 14—März 18	— 1	12	— 0.0010 ± 0.0001	— 0.0014 ± 0.0001	+ 0.0004 ± 0.0001

Der grösste vorkommende Werth von α (0.0015) entspricht bis auf Glieder zweiter Ordnung dem Werthe $(P)^r - (S)^r = r = 0\overset{r}{.}0030 = 0\overset{''}{.}03$. Die zu einem Mittel vereinigten Einzelwerthe zeigen unter einander nicht unerhebliche Abweichungen, die aber ziemlich innerhalb der Unsicherheit der Scalenablesung liegen. Wie die m. F. der obigen Werthe zeigen, ist den mittleren Beträgen von α eine reelle Bedeutung beizulegen. Zur richtigen Beurtheilung derselben ist aber zu berücksichtigen, dass die ganze Reihe der Runbestimmungen, deren Resultate oben gegeben sind, immer unter völlig gleichen Bedingungen durchgeführt ist: Das Fernrohr war nahezu horizontal gestellt und die Schnittlinie immer senkrecht zur Verticalen; ferner befanden sich die Hälften in Coincidenzstellung. Bei den Distanzmessungen hingegen sind die Verhältnisse durchaus nicht immer dieelben. Die Schieber, mit denen die Scalen fest verbunden sind, müssen innerhalb ihrer Führungen einen, wenn auch noch so kleinen Spielraum haben und arbeiten beim Bewegen der Hälften um gewisse Beträge gegen einander. Das Nämliche findet bei Drehung des Positionskreises statt. Daraus ergiebt sich, dass man bei Messungen, bei denen es sich um die äusserste Feinheit handelt, nicht mit mittleren Beträgen des Run operiren darf, auch nicht mit Werthen, welche aus dem Beobachtungsmaterial eines ganzen Abends abgeleitet sind, sondern den Run in situ bestimmen muss für jede Lage der Schnittlinie und womöglich sogar für jede Schieberstellung. Am einfachsten geschieht dies in der hier befolgten Weise, dass man jede Messung mit ihrem individuellen Run reducirt.

3, Die Reduction gemessener Distanzen auf Normalocularstellung.

Bezeichnen *Oc* und *N* die Ablesungen an der Scala des Ocularauszuges, die zu der wirklichen und der normalen Stellung des Oculares gehören, so hat man für die Reduction der gemessenen Distanz $\varDelta$ auf Normalocularstellung den Ausdruck

$$-\,C\,(Oc - N)\,\varDelta\,.$$

Wie alle übrigen Reductionsconstanten des Heliometers ist auch *C* auf empirischem Wege bestimmt worden, indem ein und dieselbe Distanz bei verschiedenen Werthen von *Oc* gemessen wurde. Die Resultate dieser Messungen sind nachfolgend zusammengestellt. Die beiden Schieberstellungen (*L*) sind mit I und II bezeichnet; bei I erscheinen die zwischen 0 und 200 gelegenen Zahlen der mit der Objectivhälfte *A* verbundenen Scala im Scalenmikroskop, bei II die zwischen 200 und 400 gelegenen. Die einzelnen Messungen sind durchweg symmetrisch angeordnet, um etwaige Aenderungen des Coincidenzpunktes und andere der Zeit proportionale Einflüsse unschädlich zu machen. Jeder Werth von $\varDelta$ beruht auf zwei Einstellungen. An die einzelnen $\varDelta$ ist die Correction wegen Run und Refraction angebracht, *N* ist für die jeweilige Temperatur jeder einzelnen Messung berechnet. Die Einheit für $Oc - N$ ist das Millimeter.

17 u. 27 Tauri ($4^m.1$ u. $4^m.0$)

1889 März 9 — Sterne oft unruhig

✱-Zeit	$Oc - N$	$\varDelta$	L
$5^h38^m.0$	+ 0.238	$163''.3216$	II
38.0	− 0.361	163.2669	II
53.5	+ 0.246	161.6158	I
54.0	− 0.353	161.5708	I
6 10.5	+ 0.255	161.6226	I
11.0	− 0.344	161.5804	I
24.7	+ 0.262	163.3092	II
24.5	− 0.337	163.2559	II

δ u. ε Orionis ($2^m.2$ .. $2^m.7$ u. $2^m.0$)

1889 März 7 — Tag, gute Bilder

✱-Zeit	$Oc - N$	$\varDelta$	L
$4^h17^m.7$	+ 0.568	$230''.5835$	II
17.5	− 0.031	230.5179	II
18.0	− 0.631	230.4510	II
33.7	+ 0.577	228.8895	I
34.5	− 0.021	228.8251	I
34.5	− 0.622	228.7685	I
49.7	+ 0.583	228.8756	I
50.5	− 0.016	228.8209	I
50.2	− 0.616	228.7640	
5 4.7	+ 0.587	230.5984	II
4.7	− 0.012	230.5216	II
6.0	− 0.613	230.4810	II

1890 Dec. 6 *R* 2; *S* 2

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
$4^h 25^m.9$	— 0.213	$229^p.1056$	I
26.3	+ 0.086	229.1434	I
25.9	+ 0.787	229.2310	I
52.7	— 0.208	230.1428	II
53.4	+ 0.091	230.1713	II
54.1	+ 0.791	230.2549	II
5 25.2	— 0.203	230.1256	II
25.7	+ 0.796	230.2500	II
45.7	— 0.200	229.1180	I
46.0	+ 0.799	229.1995	I

B. D. + 86° 161 u. 187 ($7^m.2$ u. $7^m.0$)

1889 Jan. 11 *R* 2 — 3; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
1 9.0	— 0.438	311.1113	I
16.0	— 0.437	312.8732	II
20.5	+ 0.563	313.0452	II
26.0	+ 0.563	311.2616	I
31.0	+ 0.563	311.2478	I
35.0	+ 0.563	313.0288	II
40.0	— 0.436	312.8679	II
45.5	— 0.435	311.1050	I

1889 Feb. 20 *R* 2 — 3; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
7 37.7	+ 0.473	313.0298	II
38.2	— 0.526	312.8525	II
56.2	+ 0.484	311.2782	I
56.2	— 0.525	311.1347	I

1889 Feb. 28 *R* 2 — 3; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
5 1.5	+ 0.575	313.0217	II
2.6	— 0.425	312.8399	II
15.0	+ 0.578	311.2634	I
15.7	— 0.421	311.1072	I
29.0	+ 0.592	311.2516	I
29.0	— 0.417	311.1176	I
42.0	+ 0.595	313.0166	II
42.7	— 0.413	312.8717	II

1889 März 6

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
11 17.7	+ 0.654	313.0115	II
18.2	+ 0.354	312.9564	II
18.5	+ 0.054	312.9183	II
19.0	— 0.245	312.8492	II
17.0	— 0.546	312.8416	II
51.0	+ 0.660	311.2636	I
51.5	+ 0.360	311.1971	I
$11^h 52^m.0$	+ 0.061	$311^p.1350$	I
52.5	— 0.238	311.1080	I
51.5	+ 0.539	311.0725	I

Messungen sehr schwierig, Sterne oft kaum zu sehen.

1894 März 1 *R* 2 — 3; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
7 1.0	— 0.405	312.5520	II
9.7	— 0.004	312.6360	II
17.2	+ 0.397	312.6763	II
25.7	+ 0.398	311.6371	I
33.5	— 0.001	311.5505	I
41.2	— 0.401	311.4886	I
51.9	— 0.299	311.5046	I
57.0	+ 0.301	311.5900	I
8 3.7	+ 0.302	312.6489	II
17.7	— 0.296	312.5594	II

1894 März 3 *R* 2 — 1; *S* 2 — 1

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
9 30.5	— 0.409	312.5597	II
43.5	+ 0.395	312.6806	II
51.5	+ 0.396	311.6408	I
10 2.5	— 0.401	311.5304	I
14.0	— 0.399	311.5314	I
21.5	+ 0.402	311.6474	I
29.7	+ 0.404	312.6647	II
39.7	— 0.393	312.5369	II

1894 März 9 *R* 2; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
8 8.0	— 0.354	311.5259	I
15.0	+ 0.448	311.6433	I
22.0	+ 0.451	312.6845	II
31.0	— 0.345	312.5816	II
51.5	— 0.338	312.5846	II
58.4	+ 0.465	312.7020	II
9 6.2	+ 0.468	311.6522	I
11.5	— 0.330	311.5130	I

1894 März 24 *R* 2 — 3; *S* 2 — 3

*-Zeit	*Oc — N*	*Δ*	*L*
11 34.0	— 0.311	312.5563	II
43.5	— 0.009	312.6131	II
58.5	+ 0.292	312.6568	II
12 6.0	+ 0.594	312.6922	II
15.2	+ 0.595	311.6499	I
24.0	+ 0.296	311.5906	I
31.5	— 0.002	311.5558	I
39.0	— 0.301	311.5075	I
47.5	— 0.301	311.5094	I
54.7	+ 0.601	311.6454	I

✱-Zeit	$Oc - N$	Δ	L
$13^h\ 7^m.0$	+ 0.602	$312^p.6901$	II
15.5	− 0.296	312.5839	II
1894 März 25	$R\,2-3;\ S\,2-3$		
8 28.0	+ 0.536	312.7006	II
37.0	+ 0.239	312.6729	II
44.5	− 0.058	312.6316	II
52.5	− 0.357	312.6007	II
9 1.5	− 0.354	311.5350	I
10.0	− 0.051	311.5684	I
18.0	+ 0.251	311.6047	I
26.0	+ 0.553	311.6444	I
34.0	+ 0.555	311.6560	I
41.0	− 0.342	311.5250	I
50.0	− 0.340	311.5291	I
10 5.0	+ 0.563	311.6362	I

ε u. κ Delphini ($4^m.0$ u. $5^m.0$)

✱-Zeit	$Oc - N$	Δ	L
1890 Nov. 10	$R\,3;\ S\,3$		
21 40.0	− 0.361	312.5327	I
40.1	+ 0.638	312.7023	I
52.9	− 0.357	313.5618	II
53.1	+ 0.642	313.6923	II
22 7.3	− 0.353	313.5705	II
7.3	+ 0.647	313.7128	II
20.0	− 0.349	312.5394	I
20.5	+ 0.650	312.6999	I
1890 Dec. 7	$R\,2-3;\ S\,2-3$		
22 26.4	− 0.188	312.4923	I
26.5	+ 0.812	312.6597	I
49.9	− 0.182	313.5489	II
49.1	+ 0.816	313.6955	II
23 8.9	− 0.179	313.5420	II
9.7	+ 0.820	313.6822	II
23.7	− 0.176	312.5444	I
24.7	+ 0.823	312.6721	I
1890 Dec. 14	$R\,2-3;\ S\,3-2$		
21 35.2	− 0.176	312.4975	I

✱-Zeit	$Oc - N$	Δ	L
$21^h 35^m.2$	+ 0.124	$312^p.5465$	I
35.4	+ 0.824	312.6803	I
22 3.7	− 0.166	313.5726	II
3.9	+ 0.133	313.6030	II
4.1	+ 0.834	313.6739	II
32.2	+ 0.741	313.6707	II
31.5	− 0.059	313.5842	II
49.0	+ 0.745	312.6597	I
49.8	− 0.054	312.5404	I
1890 Dec. 17	$R\,2-3;\ S\,2-3$		
22 5.5	+ 0.850	313.6831	II
4.7	+ 0.150	313.5766	II
3.9	− 0.250	313.5228	II
31.3	+ 0.858	312.6422	I
30.3	+ 0.157	312.5480	I
30.3	− 0.241	312.5026	I
23 8.1	+ 0.768	312.6418	I
9.4	− 0.232	312.4871	I
25.4	+ 0.772	313.6433	II
26.3	− 0.228	313.5507	II

B. D. — 0°2211 u. 2231 ($4^m.8$ u. $4^m.0$)

✱-Zeit	$Oc - N$	Δ	L
1889 März 10		gute Bilder	
9 12.0	− 0.617	324.9382	I
10.5	− 0.317	324.9868	I
12.5	− 0.018	325.0433	I
12.0	+ 0.283	325.0875	I
12.0	+ 0.583	325.1304	I
44.0	− 0.614	326.6408	II
44.0	− 0.314	326.6920	II
45.0	− 0.014	326.7344	II
46.0	+ 0.286	326.7883	II
46.0	+ 0.586	326.8185	II
10 14.0	− 0.309	326.6820	II
14.5	− 0.010	326.7298	II
15.5	+ 0.290	326.7730	II
33.5	− 0.306	324.9990	I
33.0	− 0.007	325.0245	I
32.5	+ 0.293	325.0890	I

Die Zahlen eines jeden Abendes sind in sich ausgeglichen worden. Nimmt man für $Oc - N$ und Δ als Einheiten an

$$Oc - N = 1\ \text{mm} \qquad \Delta = 100^p\ ,$$

so ergeben sich für C die nachfolgenden Werthe:

			C	Gew.	
1889	März	9	$0^p.0503$	1.16	17 u. 27 Tauri ($4^m.1$ u. $4^m.0$) $\Delta = 162^p$.
1889	März	7	438	3.30	δ u. ε Orionis ($2^m.2 \ldots 2^m.7$ u. $2^m.0$) $\Delta = 230^p$.
1890	Dec.	6	485	2.35	
1889	Jan.	11	502	3.11	B. D. $+86^\circ 161$ u. 187 ($7^m.2$ u. $7^m.0$) $\Delta = 312^p$.
	Feb.	20	512	1.57	
		28	492	3.14	
	März	6	491	2.80	
1894	März	1	518	1.56	
		3	476	2.00	
		9	478	1.99	
		24	461	2.66	
		25	377	1.40	
1890	Nov.	10	482	3.12	ε u. $\varkappa$ Delphini ($4^m.0$ u. $5^m.0$) $\Delta = 313^p$.
	Dec.	7	465	3.12	
		14	439	2.65	
		17	419	3.50	
1889	März	10	0.0476	3.51	B. D. $-0^\circ 2211$ u. 2231 ($4^m.8$ u. $4^m.0$) $\Delta = 326^p$.

Die beigefügten Gewichte sind die sich bei der Ausgleichung der einzelnen Abende ergebenden, multiplicirt mit $\frac{\Delta}{200}$. Bei Berücksichtigung dieser Gewichte erhält man als Endwerth

$$C = 0^p.0469 \pm 0^p.0008 .$$

Die directe Mittelbildung ohne Rücksicht auf die Gewichtsvertheilung würde ergeben haben $C = 0^p.0471$.

Trennt man die Werthe nach den Schieberlagen, so findet sich bei Berücksichtigung der Gewichte

I	II
$C = 0^p.0480 \pm 0^p.0010$	$C = 0^p.0459 \pm 0^p.0014$.

Der Coëfficient C ist sonach für beide Schieberlagen der nämliche.

Da der Character der Sternbilder ganz wesentlich von den Beugungserscheinungen beeinflusst wird, kann man nicht ohne weiteres voraussetzen, dass die Reduction auf Normalstellung wirklich vollkommen proportional der Grösse $Oc - N$ ist. Um diese Frage zu prüfen, habe ich sämmtliche Beobachtungen des Normalbogens, die zur Ermittlung von C angestellt sind, mit dem Werthe $C = 0^p.0469$ auf Normalstellung reducirt, die Abweichungen der einzelnen Bestimmungen vom Abendmittel gebildet und die so übrig bleibenden Fehler nach den ihnen zugehörigen Werthen von $Oc - N$ geordnet.

Auf diese Weise ergeben sich die folgenden Normalwerthe, denen unter Z die Zahl der Einzelbeobachtungen, auf denen sie beruhen, beigefügt ist.

$Oc - N$	v	Z
— 0.467	— 0?0019	9
— 0.341	— 9	9
— 0.230	+ 8	8
— 0.012	+ 31	7
+ 0.242	— 17	7
+ 0.421	+ 46	7
+ 0.577	+ 1	8
+ 0.753	— 0.0003	9

Der Verlauf der Werthe v scheint keinerlei Gesetzmässigkeit zu zeigen, so dass man jedenfalls den Coëfficienten C für alle bei den Beobachtungen in Frage kommenden Beträge von $Oc - N$ als constant betrachten darf.

Aus theoretischen Betrachtungen folgt für den Werth von C bekanntlich

$$C = \frac{1}{f},$$

wenn mit f die Brennweite des Heliometers bezeichnet wird. Da für das Leipziger Heliometer $f = 1938$ mm (m. F. $\pm$ 1.2 mm) ist, so sollte demnach — unter Beibehaltung der Einheiten für $Oc - N$ und Δ wie im Vorhergehenden — sein $C = 0?0516$. Die Abweichung zwischen dem theoretisch und dem empirisch gefundenen Werthe ist weit grösser, als dass man sie durch Beobachtungsfehler erklären könnte; das Verhältniss beider zu einander ist 0.909.

An der Hand eines umfangreichen Materials hat im fünften Bande (pag. 171 u. 172) des Berichts über die deutschen Beobachtungen der Venusdurchgänge von 1874 und 1882 Herr AUWERS gefunden, dass durchweg der theoretische Werth von C noch mit einem Factor μ zu multipliciren ist, der ganz ausgesprochen kleiner als Eins ist. Zur Bequemlichkeit des Lesers reproducire ich nachstehend die a. a. O. pag. 172 gegebene Zusammenstellung der Werthe von μ, wobei ich hinsichtlich der Einzelheiten auf das Original verweise.

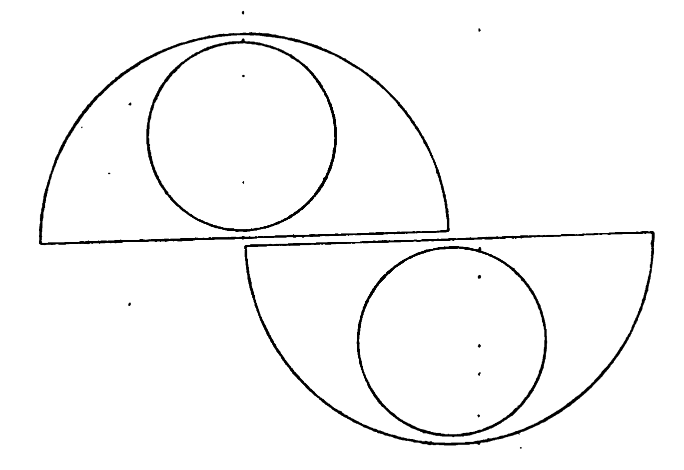
Instrument	Beobachter	μ	m. F.
Heliometer *A*	Hartwig	0.951	± 0.085
Heliometer *B*	Auwers	0.959	38
	Schur	0.963	45
Heliometer *C*	Ambronn	1.000	86
	Auwers	0.926	177
	Schur	0.830	121
Heliometer *D*	Auwers	0.993	35
	Battermann	0.899	65
	Kobold	0.925	30
	Küstner	0.908	29
	Auwers, dpl.	0.735	56
	Battermann, schw. Vergr.	0.820	38
Heliometer *E*	Kobold	0.962	52
$3\frac{1}{2}$ f. Münchener Hel.	Seeliger	0.910	64
	Seeliger, terr. Obj.	0.858	130:
8 f. Königsberger Hel.	Franz	0.924	40
8 f. Bonner Hel.	Deichmüller	0.970	24
5 f. Dorpater Hel.	Hartwig	0.934	164
8 f. Göttinger Hel.	Schur	0.968	65

Die Zusammenziehung der vorstehenden Zahlen zu einem plausiblen Mittelwerthe giebt $\mu = 0.945$, ein Werth, der von zehn verschiedenen Beobachtern an ebensoviel verschiedenen Heliometern erhalten worden ist.

Wenn man nun auch über die wesentlichste Ursache dieser Erscheinung nicht wohl in Zweifel sein kann, so schien es doch von Interesse, den Gegenstand unter anderen Versuchsbedingungen noch weiter zu verfolgen und ich gebe nachstehend das Resultat einer von Herrn BRUNS vorgeschlagenen Messungsreihe. Der Vorschlag beruht auf folgender Ueberlegung. Bei der heliometrischen Messung benutzt man im Grunde genommen zwei selbstständige optische Systeme, die einen Bestandtheil, nämlich »Ocular plus Auge« gemeinsam haben, während die Objective verschieden sind. Die von den beiden heliometrisch verbundenen Sternen ausgehenden Strahlen durchsetzen die beiden Systeme in Büscheln, die in den einzelnen Medien bestimmten Lichthalbkegeln angehören. Die Halbkegel im letzten Augenmedium erzeugen auf der Netzhaut zwei Lichtflecke; in diesen werden zwei bestimmte Punkte als »Bildorte« aufgefasst und bei der Einstellung zur Deckung gebracht. Die Helligkeitsvertheilung innerhalb der beiden Lichtflecke hängt von der optischen

Aberration und von der Lichtbeugung, d. h. von der Querschnittform und dem Oeffnungswinkel der Strahlenbüschel ab. Da es nicht wahrscheinlich ist, dass die Aberrationen bei den verschiedenen Instrumenten und den verschiedenen Beobachtern in gleicher Weise wirken, so wird man die Erklärung der Differenz $1 - \mu$ in der Beugung suchen. Nun setzt die theoretische Formel voraus, dass die Bildorte auf den Hauptstrahlen der betrachteten Büschel liegen, also auch erhalten werden, wenn man sich die Büschel auf ihre Hauptstrahlen reducirt denkt. Die Abweichung des empirischen Factors μ von der Einheit besagt dagegen, dass diese Reduction nicht zulässig ist. Fällt die wesentliche Rolle hierbei der Lichtbeugung zu, so muss die Differenz $1 - \mu$ verschwinden, sobald man den Lichtbüscheln eine solche Querschnittform giebt, dass man die erwähnte Vorbedingung der theoretischen Formel wieder als von vornherein erfüllt voraussetzen darf. Das lässt sich erreichen, wenn man den Lichtbüscheln kreisförmige Querschnitte von gleicher Grösse giebt[1]).

Den vorstehenden Bemerkungen entsprechend habe ich den bereits früher bei freiem Objectiv erhaltenen Reihen eine weitere Reihe



hinzugefügt, bei der die Objectivhälften in der Weise abgeblendet waren, wie aus der beistehenden Figur ersichtlich ist. Die Halb-

1) Es versteht sich von selbst, dass die sphärische und die chromatische Aberration des ganzen Systems ihren bestimmten Einfluss auf das Aussehen der Bilder ausüben; jedoch lehrt, wenigstens beim Leipziger Heliometer, ein einfacher Blick in das Fernrohr bei guter Luft, dass die Beugung das maassgebende Element ist.

kreise bedeuten die freien Oeffnungen der Objectivhälften, die Vollkreise dagegen die freien Oeffnungen der aufgesetzten, mit den Objectivhälften fest verbundenen Blenden. Die Durchmesser der Kreise und der Halbkreise sind resp. 75 mm und 162 mm. Es war dafür gesorgt, dass bei den Blenden nur das durch die Vollkreise gegangene Licht zur Erzeugung der Bilder mitwirkte. Im Uebrigen sind die unter Benutzung der Kreisblenden angestellten Messungen in der nämlichen Weise ausgeführt und reducirt worden wie die mit freiem Objectiv.

B.D. + 86° 161 u. 187 ($7^m.2$ u. $7^m.0$)

1894 März 29 — *R* 2; *S* 2

✱-Zeit	*Oc*—*N*	*Δ*	*L*
$9^h\ 4^m.5$	−0.398	$312^p.5404$	II
14.0	+0.105	312.6508	II
21.5	+0.606	312.7216	II
32.0	+0.610	311.6988	I
41.0	+0.113	311.6162	I
49.5	−0.384	311.5205	I
10 27.0	−0.575	311.4849	I
33.0	+0.826	311.7192	I
40.5	+0.828	312.7415	II
52.5	−0.569	312.5253	II

1894 März 30 — *R* 2; *S* 2

✱-Zeit	*Oc*—*N*	*Δ*	*L*
9 1.5	+0.565	311.6937	I
9.5	+0.068	311.6101	I
20.0	−0.428	311.5318	I
32.0	−0.423	312.5454	II
39.0	+0.079	312.6318	II
50.5	+0.583	312.7297	II
10 32.5	+0.791	312.7453	II
39.0	−0.609	312.5404	II
46.0	−0.608	311.4926	I
53.5	+0.792	311.7128	I
11 1.5	+0.792	311.7255	I
7.5	−0.607	311.4910	I
16.5	−0.606	312.5159	II
23.5	+0.794	312.7362	II

1894 März 31 — *R* 2; *S* 2

✱-Zeit	*Oc*—*N*	*Δ*	*L*
8 41.2	+0.571	311.6881	I
52.2	+0.074	311.6138	I
9 3.2	−0.420	311.5277	I
$9^h 12^m.5$	−0.416	$312^p.5512$	II
21.7	+0.087	312.6533	II
31.5	+0.592	312.7035	II
10 16.5	+0.806	312.7488	II
22.5	−0.592	312.5304	II
30.2	−0.590	311.4898	I
38.0	+0.811	311.7316	I
48.0	+0.814	311.7150	I
54.0	−0.584	311.4822	I
11 0.5	−0.583	312.5283	II
9.0	+0.818	312.7426	II
12 5.5	+0.831	312.7436	II
11.5	−0.567	312.5134	II
18.5	−0.566	311.5005	I
26.2	+0.836	311.7034	I

1894 April 1 — *R* 2; *S* 2

✱-Zeit	*Oc*—*N*	*Δ*	*L*
9 51.0	+0.592	312.7159	II
58.2	+0.094	312.6403	II
10 5.0	−0.404	312.5589	II
13.5	−0.401	311.5459	I
20.7	+0.100	311.6131	I
27.7	+0.603	311.6831	I
11 25.5	+0.809	311.7165	I
31.7	−0.590	311.4885	I
39.0	−0.587	312.5349	II
47.0	+0.814	312.7497	II

1894 April 4 — *R* 2; *S* 3—2

✱-Zeit	*Oc*—*N*	*Δ*	*L*
9 44.5	+0.575	312.7143	II
51.5	+0.078	312.6369	II
10 2.5	−0.418	312.5557	II
11.2	−0.414	311.5358	I
19.2	+0.088	311.6343	I
27.0	+0.591	311.7086	I

Sterne recht schwach.

1894 April 6 — *R* 2; *S* 2

∗-Zeit	*Oc* — *N*	*Δ*	*L*
$10^h17^m.7$	+ 0.592	$311^p.7069$	I
25.5	+ 0.094	311.6261	I
33.2	— 0.405	311.5536	I
42.0	— 0.402	312.5557	II
55.0	+ 0.100	312.6231	II
11 13.7	+ 0.603	312.7131	II
27.7	+ 0.808	312.7321	II
35.5	— 0.590	312.5043	II
45.5	— 0.587	311.5015	I
53.7	+ 0.815	311.7282	I

1894 April 7 — *R* 2; *S* 2

∗-Zeit	*Oc* — *N*	*Δ*	*L*
$9^h54^m.7$	— 0.650	$312^p.5089$	II
10 1.0	+ 0.752	312.7423	II
8.7	+ 0.753	311.7394	I
15.0	— 0.643	311.5219	I
30.2	— 0.637	311.5066	I
39.0	+ 0.765	311.7362	I
46.7	+ 0.768	312.7353	II
54.5	— 0.627	312.5095	II

Gleicht man auch hier wieder jeden Abend in sich aus, so ergeben sich die folgenden Werthe, bei denen die Gewichtseinheit die gleiche ist wie bei den mit freiem Objectiv bestimmten:

		C	Gew.	
1894 März	29	$0^p.0536$	4.61	B. D. + 86°161 u. 187 ($7^m.2$ u. $7^m.0$) $\Delta = 312^p$.
	30	514	7.67	
	31	504	10.72	
April	1	549	4.61	
	4	531	1.56	
	6	513	4.62	
	7	0.0519	6.10	

Bildet man unter Berücksichtigung der Gewichte das Mittel, so erhält man

$$C = 0^p.0519 \pm 0^p.0006\,,$$

also praktisch genau den Werth, wie ihn der Ausdruck $C = \frac{1}{f}$ ergiebt.

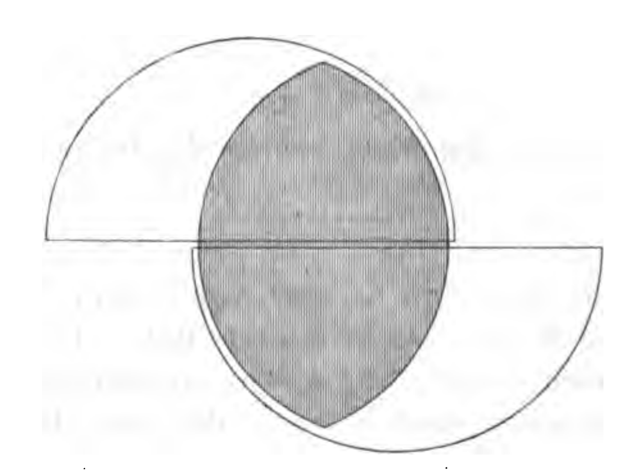
Bereits im Jahre 1878 hat Herr ABBE in einer kurzen »Ueber mikrometrische Messung mittelst optischer Bilder« betitelten Notiz[1]) auf den grossen Vortheil hingewiesen, welchen man bei heliometrischen Messungen dadurch erzielt, dass man das Heliometerobjectiv nach der Bildseite hin telecentrisch macht, indem man die Oeffnungsbilder an der Verschiebung der Hälften nicht mit theilnehmen lässt. Die Messungen sollen dann nach der Theorie vollkommen unabhängig von der Lage der Pointirungsebene werden und demgemäss bei allen Stellungen der Ocularscala für eine bestimmte

1) Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft 1878.

Distanz den nämlichen Werth ergeben. Die Normalstellung des Oculars verliert beim telecentrischen Objectiv ihre Bedeutung; Schwankungen in der Accommodation des Auges sind ohne jeden Einfluss auf die Messungen.

Irgend welche Beobachtungsreihen, welche auf Grund dieses neuen, mit den bisherigen Traditionen brechenden Beobachtungsmodus erhalten wurden, sind bisher noch nicht veröffentlicht worden, auch ist mir nicht bekannt, ob das telecentrische Heliometerobjectiv überhaupt schon praktisch erprobt worden ist. Bei der Wichtigkeit des Gegenstandes erschien es daher wohl angezeigt, wenigstens durch einige Messungen zu prüfen, in wie weit Theorie und Praxis sich decken und ob der Benutzung des telecentrischen Objectivs nicht etwa besondere, nicht vorauszusehende Schwierigkeiten entgegenstehen würden.

Das Heliometerobjectiv wird ohne Vornahme weiterer Veränderungen am Instrument telecentrisch gemacht durch Anbringung eines festen Diaphragma unmittelbar vor demselben. Bei der Construction des Leipziger Heliometers ist auf Veranlassung von Herrn BRUNS diese Eventualität von vornherein in einfacher Weise berücksichtigt worden.



Um unnöthigen Lichtverlust bei der Messung kleinerer Distanzen zu vermeiden, empfiehlt es sich, je nach der Grösse der zu messenden Distanz verschieden grosse Diaphragmen zu benutzen. Als Form für das Diaphragma ist das von gleichen Kreisbögen gebildete Zweieck gewählt worden, da bei dieser Form möglichst grosse Theile der Halbobjective optisch nutzbar bleiben. Als Object für die Messung

wurde der Normalbogen benutzt, also eine sehr grosse Distanz, bei welcher der Lichtverlust und die Deformation der Sternbilder durch das Diaphragma nahezu ihren grössten Betrag erreichen. Die nebenstehende Figur giebt die Beziehungen zwischen den Objectivhälften und dem Diaphragma in den beim Normalbogen vorhandenen Verhältnissen. Die Messungen sind bei dunklem Felde ausgeführt worden, um dem Auge keinen Anhalt für constante Accommodation zu geben; irgend welche Schwierigkeiten bei Ausführung derselben waren nicht vorhanden, wenngleich die Sternbilder ein etwas diffuseres Aussehen zu haben scheinen als bei freier Oeffnung. Die Messungen sind im übrigen genau in der Weise angeordnet und reducirt worden wie bei den analogen Beobachtungen mit freien Objectiven und mit Kreisblenden. Die erlangten Resultate sind die folgenden:

B. D. + 86° 161 u. 187 ($7^m.2$ u. $7^m.0$).

*-Zeit	Oc — N	Δ	L
1894 Mai 29		R 2—3; S 3	
$14^h 56^m.0$	— 0.343	312°.6345	II
15 2.5	+ 0.060	312.6363	II
10.7	+ 0.463	312.6388	II
20.0	+ 0.468	311.6495	I
29.2	+ 0.073	311.6169	I
38.5	— 0.323	311.5968	I
1894 Juni 17		R 2; S 2—3	
16 11.7	— 0.426	312.6436	II
20.5	— 0.023	312.6452	II
27.7	+ 0.379	312.6414	II
38.0	+ 0.382	311.6019	I
51.2	— 0.013	311.6020	I
17 2.0	— 0.408	311.5901	I
$17^h 15^m.0$	— 0.604	311°.5944	I
23.7	+ 0.598	311.6048	I
39.2	+ 0.605	312.6987	II
50.0	— 0.592	312.6669	II
1894 Juni 22		R 2; S 2	
15 33.5	— 0.587	312.6584	II
40.0	+ 0.616	312.6602	II
49.0	+ 0.620	311.6139	I
58.5	— 0.575	311.6001	I
1894 Juni 28		R 2; S 2—3	
16 5.5	+ 0.564	311.6015	I
14.5	— 0.629	311.6110	I
24.0	— 0.624	312.6624	II
30.5	+ 0.579	312.6468	II

Gleicht man wieder jeden Abend in sich aus und nimmt die Gewichtseinheit wie früher an, so ergeben sich für den Reductionsfactor C auf die Normalocularstellung als Werthe:

	C	Gew.
1894 Mai 29	+ 0°.0114	1.00
Juni 17	+ 45	3.23
22	+ 21	2.25
28	— 0.0034	2.25

Als Endresultat findet sich

$$C = + 0^p.0026 \pm 0^p.0026 .$$

Diese wenigen Messungen bestätigen also bereits vollkommen die Unabhängigkeit der Grösse der gemessenen Distanz von der Lage der Pointirungsebene bei Anwendung eines unbeweglichen centralen Diaphragma vor dem Objective. Die von Herrn Abbe vorgeschlagene einfache Modification der heliometrischen Messungen macht die Beobachtungen vollkommen unabhängig von Schwankungen in der Accommodation des Auges und von den durch die Temperaturschwankungen verursachten Aenderungen in der Rohrlänge. Die gemessene Distanz wird dann ausschliesslich nur noch beeinflusst durch die Temperatur des Objectivs und der Scalen, von welcher der Scalenwerth abhängig ist. Besonders wichtig wird die Benutzung der telecentrischen Blende für die Messung absoluter Distanzen und hier ganz speciell wieder für die Beobachtung der Sonne. Der Haupteinwand, den man gegen ihre Anwendung machen kann, der Lichtverlust, kommt bei der grossen Intensität des Sonnenlichtes nicht in Frage und die Schwankungen im Durchmesser der Sonne sind so gering, dass man für alle Messungen das gleiche Diaphragma benutzen kann.

4. Die Bilder der Sterne längs der optischen Achse.

Einen sehr wesentlichen Antheil an der Gestalt der vom Heliometerobjectiv erzeugten Sternbilder haben, wie bereits früher hervorgehoben wurde, die Beugungserscheinungen. Da von diesen nach den Ausführungen des vorhergehenden Abschnittes die heliometrischen Messungen wahrscheinlich nicht unerheblich beeinflusst werden, ist es von Interesse, näher auf die Gestalt der von einem Halbobjectiv erzeugten Bilder einzugehen.

Theoretisch ist die Beugungsfigur des Heliometerobjectivs von Herrn Bruns[1]) behandelt worden, eine numerische Berechnung der betreffenden Formel liegt aber noch nicht vor. In neuester Zeit wurde ferner von den Herren Scheiner und Hirayama[2]) auf photo-

1) H. Bruns »Ueber die Beugungsfigur des Heliometer-Objectivs«, Astronom. Nachr. Nr. 2473.

2) J. Scheiner und S. Hirayama »Photographische Aufnahmen Fraunhofer-scher Beugungsfiguren«, Abhandlungen der math.-physik. Classe der kgl. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin 1894.

graphischem Wege das Beugungsbild einer halbkreisförmigen Oeffnung fixirt. Beide Arbeiten behandeln nur das Focusbild, während es sich im vorliegenden Falle auch ganz wesentlich mit um die Bilder handelt, welche zu beiden Seiten des Focus um messbare Beträge von diesem entfernt in der optischen Achse liegen. Ferner kommt es auch nicht nur auf den von Beugungserscheinungen allein herrührenden Theil der Bilder an, sondern es handelt sich darum, die von bestimmten Halbobjectiven, nämlich denen des Leipziger Heliometers, thatsächlich erzeugten Bilder von Sternen zu fixiren. Bei einer Fixirung dieser Bilder auf photographischem Wege wäre wegen der starken Helligkeitsunterschiede innerhalb derselben für jede Stellung der Ocularscala eine Reihe von Aufnahmen mit verschiedenen Expositionszeiten erforderlich gewesen, deren Combination dann erst das wirkliche Bild ergeben hätte. Ich habe es daher vorgezogen, diese Bilder direct durch Zeichnung am Ocular herzustellen. Aber auch so war die gestellte Aufgabe keineswegs kurzer Hand zu lösen, da die Kleinheit der Bilder verbunden mit der nur für einzelne Momente genügenden Ruhe und Schärfe derselben erhebliche Schwierigkeiten bereitete. Es bedurfte einer Reihe von Abenden und eines ordentlichen Studiums der einzelnen Bilder, um neben dem Grundcharakter derselben auch die Details zu erkennen und festzulegen.

Für beide Objectivhälften kann man die Bilder als völlig identisch ansehen; einige bemerkte Abweichungen hiervon sind nur unwesentlich und rühren wahrscheinlich von kleinen Fehlern in der Centrirung her. Die bei auseinandergeschraubten Hälften erhaltenen Bilder, bei denen die vom Sterne kommenden Strahlen zwar parallel der Achse des Halbobjectives, aber gegen die Rohrachse und daher auch gegen die Achse des Oculars geneigt sind, zeigen keinen wesentlichen Unterschied gegen die bei Coincidenzstellung der Hälften erhaltenen.

Die Bilder schwacher Sterne erscheinen als Lichtfleckchen, bei denen man nicht von einer bestimmten Form reden kann. Die Sterne 7.5 Grösse machen aber — bei Normalstellung — bereits den Eindruck von kurzen, zur Schnittlinie senkrechten Strichen, an denen bei sehr guter Luft an jeder Seite je eine scharf begrenzte Beugungslinie bemerkbar ist. Beim Herausgehen aus dem Focus wird der Strich kürzer und dicker und schon bei 1 mm Entfernung von der

Normalstellung erscheint der Stern als ein in der Richtung der Schnittlinie länglicher verwaschener Lichtfleck. Zu einem eingehenderen Studium der Bilder müssen sehr helle Sterne verwendet werden. Ich habe durchweg den Polstern benutzt, da dieser neben der grossen Helligkeit auch den Vortheil constanter Höhe über dem Horizont bietet, so dass die Beobachtungen sämmtliche direct mit einander vergleichbar sind.

Mit Rücksicht auf den vorhergehenden Abschnitt sind nicht nur die vom freien Halbobjectiv, sondern auch die unter Benutzung der Kreisblende erzeugten Bilder untersucht worden. Von der Normalstellung ausgehend sind sämmtliche typischen Formen der Sternbilder zur Darstellung gelangt bis zu den Stellen der Achse, wo das Sternbild zur Abbildung der Objectivöffnung wird. Praktisch sind natürlich bereits schon die um 1 mm von der Normalstellung entfernten Ocularstellungen ohne Bedeutung, da bei so extremen Stellungen nie Messungen ausgeführt werden: indessen haben sie nicht nur ein gewisses allgemeineres Interesse, sondern sind für das Verständniss des Gesammtverlaufes des Bildes von Wichtigkeit.

Die Zeichnungen sind sämmtliche in vergrössertem Maasstabe ausgeführt und bei der Reproduction auf $\frac{1}{4}$ verkleinert worden; nur die beiden Figuren 1 und 11, welche das Oeffnungsbild des freien Halbobjectivs darstellen, haben des Raumes wegen auf $\frac{1}{12}$ verkleinert werden müssen. Die Grössenverhältnisse der einzelnen Abbildungen unter einander können nur als angenähert richtige bezeichnet werden, da dieselben nur auf Schätzung, nicht auf wirklicher Messungen beruhen, und das einzige im Sehfeld vorhandene Vergleichsobject, das Fadenquadrat, bei der Kleinheit der Sternbilder nicht als solches benutzbar war. — Um einen raschen Ueberblick zu ermöglichen, ist jeder Figur unter der Bezeichnung O — N die ihr zugehörige Grösse »Ocularstellung — Normalstellung« beigeschrieben worden.

Zum besseren Verständniss der einzelnen Abbildungen mögen die folgenden Erläuterungen dienen.

Freie Oeffnung.

Fig. 1. O — N = — 6.96 mm. Der Innenraum ist keine gleichmässig erhellte Fläche, sondern hat ein ganz ausgesprochen wolliges Aussehen.

Fig. 2. O — N = — 2.06 mm. In der Mitte der Figur ist ein schwächer erhellter, von Lichtknoten völlig freier Raum vorhanden. Die Lichtknoten ähneln nach oben gerichteten, in fortwährender Bewegung befindlichen Flammen. Die Zahl dieser Lichtknoten ist nicht genau festzustellen, dieselbe scheint auch je nach der Ruhe der Luft variabel zu sein.

Fig. 3. O — N = — 1.36 mm. In der Hauptsache zwei grosse Ballen, zwischen denen sich ein weit kleinerer befindet. Ueber dem Ganzen stehen drei Zacken.

Fig. 4. O — N = — 0.97 mm. Zwei scharf getrennte Lichtkörper; nach aussen hin verwaschen, nach oben flammenartig etwas zugespitzt. Der darüber befindliche mittlere Theil hat unsichere Umrisse. Grünlichgelb.

Fig. 5. O — N = — 0.48 mm. Umrisse viel unbestimmter als bei Fig. 6 und 7. Die beiden Haupttheile fliessen häufig an der Berührungsstelle zusammen und bilden dann dort scheinbar einen Knoten. Axiale Verlängerung nach unten sehr deutlich.

Fig. 6. O — N = 0.00 mm. Die unteren seitlichen Schwänze sind nur bei sehr guter Luft und auch dann oft nur zeitweilig zu sehen. Die Spitze des Hauptkörpers etwas verwaschen. Der Lichtpunkt darüber schwach. Zwischen den oberen seitlichen Schwänzen ein bläulicher Hof.

Fig. 7. O — N = + 0.32 mm. Die axialen Schwänze sind hier völlig verschwunden, die seitlichen Schwänze nur noch oben leicht angedeutet. Die Spitze des Hauptkörpers röthlich.

Fig. 8. O — N = + 1.13 mm. Die zwei grossen und der zwischen ihnen befindliche kleine Lichtballen unten ziemlich scharf abgeschnitten und heller. Die Umrisse des kleinen Ballens undeutlich. Gelb mit Stich ins Grüne. Die darüber befindliche Flamme unten purpurroth, oben intensiv blau.

Fig. 9. O — N = + 1.93 mm. Die beiden äusseren Ballen ganz besonders deutlich ausgebildet. Zwischen den zwei mittleren oberen und den zwei unteren Ballen dunkler Zwischenraum. Die unteren Ballen viel weniger scharf ausgeprägt. Die Flamme über dem Ganzen intensiv blau.

Bei dieser Ocularstellung sind die Bilder beider Hälften auffallend verschieden. Bei der einen Hälfte tritt hauptsächlich der

obere Bogen hervor, die unteren beiden Ballen erscheinen mehr strichartig; bei der anderen Hälfte sind beide Bögen ausgebildet, die einzelnen Theile des Bildes zeichnen sich aber durch besonders grosse Unruhe aus.

Fig. 10. O — N = + 3.45 mm. Deutliche schwarze Linie unter der oberen Partie, welche beiderseitig bis zum Rande reicht. Grünlich, Flamme über dem Hauptkörper intensiv blau.

Fig. 11. O — N = + 9.35 mm. Die dunklen Beugungslinien sehr deutlich, auch an den beiden Kreuzungsstellen. Schwach grünlich, oben eine flache schwach blaue Kappe.

Kreisblende.

Fig. 12. O — N = — 4.06 mm. Sehr unregelmässige zerfahrene Umrisse. Auch der innere Umriss des Hauptringes nicht scharf kreisförmig.

Fig. 13. O — N = — 2.66 mm. Zwei concentrische Lichtringe. Der äussere Umriss des äusseren Ringes flammig. Bei der einen Objectivhälfte erscheint das Ganze entschieden elliptisch (Hauptachse von oben nach unten gerichtet).

Fig. 14. O — N = — 1.56 mm. Deutlich abgegrenzte helle Scheibe. Innerhalb eines diese umgebenden, nicht sehr regelmässigen hofartigen Ringes ein öfters unterbrochener Interferenzring.

Fig. 15. O — N = — 0.85 mm. Gleichmässig helle centrale Scheibe. Oben hat dieselbe einen zart blauen, fächerartig ausgebreiteten Ansatz. Durch diesen hindurch ist der Interferenzring noch sichtbar. In letzterem sind drei hellere Partien bemerkbar. Unten das Bruchstück eines zweiten Interferenzringes.

Fig. 16. O — N = 0.00 mm. Kreisrundes Scheibchen; nach oben bläulicher, fächerartig ausgebreiteter kurzer Schwanz. Schwacher Interferenzring.

Fig. 17. O — N = + 1.65 mm. Oben schwach röthlicher schwanzartiger Ansatz. Die röthliche Färbung greift auch etwas in die centrale Scheibe ein. Sehr deutlicher Interferenzring mit drei helleren Stellen.

Fig. 18. O — N = + 3.25 mm. Dunkler, scharf abgegrenzter Kern. Zwei helle Ringe. Der Raum zwischen beiden matt erhellt. Innerer Ring gleichmässig hell. Der äussere Ring nach aussen un-

scharf und unregelmässig begrenzt, sein Inneres nicht gleichmässig hell. Grünlich, oben ein bläulicher Schein.

Fig. 19. $O - N = + 5.04$ mm. Kleine helle centrale Scheibe. Zwischen dieser und dem sie umgebenden Lichtringe breiter dunkler Raum. Der Lichtring von seiner Mittelpartie aus nach beiden Seiten hin an Helligkeit abnehmend; verwaschene unregelmässige Umrisse. Oben kleine blaue Flamme.

Fig. 20. $O - N = + 7.44$ mm. Nur die inneren Umrisse der Ringe leidlich scharf begrenzt; die Innenränder am hellsten. Das kleine centrale Scheibchen nach aussen zu an Intensität abnehmend. Alles sehr matt.

Telecentrische Blende.

Sterne 7. Grösse erscheinen noch als Lichtflecken ohne bestimmte Umrisse. Die Bilder heller Sterne haben im wesentlichen den nämlichen Charakter wie beim freien Halbobjectiv, so dass ich von einer Fixirung derselben durch Zeichnung abgesehen habe. Bei Normalstellung ist eine Abweichung von dem in Fig. 6 gegebenen Sternbilde nicht zu erkennen, wenn es auch zwar den Anschein hat, dass der centrale Lichtkörper bei Benutzung der telecentrischen Blende unten etwas breiter und nach oben hin etwas mehr zugespitzt erscheint. Der Einfluss der Blende auf die Bildform tritt erst bei grösseren Entfernungen von der Normalstellung, etwa den Figuren 3 und 9 entsprechend, deutlich zur Erscheinung. Während beim freien Halbobjectiv die äusseren Umrisse des Gesammtbildes mit wachsender Entfernung von der Normalstellung sich mehr und mehr dem Halbkreise nähern, nehmen sie bei Anwendung der telecentrischen Blende die Form des Spitzbogens an. Das Oeffnungsbild, zu welchem das Sternbild bei den extremen Ocularstellungen wird, hat die der Blende entsprechende Form des Spitzbogens, die Details innerhalb der erleuchteten Fläche entsprechen aber genau denen des Oeffnungsbildes vom freien Halbobjectiv.

Die Vergleichung der vom freien Halbobjectiv erzeugten Bilder (h. O. B.) mit den unter Benutzung der Kreisblende erhaltenen (K. B.) ergiebt als durchgreifenden Unterschied der beiden Bildarten, dass

bei letzterer an allen Stellen der Achse für einen ganz bestimmten Bildpunkt, den geometrischen Mittelpunkt des Bildes, völlige Symmetrie in der Lichtvertheilung nach allen Richtungen hin stattfindet, während sich beim »h. O. B.« nur Symmetrie in Bezug auf eine zur Schnittlinie senkrechte Richtung zeigt. Während das »K. B.« an allen Stellen der Achse kreisförmige Gestalt und einen scharf definirten Mittelpunkt hat, ändert das »h. O. B.« schon in geringer Entfernung von der Normalstellung ganz wesentlich seine Gestalt, und bei der eigenthümlichen Gestaltung der Bilder ist es sehr wohl denkbar, dass das Auge die Symmetrielinie und damit auch den Bildmittelpunkt an eine andere Stelle verlegt als wie in der Normalstellung. Dabei ist zu bedenken, dass es sich nur um äusserst kleine Beträge handelt und dass dem Auge die wahre Form des Sternbildes ausser bei den ganz hellen Sternen während der Messungen gar nicht zur Wahrnehmung gelangt. Ferner muss ich hier noch auf einen Punkt hinweisen, welcher die Accommodation des Auges betrifft. Bei den zur Bestimmung der Reduction auf Normalstellung ausgeführten Messungen ist sowohl bei freiem Objectiv als auch bei Anwendung der Kreisblende mit hellem Felde beobachtet und das Auge dabei immer auf das Fadenkreuz accommodirt worden. Bei Benutzung der Kreisblende zeigten sich keinerlei Schwierigkeiten, das Auge konnte jederzeit mit Leichtigkeit die Accommodation beibehalten. Bei freiem Objective hingegen war für grössere Abweichungen von der Normalstellung immer eine gewisse Anstrengung nothwendig, um die für das Fadenkreuz giltige Accommodation auch bei Fixirung des Sternbildes dauernd beizubehalten. Die starke Aenderung im Aussehen des Bildes bei Entfernung von der Normalstellung macht dies leicht erklärlich.

5. Der Temperaturcoëfficient des Scalenwerthes.

Unter den von den deutschen Venusexpeditionen benutzten Fixsternbögen erweist sich für unsere Breiten namentlich der im Camelopardus gelegene und als Polbogen bekannte besonders günstig. Neben dem Vortheile, das ganze Jahr hindurch jederzeit bequem messbar zu sein, schwankt seine Zenithdistanz wegen der Polnähe höchstens um 7°, so dass er immer in fast gleicher Zenithdistanz

zu beobachten ist und sich daher sowohl für eine laufende Controle des Scalenwerthes, als auch für die Untersuchungen über den Einfluss der Temperatur auf die Messung der Distanzen ganz vorzüglich eignet. Ich habe daher von Beginn meiner Messungen am Heliometer an den zwischen den beiden äussersten Sternen *a* und *e* dieses Bogens gelegenen grössten Kreis als Normalbogen benutzt, um neben einer laufenden Controle des Instrumentes Material zur Ableitung des Wärmecoëfficienten des Scalenwerthes zu beschaffen.

Da das sechszöllige Heliometer einen Bogen von 6800″ sicher zu messen gestattet, habe ich als Normalbogen die Distanz *ae* direct gemessen. Die Distanzen *ab bc cd de* und überhaupt sämmtliche Combinationen der fünf Sterne des Polbogens sind zwar mehrfach ebenfalls gemessen worden, diese Messungen kommen aber für den vorliegenden Zweck nicht in Betracht.

Im V. Bande des Berichtes über die deutschen Beobachtungen der Venusdurchgänge von 1874 und 1882 hat Herr AUWERS aus zahlreichen ad hoc an verschiedenen vorzüglichen Meridiankreisen angestellten Beobachtungen die folgenden Positionen für die beiden Endsterne des Polbogens abgeleitet:

Mittlere Oerter für 1875.0

* a = B. D. + 86°161 ($7^m.2$)

$10^h 59^m 3^s.874 \pm 0^s.0447$ (53 Beob.) $+ 86° 19' \; 2''.79 \pm 0''.085$ (41 Beob.)

* e = B. D. + 86°187 ($7^m.0$)

$13^h 0^m 47^s.926 \pm 0^s.0430$ (62 Beob.) $+ 86° 33' 28''.35 \pm 0''.081$ (51 Beob.)

Aus der Vergleichung mit den Positionen älterer Cataloge ergiebt sich nach AUWERS für die jährliche Eigenbewegung

* a	$-0^s.0377 \pm 0^s.0077$	$+0''.007 \pm 0''.020$
* e	-0.0136 ± 0.0068	$+0.002 \pm 0.018$.

Die angesetzten Fehler sind wahrscheinliche.

Durch freundliche Vermittlung von Herrn HERMANN STRUVE sind die Rectascensionsdifferenz und die Declination der beiden Sterne in Pulkowa neuerdings wie folgt bestimmt worden.

Rectascensionsdifferenz e — a für 1892.0

Beobachter: SOCOLOFF.

				Auge u. Ohr	Chronograph
1891	Nov.	13	U. C.	$1^h 58^m 37^s.43$	$37^s.15$
		18	U. C.	37.03	37.10
	Dec.	22	U. C.	37.51	37.50
1892	März	20	O. C.	37.45	37.07
		21	O. C.	36.92	37.17

Beobachter: LEBEDEFF.

		Auge u. Obr	Chronograph
1891 Nov.	12 U. C.	1h58m37s.05	37s.10
	14 U. C.	37.57	37.20
	22 U. C.	—	37.75
	26 U. C.	37.50	37.33

Declination für 1892.0

Beobachter: IWANOW.

1892 April	13 O. C.	+ 86°13′32″.76		1892 April	13 O. C.	+ 86°27′59″.25
Aug.	24 U. C.	33.03		Oct.	19 U. C.	59.08
	26 U. C.	33.11		Dec.	16 U. C.	59.61
Sep.	4 U. C.	33.30		1893 Jan.	23 U. C.	59.32
	7 U. C.	33.35		Feb.	25 U. C.	59.53

Beobachter: NYRÉN.

1892 April	7 O. C.	+ 86°13′32″.75		1892 April	7 O. C.	+ 86°27′59″.29
	14 O. C.	33.27			14 O. C.	58.73
Nov.	3 U. C.	33.41				
1893 Mai	4 O. C.	32.77				

Hieraus folgt, wenn man für die Rectascensionsdifferenz das Mittel aus den beiden Beobachtungsmethoden nimmt und die Beobachtungen in oberer und unterer Culmination nicht trennt,

SOCOLOFF	1h58m37s.233	IWANOW	+ 86°13′33″.11	+ 86°27′59″.36	
LEBEDEFF	37.359	NYRÉN	33.05	59.01	Gew. ½
	1h58m37s.296		+ 86°13′33″.08	+ 86°27′59″.24	

Reducirt man diese Grössen unter Benutzung der oben angeführten Eigenbewegungen auf 1875.0 so findet sich

2h1m43s.966 + 86°19′2″.35 + 86°33′28″.34.

Die Uebereinstimmung mit den AUWERS'schen Werthen liegt nahezu innerhalb der m. F., so dass ich der Rechnung unbedenklich die Positionen und Eigenbewegungen nach AUWERS zu Grunde gelegt habe.

Es finden sich für Rectascension, Declination und Positionswinkel der Mitte zwischen a und e die Werthe

	1887.0	1892.0
α_0	179° 36′.9	179° 41′.1
δ_0	86 29.6	86 28.0
p_0	82 22.1	82 22.4

Ferner hat man, wenn p_a und p_e die Positionswinkel an den Sternen a und e bezeichnen,

	1887.0	1892.0
p_a	68° 0.'0	68° 6.'6
p_e	97 49.5	97 42.5

Für den Winkel zwischen a und e ergiebt sich

$$\Delta = 6779.''94 + 0.''0186\ (t - 1887).$$

Die Messungen der Distanz *ae* sind durchweg bei hellem Felde unter Benutzung des Ocularprismas ausgeführt worden. Wie bei allen Distanzmessungen wurde das Prisma immer so gestellt, dass bei Bewegung in Distanz die Verschiebung der Sterne senkrecht zur Verbindungslinie der Augen des Beobachters zu erfolgen schien. Drehung des Prismas um 90° innerhalb eines Beobachtungssatzes fand nicht statt. In jeder Schieberstellung wurden zwei Einstellungen mit entgegengesetztem Sinne der letzten Drehung der Distanzschraube ausgeführt. Die Ablesung der Scalen erfolgte in der Weise, dass bei der einen Einstellung ein Strich der Scala *A* und die beiden ihn einschliessenden Striche der Scala *B* mit der Schraube des Scalenmikroskops eingestellt wurden, bei der anderen ein Strich der Scala *B* und die beiden ihn einschliessenden auf *A*. Abgesehen von den wenigen besonders bemerkten Fällen sind die einmal gewählten Theilstriche immer beibehalten worden. Der Run wurde für jede Einstellung aus den Schraubenablesungen für die beiden auf gleicher Scala befindlichen Striche bestimmt und jede Einstellung mit ihrem individuellen Run reducirt.

Die Reduction auf Normalstellung wurde mit den in den Abschnitten »Controle des Focus« und »Reduction gemessener Distanzen auf Normalocularstellung« abgeleiteten Coëfficienten ausgeführt. Die Thermometer am Kopf und an der Säule wurden vor und nach jedem Satze abgelesen und aus diesen Ablesungen für die Beobachtungszeiten interpolirt. Ruhe und Schärfe der Sternbilder wurden nach einer von 1 bis 4 gehenden Scala geschätzt, in welcher 1 ganz ruhige und scharfe Bilder, 4 ganz verwaschene und hin und her springende Bilder bedeutet. 4 schliesst die Anstellung zuverlässiger Messungen meist aus.

Für die mittlere Refraction wurde mit den für 1892.0 geltenden Werthen von p_0 und δ_0, die etwa der Mitte der Beobachtungsreihe entsprechen, die nachstehende Tabelle berechnet, in welcher der Stundenwinkel für die Mitte der Distanz das Argument ist.

Mittlere Refraction für den Polbogen ae.

$0^h\ 0^m$	0^p0877	$6^h\ 0^m$	0^p1428	$12^h\ 0^m$	0^p0881	$18^h\ 0^m$	0^p1406
20	0870	20	1442	20	0870	20	1410
40	0870	40	1447	40	0869	40	1405
1 0	0879	7 0	1443	13 0	0877	19 0	1393
20	0895	20	1431	20	0894	20	1373
40	0918	40	1410	40	0919	40	1346
2 0	0947	8 0	1381	14 0	0952	20 0	1313
20	0983	20	1345	20	0991	20	1276
40	1023	40	1303	40	1034	40	1234
3 0	1068	9 0	1256	15 0	1082	21 0	1190
20	1115	20	1206	20	1131	20	1144
40	1163	40	1154	40	1179	40	1098
4 0	1211	10 0	1102	16 0	1227	22 0	1054
20	1258	20	1052	20	1271	20	1012
40	1303	40	1006	40	1311	40	0974
5 0	1342	11 0	0964	17 0	1346	23 0	0940
20	1378	20	0928	20	1373	20	0912
40	1407	40	0900	40	1394	40	0891

Die zur Berechnung der wahren Refraction nöthigen meteorologischen Elemente sind der am Schlusse angehängten Zusammenstellung entnommen.

Für die Correction wegen Aberration hat man den Ausdruck $(6.8166)\,C - (5.9677)\,D$, worin C und D die Bessel'schen Tagesconstanten bezeichnen. Nach dieser Formel wurde die Correction vom Beginn des annus fictus ausgehend von 10 zu 10 Sterntagen berechnet und dann von Tag zu Tag interpolirt. Das Maximum ($+\,0^p0124$) der Correction fällt auf Mitte September, das Minimum ($-\,0^p0124$) auf Mitte März.

Die Correction wegen Eigenbewegung wurde mit dem jährlichen Betrage von $-\,0^p00086$ in Rechnung gebracht; als Epoche der Reduction ist 1887.0 gewählt.

Die Ocularscala wurde gewöhnlich der jeweiligen Kopftemperatur entsprechend eingestellt; einige erheblichere Abweichungen hiervon waren nicht beabsichtigt.

In der nachfolgenden Zusammenstellung der Messungen des Normalbogens bedeutet:

Θ die Sternzeit der Beobachtung.

G die Lage des am Ende der Declinationsachse befindlichen Gegengewichtes; f = Gewicht folgt, v = Gewicht voran.

Ocs die Ablesung der Ocularscala; die Einheit ist das Millimeter.

P die Ablesung des Positionskreises. Von den beiden um 180° von einander verschiedenen Ablesungen bezeichnet I stets die kleinere, II die grössere. Die Indexcorrection des Positionskreises beträgt ca. 91° bez. 271°.

R die Ruhe, S die Schärfe der Sternbilder.

K das Mittel der Ablesungen der beiden Kopfthermometer.

S die Ablesung des Thermometers an der Säule.

Δ_g die gemessene Distanz, wie sie direct durch Mittelung der vier zu einer Messung gehörigen Einstellungen erhalten wird. Die Scalenablesungen sind lediglich wegen Run corrigirt.

Σc Correction wegen Refraction + Correction wegen Aberration + Reduction auf Normalstellung + Reduction wegen Eigenbewegung. Σc ist stets positiv.

c_w die Reduction auf 0°. Die Art der Herleitung dieser Correction wird weiterhin ersichtlich.

$\Delta_r = \Delta_g + \Sigma c + c_w$ = reducirte Distanz.

Für Σc und c_w ist 0ᵖ0001 die Einheit.

Zusammenstellung der Beobachtungen des Normalbogens.

	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K-S$	Δ_g	Σc	c_w	Δ_r	
1887													
Aug. 1	18ʰ 15ᵐ0	v	7.00	I	3	2—3	+ 19°5	— 1°9	311ᵖ9548	1568	— 693	312ᵖ0423	
	18 41.0	v	7.00	II	3	2—3	+ 18.9	— 1.9	311.9527	1565	— 673	0419	
25	22 3.3	v	6.95	I	—	—	+ 15.0	— 2.4	311.9760	1237	— 561	0436	
Oct. 28	20 51.8	v	7.00	I	2	2	+ 4.4	— 1.2	311.9764	1130	— 180	0714	a
	21 19.1	v	7.00	II	2	2—3	+ 3.7	— 1.4	311.9801	1044	— 163	0682	a
30	20 37.6	v	7.00	II	2	2	+ 9.6	+ 1.2	311.9668	1234	— 275	0627	
	21 3.8	v	7.00	I	2—3	2—3	+ 9.3	+ 0.8	311.9700	1166	— 277	0589	
Dec. 4	23 8.5	f	6.80	II	2—1	2—1	+ 2.0	— 1.1	311.9739	0969	— 99	0609	
	23 30.5	f	6.80	I	2—1	2—1	+ 1.7	— 1.2	311.9562	0929	— 92	0399	
7	0 5.8	f	6.80	I	2	2—3	+ 1.8	— 1.0	311.9816	0883	— 89	0610	b
	0 27.5	f	6.80	II	2	2—3	+ 1.6	— 1.1	311.9581	0872	— 86	0367	b
1888													
Jan. 16	2 59.4	f	6.70	II	2—1	1—2	— 4.1	— 1.0	311.9430	1079	+ 102	0611	
	3 21.1	f	6.70	I	2—1	1—2	— 4.2	— 1.1	311.9473	1135	+ 102	0710	
März 3	9 59.9	f	6.59	II	2	2	— 7.8	— 2.0	311.9470	1059	+ 191	0720	
	10 22.1	f	6.59	I	2—3	2—3	— 8.2	— 1.7	311.9268	1003	+ 213	0484	
April 15	13 41.1	f	6.90	II	2	2	+ 5.2	— 2.5	312.0063	0738	— 246	0555	
	13 59.5	f	6.90	I	2	2	+ 5.1	— 2.5	312.0055	0764	— 243	0576	
Mai 2	13 33.2	f	7.00	I	2	2	+ 10.2	— 2.6	312.0113	0702	— 412	0403	
	13 53.8	f	7.00	II	2	2	+ 10.0	— 2.4	312.0300	0727	— 399	0628	
4	14 25.1	v	6.945	II	2	2	+ 5.5	— 2.6	312.0023	0788	— 260	0551	
	14 46.5	v	6.945	I	2	2	+ 5.5	— 2.7	312.0007	0834	— 263	0578	
12	14 56.8	v	6.89	I	2—3	2—3	+ 5.5	— 2.4	312.0054	0953	— 253	0754	
	15 20.0	v	6.89	II	3	2—3	+ 5.3	— 2.3	311.9853	1004	— 243	0614	
13	13 4.2	v	6.89	II	2—3.	2—1	+ 10.4	— 2.0	312.0174	0856	— 400	312.0630	

a) Sterne zuweilen sehr schwach, nebelig. b) Sterne recht schwach.

	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K-S$	Δ_g	Σc	c_w	Δ_r	
1888													
Mai 17	$15^h 46^m.9$	v	7.05	II	3	2—3	+ 18°.6	— 2°.0	312'.0281	1077	— 666	312'.0692	
	16 6.6	v	7.05	I	2—3	2—3	+ 18.2	— 2.2	312.0292	1115	— 659	0748	
18	13 21.8	v	7.08	I	3—4	4	+ 22.1	— 2.3	312.0483	0824	— 789	0518	
	13 46.2	v	7.08	II	3	3	+ 21.8	— 2.3	312.0572	0846	— 779	0639	
24	13 6.1	v	6.93	II	2	2	+ 18.1	— 1.2	312.0378	0969	— 625	0722	
	13 28.5	v	6.93	I	2	2	+ 17.7	— 1.2	312.0360	0983	— 612	0731	
Juni 2	14 10.0	v	7.00	I	2	2	+ 13.2	— 2.0	312.0368	0883	— 491	0760	
8	14 41.8	v	7.00	I	2—3	3	+ 17.6	— 2.0	312.0329	1024	— 634	0719	
	15 4.5	v	7.00	II	3	3—4	+ 17.3	— 2.0	312.0148	1068	— 624	0592	
Sept. 14	20 33.1	v	10.10	II	2—3	2—3	+ 13.6	— 1.5	311.9259	1548	— 488	0319	
	20 56.8	v	10.10	I	2—3	2—3	+ 13.2	— 1.5	311.9571	1487	— 475	0583	
17	23 12.5	v	10.20	II	2	2	+ 10.9	— 2.0	311.9933	0974	— 416	0491	a
20	22 14.0	v	10.11	I	2	2	+ 11.1	— 2.3	311.9827	1235	— 432	0630	a
21	22 26.8	f	10.11	II	3—4	3—4	+ 13.2	— 2.3	311.9807	1240	— 500	0547	a
Dec. 6	5 28.8	f	10.00	II	2—1	2—1	— 0.9	— 2.0	311.9236	1403	— 33	0606	b
	5 39.9	f	10.00	I	2—1	2—1	— 0.9	— 2.0	311.9258	1415	— 33	0640	b
7	3 31.6	f	10.02	I	3—2	2—3	— 0.2	— 1.4	311.9374	1148	— 37	0485	bc
	3 45.2	f	10.02	II	3	3	— 0.2	— 1.5	311.9290	1184	— 40	0434	bc
1889													
Jan. 3	0 49.2	f	9.90	II	2	2	— 8.6	— 2.0	311.9484	0815	+ 217	0516	
	1 9.5	f	9.90	I	2	2	— 8.8	— 2.1	311.9415	0826	+ 221	0462	
4	0 24.8	f	9.90	I	2	2	— 5.5	— 0.7	311.9570	0866	+ 157	0593	
	0 40.8	f	9.90	II	2	2	— 5.8	— 1.0	311.9592	0861	+ 157	0610	
15	1 40.8	f	9.84	II	2	2	— 10.3	— 1.9	311.9287	0888	+ 276	0451	
	1 57.0	f	9.84	I	2	2	— 10.5	— 2.0	311.9253	0913	+ 279	0445	
Feb. 13	7 32.5	f	9.80	I	3—4	3—4	— 12.5	— 3.6	311.8951	1336	+ 294	0581	
	7 49.0	f	9.80	II	3—4	3—4	— 12.6	— 3.6	311.8968	1307	+ 297	0572	
April 6	11 39.0	v	10.00	I	2—1	1—2	+ 4.6	— 1.5	311.9822	0836	— 195	0463	
	11 58.8	v	10.00	II	2—1	1—2	+ 4.5	— 1.4	311.9886	0821	— 189	0518	
Mai 1	12 40.2	v	10.10	II	2—3	2—3	+ 15.2	— 1.6	312.0184	0917	— 544	0557	
	12 58.2	v	10.10	I	2—3	2—3	+ 14.9	— 1.5	312.0167	0918	— 530	0555	
Juni 7	15 25.9	f	10.29	I	2—3	2—3	+ 21.8	— 2.9	312.0168	1091	— 798	0461	
	15 48.4	f	10.29	II	3	3	+ 21.3	— 2.8	312.0275	1135	— 779	0631	
Sept. 5	20 1.8	v	10.20	I	2—3	3	+ 14.7	— 1.8	311.9770	1465	— 534	0701	
	20 21.3	v	10.20	II	3	3—4	+ 14.4	— 1.9	311.9799	1419	— 527	0691	d
15	21 42.1	v	10.10	I	3	2—3	+ 7.3	— 2.1	311.9470	1257	— 302	0425	
	22 3.8	v	10.10	II	3	2—3	+ 6.7	— 2.0	311.9560	1188	— 280	0468	
1891													
Feb. 25	5 49.6	f	10.30	I	2—1	2—1	+ 2.3	— 1.2	311.9663	0850	— 112	0401	
	6 9.0	f	10.30	II	2—1	2—1	+ 1.9	— 1.4	311.9687	0850	— 105	0432	
26	5 51.8	f	10.00	II	3—2	3—2	+ 4.9	— 1.6	311.9546	1330	— 209	0667	
	6 9.8	f	10.00	I	3—2	3—2	+ 4.7	— 1.5	311.9271	1334	— 199	0406	
28	4 54.9	f	10.10	II	2—3	2—3	+ 5.2	— 1.4	311.9557	1132	— 212	0477	
	5 12.9	f	10.10	I	2—3	2—3	+ 4.5	— 1.7	311.9556	1146	— 199	0503	
Dec. 24	0 39.4	f	10.00	II	2	2	— 1.3	— 1.4	311.9711	0762	— 1	0472	
28	7 31.4	f	10.00	II	2	2	— 0.8	— 1.7	311.9220	1252	— 27	0445	
	7 57.2	f	10.00	I	3	2	— 0.8	— 1.7	311.9297	1209	— 27	0479	
1892													
Jan. 18	7 22.2	f	9.90	II	2—3	3	— 6.6	— 1.8	311.9207	1284	+ 158	0649	
	7 41.8	f	9.90	I	2—3	2—3	— 6.9	— 2.0	311.9205	1250	+ 162	0617	
21	3 38.0	f	9.80	I	2—3	2—3	— 11.7	— 2.8	311.9209	1130	+ 293	0632	
	4 1.0	f	9.80	II	2—3	3—2	— 11.9	— 3.0	311.8851	1187	+ 294	0332	
April 4	12 51.6	v	10.10	I	3—2	2	+ 8.2	— 2.8	312.0281	0702	— 353	0630	
	13 7.8	v	10.10	II	3	2	+ 7.9	— 3.1	312.0157	0705	— 353	0509	
8	14 30.2	v	10.00	I	2	2	+ 2.2	— 2.9	311.9852	0872	— 161	0563	
	14 46.6	v	10.00	II	2	2—3	+ 2.0	— 2.7	311.9703	0906	— 149	312.0460	

a) Nicht die sonst benutzten Striche eingestellt.

b) Auf jeder Scala nur 1 Strich eingestellt.

c) Sterne sehr schwach und verwaschen.

d) Wolken; nach dem Durchschrauben daher nur noch 1 Einstellung erlangt.

	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K—S$	Δ_g	Σc	c_w	Δ_r
1892												
Mai 26	14h 54m.7	v	10.45	I	2—3	3—2	+21°.9	—2°.6	312p.0663	0709	— 793	312p.0579
	15 13.3	v	10.45	II	2—3	3—2	+21.5	—2.7	312.0627	0745	— 783	0589
Juni 2	14 20.4	v	10.30	II	3	2	+19.0	—2.9	312.0298	0819	— 707	0410
	14 39.0	v	10.30	I	3	3—2	+18.5	—2.9	312.0378	0845	— 691	0532
Juli 28	21 2.0	v	10.30	II	3	3—2	+18.6	—2.9	311.9962	1174	— 694	0442
	21 19.4	v	10.30	I	3	2—3	+18.2	—2.9	312.0203	1125	— 681	0647
29	20 41.8	v	10.30	II	3	3—2	+19.0	—3.3	312.0000	1231	— 719	0512
	20 57.4	v	10.30	I	3	3—2	+18.6	—3.4	312.0022	1189	— 709	0502
Sept. 16	23 2.1	v	10.30	I	2—3	2	+16.2	—1.9	312.0243	0875	— 585	0533
	23 17.8	v	10.30	II	2—3	2	+16.0	—2.0	312.0175	0842	— 582	0435
18	21 45.2	v	10.20	II	3—2	3—2	+ 9.5	—2.7	311.9733	1079	— 393	0419
	22 1.1	v	10.20	I	3—2	3—2	+ 9.3	—2.8	311.9893	1035	— 389	0539
20	18 49.8	v	10.30	II	2	2	+20.5	—0.8	311.9760	1427	— 691	0496
	19 3.9	v	10.30	I	2	2	+20.2	—1.0	311.9799	1417	— 687	0529
26	18 52.0	v	10.29	I	2	2	+20.4	—0.9	311.9516	1448	— 691	0273
	19 9.5	v	10.29	II	2	2	+19.5	—1.5	311.9740	1421	— 680	0481
Nov. 21	22 30.6	v	10.00	II	2—1	2—1	— 1.8	—1.7	311.9566	0980	+ 5	0551
	22 53.9	v	10.00	I	2	2	— 2.5	—2.3	311.9830	0913	+ 10	0753
26	22 16.0	v	9.95	I	3	3—4	— 4.2	—1.8	311.9289	1041	+ 80	0410
	22 40.8	v	9.95	II	3	3—4	— 4.8	—2.1	311.9397	0965	+ 91	0453
27	21 58.5	v	9.95	II	3—2	3—2	— 4.5	—1.3	311.9179	1084	+106	0369
	22 17.0	v	9.95	I	3	3—2	— 5.3	—2.1	311.9394	1018	+107	0519
Dec. 16	3 3.7	f	10.00	II	2	3—2	+ 2.5	—1.4	311.9637	1069	— 124	0582
	3 21.4	f	10.00	I	3—2	3—2	+ 2.2	—1.7	311.9509	1109	— 124	0494
27	0 48.0	f	9.90	I	2—3	2—3	— 3.8	—1.7	311.9709	0840	+ 70	0619
	1 12.0	f	9.90	II	3—2	3—2	— 4.1	—1.9	311.9693	0851	+ 74	0618
1893												
Feb. 16	4 29.8	f	10.10	I	3—2	3—2	+ 9.0	—0.8	311.9676	1127	— 317	0486
	4 46.9	f	10.10	II	3	3	+ 8.5	—1.1	311.9637	1150	— 310	0477
März 29	7 33.2	f	10.10	I	2	2	+11.1	—0.7	311.9660	1218	— 383	0495
	7 48.5	f	10.10	II	2—3	2	+10.9	—0.6	311.9864	1192	— 373	0683
	14 59.5	v	10.00	II	3—2	3—2	+ 4.5	—2.0	311.9722	0964	— 208	0478
	15 18.4	v	10.00	I	2	2	+ 4.1	—2.1	311.9783	0999	— 198	0584
Aug. 7	19 20.2	v	10.20	I	3—2	2—3	+16.5	—2.7	311.9755	1466	— 620	0601
	19 41.8	v	10.20	II	3—2	3—2	+16.1	—2.8	311.9810	1436	— 610	0636
8	18 16.7	v	10.21	II	2—3	2—3	+18.3	—2.8	311.9706	1493	— 682	0517
	18 33.2	v	10.21	I	2—3	2—3	+18.1	—2.6	311.9694	1495	— 669	0520
1894												
Feb. 20	7 21.9	f	10.00	II	2—3	2—3	— 4.1	—1.9	311.9323	1281	+ 74	0678
	7 39.6	f	10.00	I	2—3	3—2	— 4.5	—2.2	311.9280	1248	+ 78	0606
22	9 10.0	f	10.00	I	3—2	2	— 4.5	—2.6	311.9569	1042	+ 65	0676
	9 28.1	f	10.00	II	3—2	2	— 4.8	—2.8	311.9667	0993	+ 69	0729
23	7 40.0	f	10.00	I	3—2	3—2	— 0.4	—1.4	311.9370	1143	— 30	0483
	7 54.5	f	10.00	II	3	3	— 0.5	—1.5	311.9427	1118	— 30	312.0515

Zur Untersuchung des Wärmeeinflusses auf den Scalenwerth habe ich nur die Messungen herangezogen, bei welchen die nämlichen Theilstriche benutzt wurden, um das erlangte Resultat völlig frei vom Einflusse der Theilungsfehler zu erhalten. Ferner sind alle nur in einer Lage des Positionskreises angestellten Messungen weggelassen worden. Vereinigt man je zwei zu einander gehörige und nur durch die Stellung des Positionskreises verschiedene Messungen zum Mittel, so bleiben im Ganzen 53 Bestimmungen zur Ermittlung des Temperaturcoëfficienten übrig. Auf die Verschiedenheit der Bildgüte habe ich bei der Ausgleichung keine Rücksicht genommen und

allen Bestimmungen gleiches Gewicht gegeben. Dass dies gerechtfertigt ist, zeigen die nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler, welche keinen erheblichen Einfluss der Bildgüte auf die Grösse der übrigbleibenden Fehler verrathen. Die 53 Beobachtungen zerfallen in zwei Reihen. Die erste derselben umfasst 24 Beobachtungen und läuft vom 1. August 1887 bis 15. September 1889; die zweite mit 29 Beobachtungen erstreckt sich vom 25. Februar 1891 bis 23. Februar 1894. Bei der Aufstellung der Bedingungsgleichungen habe ich auf Grund einer früheren, bereits mehr als die Hälfte der Beobachtungen umfassenden Ausgleichung gleich auf ein den Unterschied der Temperaturen am Kopf und an der Säule $(K - S)$ in Rechnung ziehendes Glied Rücksicht genommen. Ferner habe ich noch ein der Zeit proportionales Glied eingeführt, um den Einfluss zu constatiren, welchen eine Unsicherheit in den zu Grunde gelegten Eigenbewegungen der Sterne hervorbringen könnte. Bezeichnet Δ die Grösse $\Delta_g + \Sigma c$, Δ_0 die auf 0°0 reducirte Distanz und E das der Zeit proportionale Glied, so haben die Bedingungsgleichungen die Form

$$\Delta + aK + b(K - S) + tE = \Delta_0 .$$

Für t ist die Einheit das Jahr.

Fasst man alle 53 Beobachtungen als ein Ganzes zusammen und lässt E und den Coëfficienten von $(K - S)$ zunächst noch unbestimmt, so erhält man

$$a = -0\overset{p}{.}00325 \pm 0\overset{p}{.}00012 + 0.0046\,b + 0.0031\,E.$$

Der m. F. einer Gleichung findet sich zu $\pm 0\overset{p}{.}0089$.

Um noch einen anderen Anhalt für die Sicherheit des Resultates zu haben, als wie ihn der m. F. von a bietet, habe ich noch jede der beiden Beobachtungsgruppen in sich ausgeglichen. Es findet sich dann

1. Reihe $a = -0\overset{p}{.}00337 \pm 0\overset{p}{.}00018 - 0.0035\,b + 0.0057\,E$
2. Reihe $a = -0.00313 \pm 0.00016 + 0.0084\,b + 0.0007\,E$.

Die Uebereinstimmung der beiden Werthe ist eine sehr befriedigende. Verbindet man dieselben nach Maassgabe ihrer m. F., so findet sich bei Vernachlässigung der kleinen, von b und E her-

rührenden Glieder, die noch nicht eine Einheit der 5. Stelle ausgeben können,

$$a = -0\overset{p}{.}00325 \pm 0\overset{p}{.}00012$$

also genau wie oben. Für den m. F. einer Gleichung hat man

1. Reihe $\pm 0\overset{p}{.}0093$
2. Reihe ± 0.0085

Die Beobachtungen der zweiten Reihe sind daher nicht unwesentlich genauer als die der ersten. Es kann hiervon der Grund sein, dass die erste Reihe die ersten von mir am Leipziger Heliometer angestellten Beobachtungen mit enthält.

Die nach der Ausgleichung nach K nun noch übrig bleibenden Widersprüche habe ich dazu benutzt, E und den Coëfficienten von $(K - S)$ zu ermitteln. Um einen genaueren Anhalt über die Realität dieser beiden Grössen zu erlangen, habe ich zunächst die beiden Reihen getrennt behandelt. Man erhält dann, wenn man mit ε_1 den m. F. einer, nunmehr nach K, $K - S$ und E ausgeglichenen Distanz bezeichnet,

1. Reihe $b = +0\overset{p}{.}00308 \pm 0\overset{p}{.}00230$, $E = +0.00448 \pm 0.00356$, $\varepsilon_1 = \pm 0\overset{p}{.}0092$

2. Reihe $b = +0.00551 \pm 0.00182$, $E = -0.00366 \pm 0.00165$, $\varepsilon_1 = \pm 0.0071$

Die beiden dem Zeichen nach entgegengesetzten Werthe für E zeigen, dass die angenommene Eigenbewegung der Sterne jedenfalls keiner Correction bedarf. Der verhältnissmässig kleine m. F. von E in der zweiten Reihe scheint allerdings anzudeuten, dass während dieser Reihe andere, von Instrument oder Beobachter abhängige, der Zeit proportionale Aenderungen vorgekommen sind. Die Realität solcher Aenderungen ist aber sehr zu bezweifeln. Bei dem innegehaltenen Beobachtungsmodus ist es wohl denkbar, dass die Messungen des Normalbogens kleine sprungweise und unregelmässig auftretende Aenderungen zeigen, nicht aber sich über mehrere Jahre erstreckende der Zeit proportionale Aenderungen. Unter diesen Umständen darf man nicht auf die obigen beiden Werthe von b recurriren, da ihre Ableitung namentlich in der zweiten Reihe nicht unwesentlich von den über E gemachten Annahmen beeinflusst wird.

Gleicht man daher die Beobachtungen als ein Ganzes nur nach b aus, so erhält man

$$b = +0\overset{p}{.}00310 \pm 0\overset{p}{.}00145 \qquad \varepsilon_1 = \pm 0\overset{p}{.}0085.$$

Wenn der Betrag von b auch nicht erheblich das Doppelte seines m. F. übersteigt, so kann man seine Bestimmung doch den Verhältnissen entsprechend als genügend ansehen. Die Einführung von b trägt dem Umstande Rechnung, dass nicht im ganzen Rohre die Temperatur die von den Kopfthermometern angegebene ist und dass die Temperatur des Objectivs von der des Rohres etwas verschieden ist. Da nun nicht angenommen werden kann, dass thatsächlich S immer die Temperatur am Ocularende ausdrückt und dass der Wärmeverlauf zwischen Objectiv und Ocular im Rohre ein stetiger und der Temperaturunterschied zwischen Objectiv und Rohr ein constanter ist, ist auch nicht zu erwarten, dass der Coëfficient b mit grösserer Sicherheit bestimmt werden kann. Seine Einführung bedeutet immerhin eine Verbesserung der Reductionselemente.

Die Länge des Normalbogens bei 0° beträgt 312ᵖ05. Bezeichnen wir mit Δ die bei der Kopftemperatur K und der Säulentemperatur S gemessene Distanz, ausgedrückt in Scalentheilen, so haben wir für die Reduction, welche an Δ anzubringen ist, um es auf 0° zu reduciren, den Ausdruck

$$\begin{array}{cccc} -\,0\overset{p}{.}00001041\, K\Delta & + & 0\overset{p}{.}00000993\,(K-S)\Delta \\ \pm \qquad 38 & & \pm \qquad 465 \end{array}$$

Mit diesen Werthen sind die Grössen c_w berechnet. Unter Δ_r finden sich dann die vollständig reducirten Distanzen des Polbogens, giltig für 1887.0.

Die Coëfficienten von K und $K - S$ sind nahezu gleich gross ihrem absoluten Werthe nach. Bei der grossen Unsicherheit in der Bestimmung des Coëfficienten von $K - S$ kann man unbedenklich seinen Werth gleich dem des Coëfficienten von K annehmen. Wir würden dann für die Wärmereduction erhalten

$$-\,0.00001041\, S\Delta$$

d. h. die Temperatur der Säule ist die wesentlich maassgebende, nicht die des Kopfes. So auffällig dies zunächst auch scheint, so

hat es doch eine grosse Wahrscheinlichkeit für sich, da die Temperaturabnahme des Objectivs jedenfalls weit langsamer vor sich geht als die der Metalltheile des Kopfes, deren Temperatur das Kopfthermometer angiebt.

6. Der Normalbogen.

Die näheren Angaben über die als Normalbogen verwendeten beiden Sterne und die Messungen des Bogens selbst finden sich im vorausgehenden Abschnitte. Lässt man die wenigen Beobachtungen fort, bei denen nicht die gewöhnlichen Scalenstriche benutzt sind, so verbleiben im Ganzen 111 einzelne Messungen. Aus diesen ergiebt sich für den m. F. einer einzelnen Messung ohne Rücksicht auf die Stellung des Positionskreises $\pm$ 0?0108. Hingegen folgte aus der zur Ermittlung des Temperaturcoëfficienten vorgenommenen Ausgleichung, dass der m. F. eines Abendmittels, d. h. des Mittels aus zwei am nämlichen Abend, aber in verschiedenen Stellungen des Positionskreises ausgeführte Messungen $\pm$ 0?0086 beträgt. Neben den zufälligen Messungsfehlern sind sonach nicht unerhebliche constante Abendfehler vorhanden. Bezeichnet man für eine einzelne Messung den ersteren mit ε_z, den letzteren mit ε_c, so hat man

$$\varepsilon_z^2 + \varepsilon_c^2 = 0.0108^2$$

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon_z^2 + \varepsilon_c^2 = 0.0086^2 .$$

Hieraus folgt: $\varepsilon_z = \pm$ 0?0092 $\quad \varepsilon_c = \pm$ 0?0056 .

Ein weiteres Mittel, den Werth von ε_z zu bestimmen, bieten die Abweichungen zwischen zwei unmittelbar hintereinander, aber bei zwei um 180° von einander verschiedenen Stellungen des Positionskreises gemessenen Distanzen. Eine Untersuchung dieser Abweichungen bietet keinen Anhalt dafür, dass ein constanter Unterschied zwischen zwei solchen Messungen besteht. Ordnet man die Abweichungen nach den Stundenwinkeln, so erscheint es nicht ganz ausgeschlossen, dass zwischen zwei unmittelbar hintereinander bei zwei um 180° von einander verschiedenen Positionskreisablesungen angestellten Messungen ein kleiner systematischer Unterschied besteht, der eine Function des Stundenwinkels ist. Leitet man daher ε_z aus diesen Abweichungen ab, unter der Annahme, dass dieselben nur in zufälligen

Beobachtungsfehlern ihre Ursache haben, so wird man jedenfalls für ε_s einen Werth erhalten, der eher zu gross als zu klein ausfällt. Es findet sich $\varepsilon_s = \pm 0\overset{p}{.}0086$. Dieser Werth zeigt eine gute Uebereinstimmung mit dem oben gefundenen und ist jedenfalls eine Bestätigung dafür, dass zwischen zwei aufeinander folgenden Messungen in entgegengesetzten Stellungen der Schnittlinie des Objectivs kein constanter Unterschied vorhanden ist. — Man wird der Wahrheit sehr nahe kommen, wenn man annimmt

$$\varepsilon_s = \pm 0\overset{p}{.}009 \quad \varepsilon_c = \pm 0\overset{p}{.}006 \,.$$

Zur richtigen Beurtheilung des Werthes von ε_c ist im Auge zu behalten, dass derselbe sich auf Beobachtungen bezieht, welche innerhalb eines Zeitraumes von $6\frac{1}{2}$ Jahren zu den verschiedensten Jahreszeiten erhalten sind. Ferner hat seine Ableitung zur Voraussetzung, dass der Scalenwerth des Heliometers während dieser Zeit unverändert derselbe geblieben ist. In der Hauptsache wird das Auftreten solcher constanter Abendfehler darauf zurückzuführen sein, dass bei der Berücksichtigung der Temperatureinwirkungen in den Reductionen die Temperatur des Objectivs gleich der Temperatur der Scalen und des Rohres angenommen werden muss und dass zum Messen dieser Temperaturen lediglich die Angaben der Kopfthermometer und des Thermometers an der Säule zur Verfügung stehen. In der Wirklichkeit werden diese Angaben nie ganz zutreffend sein, da Glas die Temperatur der umgebenden Luft weit langsamer annimmt als Metall. Bei abnehmender Lufttemperatur, also bei Abend- oder Nachtbeobachtungen, kann man bestimmt annehmen, dass die wirkliche Temperatur des Objectives eine höhere ist, als sie der Angabe der Kopfthermometer nach sein sollte. Durch Einführung des Coëfficienten für $(K - S)$ in die Temperaturreduction ist diesem Umstande wenigstens in etwas mit Rechnung getragen, immerhin aber doch nur in unvollkommener Weise. Der Unterschied zwischen der Temperatur des Glases und des Metalles wird zu den verschiedenen Jahreszeiten ein sehr verschiedener sein, an Tagen mit raschem Temperatursturz jedenfalls ein weit grösserer als bei ganz allmählich und nur wenig sinkender Temperatur. Man wird wohl auch annehmen können, dass der Unterschied in den späten Nachtstunden viel geringer ist, als in den Abendstunden. Jedenfalls muss dieser Unterschied in der Temperatur des

Glases und des Metalles, für dessen Betrag bei unseren Heliometerbeobachtungen jeder genaue ziffernmässige Beleg fehlt, zu constanten Abendfehlern Anlass geben, deren Grösse der gemessenen Distanz proportional ist und sich daher bei einer so grossen Distanz wie dem Normalbogen deutlich aussprechen muss.

Schwankungen in der Accommodation des Auges können nur zu zufälligen Beobachtungsfehlern Veranlassungen geben, da bei dem stets inne gehaltenen Beobachtungsmodus das Auge immer auf das Fadenkreuz accommodirt wurde und kleine Abweichungen von der vollkommenen Accommodation sowohl nach der einen wie der anderen Seite hin stattfinden können und immer nur die einzelne Einstellung betreffen.

Zu untersuchen ist, ob die Beobachtungen etwa auf das Vorhandensein einer messbaren Parallaxe eines der Bogensterne gegen den anderen hinweisen. Ordnet man demgemäss die Abendmittel nach den Jahreszeiten und bildet Gruppen, so ergeben sich folgende Werthe, wenn 0ª00 den Jahresanfang bezeichnet:

		Beob.
0ª03	312ᵖ0552	6
15	0550	9
26	0544	6
35	0604	6
42	0598	5
59	0522	5
71	0459	6
87	0607	5
96	0523	5

Die grössten Aenderungen der Distanz infolge des Vorhandenseins einer Parallaxe bei einem der Sterne müssten sein bei 0ª20 und 0ª70; das Vorhandensein einer solchen scheint demnach ausgeschlossen.

Es erübrigt nun noch, die Beobachtungen darauf hin zu prüfen, ob die gemessene Grösse der Distanz eine Abhängigkeit von der Neigung der Schnittlinie gegen die Verticale zeigt.

Ordnet man die Messungen nach den Neigungen, welche die Distanz gegen den durch ihre Mitte gehenden Verticalkreis hat, so zeigt schon ein flüchtiger Ueberblick, dass eine ausgesprochene Abhängigkeit der Grösse von der Neigung nicht vorhanden ist. Zieht

man die Einzelwerthe gruppenweise zu Mittelwerthen zusammen und vergleicht je zwei solche Mittelwerthe miteinander, deren Neigungen um beiläufig 180° verschieden sind, so zeigen diese Mittelwerthe nur Unterschiede, die innerhalb ihrer m. F. liegen. Das Nämliche ist der Fall bei der Vergleichung von Werthen, die gleich grosse, aber dem Zeichen nach entgegengesetzte Neigung haben. Da bei allen Messungen das Reversionsprisma angewendet wurde, war dieses Resultat von vornherein wahrscheinlich. Bezeichnet man eine beliebige Neigung mit i, so sind nach dem eben Gefundenen die Neigungen i, $180° + i$, $-i$, $180° - i$ als gleichwerthige anzusehen und die weitere Untersuchung ist nur auf die zwischen 0° und 90° eingeschlossenen Neigungen zu erstrecken. Es ergeben sich dann die folgenden Beziehungen:

i	Δ	Beob.
11°4	312°0523	13
37.6	0573	13
54.5	0551	14
77.3	0543	13

Diese Zahlen lassen erkennen, dass eine Abhängigkeit von der Neigung nicht vorhanden ist. Der erste Werth wird von einer, der zweite von zwei stark abweichenden Messungen sehr erheblich beeinflusst. Lässt man diese 3 Messungen fort, so gehen die beiden ersten Werthe über in 312°0535 und 312°0554, so dass nunmehr die gemessenen Distanzen innerhalb des ganzen Quadranten praktisch als völlig gleich bezeichnet werden können.

Die vorstehenden Betrachtungen thuen sonach dar, dass systematische Unterschiede, die in Rechnung gestellt werden können, zwischen den einzelnen gemessenen Distanzen des Normalbogens nicht vorhanden sind. Die unter Δ_r gegebenen Werthe in der Zusammenstellung pag. 295 seq. können daher direct weiter benutzt werden. Bei Beschränkung auf die Abendmittel, bei denen immer die nämlichen Strichcombinationen benutzt worden sind, ergiebt sich als Gesammtmittel:

1887 Aug. 1 — 1894 Feb. 23 $\Delta = 312°0547 \pm 0°0012$ (53 Beob.).

Würde man auch die 4 Abende mit berücksichtigen, an denen nur in e i n e r Stellung des Positionskreises, aber unter Benutzung der

gewöhnlichen Theilstriche gemessen worden ist, so erhielte man $\Delta = 312^p\!.0548$.

Theilt man die ganze Beobachtungsreihe so in Unterabtheilungen, dass innerhalb jeder derselben kein äusserer Eingriff in das Heliometer stattgefunden hat, so erhält man aus den Abendwerthen:

1) 1887 Aug. 1 — 1888 Juni 8 $\Delta_1 = 312^p\!.0599 \pm 0^p\!.0024$ (15 Beob.) $\varepsilon_1 = \pm 0^p\!.0092$
2) 1888 Sep. 14 — 1889 Sep. 15 $\Delta_2 = 312.0511 \pm 0.0020$ (9 ») $\varepsilon_1 = \pm 0.0059$
3) 1891 Feb. 25 — 1894 Feb. 23 $\Delta_3 = 312.0528 \pm 0.0014$ (29 ») $\varepsilon_1 = \pm 0.0077$

ε_1 giebt den mittleren Fehler eines Abendes an.

Während Δ_2 und Δ_3 völlig übereinstimmen, weicht Δ_1 nicht unerheblich ab. Zwischen dem 8. Juni und 14. Sept. 1888 ist eine grössere Umänderung am Ocularstutzen vorgenommen worden, bei welcher auch das Fadenkreuz an eine andere Stelle versetzt wurde. Es liegt daher der Gedanke nahe, dass der Anschluss der 1. Reihe an die 2. und 3. kein vollkommener ist. Da Δ_2 und Δ_3 gut übereinstimmen, müsste der Fehler im Anschlusse bei Δ_1 liegen. Hierzu ist zunächst zu bemerken, dass die der Reduction zu Grunde gelegten Normalocularstellungen (pag. 259) einen m. F. von $\pm 0.010\,\mu$ haben. Um Δ_1 mit Δ_2 und Δ_3 innerhalb ihrer m. F. in Harmonie zu bringen, müsste der Werth von N_0 in der 1. Reihe einen thatsächlichen Fehler haben, der gleich dem Dreifachen seines m. F. ist. Diese Annahme erscheint sehr wenig wahrscheinlich. Wie schon die einzelnen Werthe für ε_1 zeigen, weichen die Beobachtungen der 1. Reihe unter einander weit stärker ab als die der beiden anderen Reihen. Während aber auch in dieser Reihe die Werthe im Allgemeinen hin und her schwanken, sind die letzten 5 Werthe durchweg bedeutend grösser als der Mittelwerth. Grade diese 5 Beobachtungen rufen den grösseren Werth von Δ_1 hervor, so dass lediglich in einer zufälligen einseitigen Häufung constanter Abendfehler von wenigen Beobachtungen und nicht in der ganzen Beobachtungsreihe als solcher der Grund der Abweichung von Δ_1 gegen Δ_2 und Δ_3 zu suchen ist. Die Messungen des Normalbogens sind sonach in der ganzen Zeit zwischen 1887 Aug. 1 und 1894 Febr. 23 als ein fortlaufendes Ganzes anzusehen.

Die grösste zwischen zwei in einer einzelnen Positionskreislage gemessenen Distanzen vorkommende Abweichung beträgt $0^p\!.0487$ oder 0.00016 der ganzen Distanz.

Unter Benutzung des Mittelwerthes $\Delta = 312^{p}.0547 \pm 0^{p}.0012$ und der pag. 291 gegebenen Sternörter erhält man für den mittleren Scalenwerth des Heliometers

$$1^{p} = 21''.72677 \pm 0''.000084.$$

7. Der Abstand der Objectivhälften.

Der sogenannte Abstand der Hälften d. h. der kürzeste Abstand der vom nämlichen Sterne entworfenen Bilder beim Durchschrauben der Objectivhälften ist bei allen in dieser Publication in Betracht kommenden Messungen so klein gewesen, dass die von ihm herrührende Correction der gemessenen Distanzen noch nicht $0^{p}.0001$ erreicht und daher durchweg zu vernachlässigen ist. Während die Untersuchung über den Coincidenzpunkt das Material liefert, um die Stabilität in der Verbindung der Scalen mit den Objectivhälften zu prüfen und die Beträge zu ermitteln, um welche sich die Hälften in ihren Fassungen in der Richtung der Schnittlinie bewegen können, ist eine Untersuchung des Abstandes der Hälften geeignet, die Bewegungen zu controliren, welche den Objectivhälften in einer zur Schnittlinie senkrechten Ebene möglich ist. Diese Bewegungen können herrühren von Bewegungen der Hälften in ihren Fassungen, können aber auch Bewegungen der ganzen Schieber gegen einander sein. Jedenfalls ist es für die Beurtheilung des Heliometers von Interesse, etwas näher auf das Verhalten des Abstandes der Hälften einzugehen.

Soweit es sich um die Messung von sehr kleinen Sterndistanzen, von Venusdurchmessern bei Sichelgestalt des Planeten, Bestimmungen der grossen Achse des Saturnringes und ähnliche Messungen handelt, sind dieselben in der hierfür allgemein gebräuchlichen Weise ausgeführt und die Stellungen des Positionskreises in jeder Schieberstellung mit abgelesen worden, so dass die Distanzmessungen auch gleich das nöthige Reductionsmaterial für die Berücksichtigung des Abstandes der Hälften lieferten. Bei Durchmesserbestimmungen von voll beleuchteten Scheiben versagt diese Methode. Es wurden daher in diesem Falle Durchmesser — oder genauer genommen Sehnen — bei unverändertem Positionswinkel gemessen und der Abstand der Hälften für sich und zwar in situ bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde auf den dem betreffenden Planeten nächsten helleren Stern

eingestellt, z. B. bei Bestimmung von Jupiterdurchmessern auf einen der Monde, und dieser durch Vorsetzen einer doppeltbrechenden Platte[1]) vor das Ocular in einen künstlichen Doppelstern mit gleich hellen Componenten verwandelt. Mit dem Ocularstutzen fest verbunden und daher nur bei Drehung des ganzen Rohres im Positionswinkel drehbar ist ein kleiner, von Grad zu Grad getheilter Positionskreis. Auf dem die Indices für diesen Positionskreis tragenden Theile ist das Ocular aufgeschraubt, welches somit eine zweite, von der Bewegung der Positionskreise unabhängige Drehung erhalten kann. Diese Einrichtung ermöglicht es, ohne die geringste Aenderung im Positionswinkel der Schnittlinie an jeder beliebigen Stelle des Himmels jederzeit den Abstand der Hälften mit der nöthigen Schärfe zu bestimmen. Bei der im Gebrauche befindlichen doppeltbrechenden Platte in Verbindung mit dem Gebrauchsoculare beträgt die Distanz des künstlichen Doppelsternes etwa 8.″1. Jede Messung beruht nur auf einer Einstellung in jeder Schieberstellung, die immer im nämlichen Sinne der letzten Drehung ausgeführt wurde, und zwar erwies es sich immer am geeignetesten, nur die halbe Distanz zu bestimmen, wodurch zugleich auch die Genauigkeit in der Bestimmung des Abstandes der Hälften ganz wesentlich erhöht wird.

Für die Discussion über das Verhalten des Abstandes der Hälften benutze ich nur dieses mit Benutzung der doppeltbrechenden Platte erhaltene und in sich ganz homogene Material.

Da nächst der Temperatur jedenfalls die Wirkung der Schwere den Abstand der Hälften wesentlich beeinflusst und häufig bei gleicher Temperatur dieser Abstand in verschiedenen Positionswinkeln bestimmt worden ist, ist zunächst zu untersuchen, ob eine Abhängigkeit seiner Grösse vom Neigungswinkel der Schnittlinie gegen die Verticale vorhanden ist. Zur Beurtheilung dieser Frage steht das nachfolgende, theilweise eigens zu diesem Zwecke gesammelte Beobachtungsmaterial zur Verfügung. Hierbei bezeichnet N den Neigungswinkel der Schnittlinie gegen die Verticale, vom Zenith aus über Ost gezählt, Z die Zenithdistanz, μ den Abstand der Hälften, ausgedrückt in Scalentheilen, Beob. die Zahl der Bestimmungen, auf

1) Die Benutzung dieser doppeltbrechenden Platte war gleich bei der Bestellung des Heliometers vorgesehen.

welcher der Werth beruht. Die Temperatur kann für die Bestimmungen des nämlichen Tages als gleich angesehen werden.

N	Z	μ	Beob.
	1889 XI. 14		
123°	57°	0°.0650	2
305	60	0.0747	1
	1889 XI. 23		
84	61	0.1043	2
173	61	0.1008	2
263	61	0.0975	2
353	62	0.0903	2
	1890 VII. 26		
340	35	0.0356	1
262	71	0.0452	2
160	70	0.0577	2
	1890 VII. 27		
247	71	0.0265	1
143	75	0.0403	1
	1890 VII. 28		
353	72	0.0452	1
75	70	0.0237	1
	1890 X. 14		
188	47	0.0477	2
11	46	0.0390	2
	1891 VIII. 28		
272	71	0.0056	1
357	66	0.0168	1

N	Z	μ	Beob.
	1891 VIII. 29		
278°	71	0°.0024	1
183	70	0.0289	1
	1891 VIII. 30		
5	72	0.0323	1
271	68	0.0186	1
	1891 IX. 6		
343	58	0.0368	1
244	59	0.0301	1
	1891 IX. 8		
84	60	0.0479	1
343	60	0.0371	1
	1891 IX. 12		
248	59	0.0035	2
334	59	0.0429	2
	1891 IX. 23		
288	33	0.0179	1
116	19	0.0312	1
	1891 IX. 25		
84	66	0.0292	1
346	63	0.0322	1
	1891 X. 3		
262	65	0.0320	1
343	62	0.0523	1

N	Z	μ	Beob.
	1892 III. 8		
286°	53°	0°.0356	1
179	48	0.0412	1
	1892 III. 15		
279	49	0.0236	1
351	48	0.0411	1
	1892 III. 16		
92	48	0.0218	1
346	49	0.0282	1
	1892 III. 17		
198	54	0.0429	1
275	49	0.0238	1
	1892 VIII. 26		
270	53	0.0087	2
356	49	0.0502	2
	1892 VIII. 30		
89	50	0.0560	1
345	45	0.0320	1

Wenn der Betrag von μ von der Neigung der Schnittlinie gegen die Verticale abhängig ist, so muss diese Abhängigkeit sich namentlich in einem Unterschiede zwischen den bei verticaler und horizontaler Stellung der Schnittlinie bestimmten Werthen von μ zeigen. Ferner ist auch zu erwarten, dass ein solcher Unterschied bei zwei um 180° von einander verschiedenen Stellungen auftreten wird, namentlich in horizontaler Lage. Bildet man die Unterschiede zwischen den am nämlichen Tage bestimmten Werthen von μ und ordnet diese Unterschiede gruppenweise nach den Lagenunterschieden, indem man,

da es sich ja doch hier nur um einen Ueberschlag handeln kann, noch Abweichungen von $\pm$ 26° von der Verticalen und Horizontalen als bedeutungslos betrachtet, so ergeben sich die nachstehenden Resultate:

0°—90°	0°—180°	0°—270°	90°—180°	90°—270°	180°—270°
— 0°.0140	— 0°.0105	— 0°.0072	+ 0°.0035	+ 0°.0068	+ 0°.0033
+ 0.0215	— 0.0221	— 0.0096		+ 0.0133	+ 0.0125
— 0.0108	— 0.0087	+ 0.0112			+ 0.0265
+ 0.0030		+ 0.0137			+ 0.0056
+ 0.0064		+ 0.0067			+ 0.0191
— 0.0240		+ 0.0394			
		+ 0.0203			
		+ 0.0175			
		+ 0.0415			

Das Material ist zu spärlich, um zu erkennen, ob ein Unterschied zwischen zwei in entgegengesetzten Lagen der Schnittlinie erhaltenen Bestimmungen von μ thatsächlich vorhanden ist. Hingegen spricht sich in den Zahlen deutlich das Vorhandensein eines systematischen Unterschiedes zwischen den in verticaler und horizontaler Lage ausgeführten Bestimmungen aus. Im Durchschnitt ergiebt sich derselbe zu 0°.0085 $\pm$ 0°.0035, und zwar wird μ in verticaler Lage um diesen Betrag grösser erhalten als in horizontaler. Wie es von vornherein wahrscheinlich ist und sich auch in den vorstehenden Zahlen ausspricht, ist dieser systematische Unterschied in seinem Betrage aber keineswegs als constant anzusehen, sondern ist sehr erheblichen reellen Schwankungen unterworfen. Für die Reduction von Beobachtungen dürfen daher jederzeit nur solche Bestimmungen von μ benutzt werden, welche in unmittelbarem Anschlusse an diese Beobachtungen und bei unveränderter Lage der Schnittlinie ausgeführt sind.

Die von der Zeit und der Temperatur abhängigen Schwankungen von μ sind aus der nachfolgenden Zusammenstellung sämmtlicher mit der doppeltbrechenden Platte ausgeführten Bestimmungen von μ zu ersehen. Die einzelnen, am gleichen Abende ausgeführten Bestimmungen sind hierbei einfach gemittelt worden. Es kann dies für eine Discussion der Bestimmungen um so unbedenklicher geschehen, als der m. F. einer Bestimmung — wie er sich aus den am gleichen Abend und bei gleicher Lage der Schnittlinie erhaltenen Be-

stimmungen ergiebt — $\pm$ 0°.0082 beträgt, also denselben Betrag hat, wie der oben gefundene Durchschnittswerth der Reduction von der horizontalen Lage auf die verticale.

1889	Ocs	K	μ	Beob.
Nov. 12	10.00	— 1°.4	0°.0771	2
13	10.00	— 1.1	1127	2
14	10.00	— 0.9	0683	3
21	10.00	+ 0.1	1154	2
23	10.00	+ 1.4	0982	8
Dec. 13	10.00	— 1.3	1041	2
1890				
Mai 18	10.30	+ 13.9	0230	2
23	10.30	+ 10.8	0171	2
Juni 1	10.20	+ 8.7	0113	2
4	10.30	+ 17.2	0051	2
25	10.20	+ 12.6	0257	1
Juli 1	10.20	+ 12.0	0367	1
10	10.19	+ 11.0	0462	1
14	10.18	+ 17.0	0574	1
16	10.18	+ 19.6	0107	1
26	10.19	+ 11.6	0483	5
27	10.19	+ 13.4	0334	2
28	10.25	+ 18.8	0344	2
31	10.25	+ 21.0	0653	1
Aug. 1	10.30	+ 23.0	0544	1
13	10.20	+ 18.2	0539	1
18	10.20	+ 23.5	0268	1
22	10.20	+ 16.9	0384	1
Oct. 14	10.20	+ 10.0	0433	4
Dec. 27	9.90	— 9.9	1083	1
1891				
Jan. 3	9.90	— 10.6	0919	3
22	10.00	— 5.6	0454	2
29	10.00	+ 2.8	0735	2
Feb. 5	10.00	+ 1.2	0256	1
8	10.00	— 0.2	0359	2
10	10.00	+ 1.0	0566	2
Mai 10	10.10	+ 21.2	0494	4
Juli 6	10.29	+ 15.9	0014	2
1891	Ocs	K	μ	Beob.
Juli 13	10.30	+ 16°.1	0°.0197	1
16	10.30	+ 17.3	0263	1
18	10.31	+ 17.9	0097	1
21	10.31	+ 17.1	0115	1
23	10.31	+ 15.7	0093	1
Aug. 18	10.20	+ 15.3	0319	1
28	10.30	+ 14.3	0112	2
29	10.30	+ 15.4	0156	2
30	10.30	+ 15.3	0254	2
Sept. 6	10.29	+ 13.3	0334	2
8	10.30	+ 13.8	0425	2
12	10.30	+ 16.0	0232	4
23	10.20	+ 8.5	0245	2
Oct. 23	10.19	+ 12.4	0403	1
25	10.20	+ 12.6	0307	2
Nov. 3	10.10	+ 0.5	0421	2
29	10.00	— 0.4	0309	1
Dec. 28	10.00	— 0.8	0445	1
1892				
Jan. 13	9.89	— 5.7	0563	1
17	9.96	— 5.3	0541	1
19	9.90	— 5.1	0425	1
20	9.90	— 7.5	0493	1
21	9.80	— 11.4	0510	1
März 8	9.90	— 5.6	0384	2
15	10.00	— 1.3	0323	2
16	10.00	— 0.7	0250	2
17	10.00	+ 1.9	0333	2
Sept. 26	10.20	+ 14.2	0295	4
30	10.20	+ 11.7	0440	2
1893				
Febr. 6	10.00	— 3.9	0311	1
1894				
Febr. 22	10.00	0.0	0357	1

Die am 10. Mai 1891 erhaltenen Bestimmungen sind unter Anwendung der telecentrischen Objectivblende ausgeführt und stehen daher ausser Zusammenhang mit den übrigen.

Zunächst ist zu bemerken, dass μ immer sehr klein bleibt und im Maximum nur den Betrag von 0°.1154 = 2″.5 erreicht. Ferner scheint μ mit der Abnahme der Temperatur zuzunehmen. Diese Abhängigkeit von der Temperatur ist indessen im letzten Theile der

Beobachtungsreihe nicht mehr wahrnehmbar, wo μ trotz erheblicher Temperaturschwankungen sich fast constant zeigt. Die obigen Bestimmungen von μ sind jedoch nicht unmittelbar mit einander vergleichbar, da die ihnen zugehörigen Ablesungen der Ocularscala (die nämlichen, bei welchen die Distanzmessungen ausgeführt sind) nicht immer genau den normalen Ocularstellungen für die jeweilige Temperatur entsprechen und bekanntlich μ mit der Verschiebung des Oculars längs der Achse sich ändert. An den beiden ersten Beobachtungstagen ist im Anschluss an die Bestimmung von μ diejenige Stellung der Ocularscala ermittelt worden, für welche $\mu = 0$ wird. Es fand sich hierfür:

1889 Nov.	12	Ocs = 9.71
	13	Ocs = 9.57

Hieraus ergiebt sich für eine Verschiebung des Ocularauszugs von 1 mm eine Aenderung von μ im Betrage von 0ᴾ2658 resp. 0ᴾ2611 oder im Mittel von 0ᴾ2639, und zwar liegt der Punkt, wo die beiden Sternbilder bei Coincidenzstellung der Hälften absolut zusammenfallen, von der Normalstellung des Oculares aus in der Richtung nach dem Objective hin. Reducirt man mit dem Factor 0ᴾ2621 die einzelnen Bestimmungen von μ auf die der jeweiligen Temperatur entsprechende Normalstellung, so erhält man für eine grössere Anzahl von Bestimmungen, namentlich solche bei höheren Temperaturen, negative Werthe von μ. Es würde dies besagen, dass für diese Werthe der $\mu = 0$ entsprechende Punkt der Achse von der Normalstellung aus nicht mehr nach dem Objective hin, sondern vom Objective weg liegt. Ein weiteres Eingehen auf diesen Punkt ist jedoch gegenstandslos, da leider ausser an den beiden ersten Tagen keine weiteren directen Bestimmungen des $\mu = 0$ entsprechenden Punktes der Achse vorliegen und daher namentlich für alle nur wenig von 0 verschiedenen Bestimmungen von μ eine Zweideutigkeit betreffs ihres Zeichens und somit auch des Zeichens ihrer Reduction auf die Normalstellung besteht.

8. Der Coincidenzpunkt.

Bei Anstellung heliometrischer Distanzmessungen ist es im Allgemeinen gebräuchlich, die Beobachtungen so anzuordnen, dass eine

Bestimmung des Coincidenzpunktes nicht erforderlich ist, sondern dass derselbe durch eine passende Combination der Messungen eliminirt wird. Voraussetzung ist dabei, dass der Coincidenzpunkt sich während der Messung einer Distanz nicht ändert oder dass etwaige Aenderungen der Zeit proportional erfolgen. Die nachfolgenden Untersuchungen sollen die Giltigkeit dieser Voraussetzung beim Leipziger Heliometer prüfen. Dieselben erstrecken sich auf die wirklichen Aenderungen, welche der Coincidenzpunkt innerhalb eines Abendes und innerhalb längerer Zeitintervalle erleidet. Um für diese Untersuchungen das nöthige Material zu beschaffen, sind von vornherein bei der Reduction aller Distanzmessungen die einzelnen Einstellungen von Refraction befreit worden. Auf die kleinen Aenderungen, welche durch Temperaturschwankungen während der Dauer der vier zu einer Distanzmessung gehörigen Einstellungen verursacht werden, braucht wegen ihrer Kleinheit nicht Rücksicht genommen zu werden. Da die beiden in der nämlichen Schieberstellung erhaltenen Einstellungen mit entgegengesetztem Sinne der letzten Drehung ausgeführt sind und zwischen beiden Einstellungsarten ein systematischer Unterschied bestehen kann, muss die Untersuchung so geführt werden, dass zunächst die Voraussetzung der Constanz des Coincidenzpunktes während einer Distanzmessung als giltig angenommen und mit ihrer Annahme der Coincidenzpunkt abgeleitet wird. Die Discussion der so erhaltenen auf einander folgenden Coincidenzpunkt-Bestimmungen ergiebt dann, ob die Voraussetzung zu Recht besteht oder nicht. An Material liegen vor die laufenden Beobachtungen des Polbogens und die zur Bestimmung der Parallaxen von Br. 3077, Arg.-Oeltzen 10603 und 31 Aquilae ausgeführten Bestimmungen. Die Untersuchung wird dadurch erschwert, dass die Theilungsfehler der Scalen derzeit noch nicht bekannt sind und daher für einen Theil der Untersuchung jede Reihe für sich discutirt werden muss.

Scala A trägt die Bezifferung 0 bis 400, Scala B 400 bis 800. Unter der Annahme, dass Coincidenz der Bilder stattfindet, wenn Strich n auf Scala A mit Strich $n + 400$ auf Scala B coincidirt, ergeben die beiden Einstellungen in der einen Schieberstellung für die Grösse der gemessenen Distanz (corrigirt für Refraction) Δ', die beiden Einstellungen in der anderen Schieberstellung Δ''. Aus der Differenz $\Delta'' - \Delta' = 2C$ findet sich dann die Lage des wirklichen

Coincidenzpunktes. C bezeichne ich als Coincidenzcorrection und setze zur Bestimmung seines Zeichens fest, dass Coincidenz stattfindet, wenn der Ablesung $n + C$ auf Scala A die Ablesung $n + 400$ auf Scala B entspricht. Die Grösse C ist es, auf welche sich die Untersuchung am zweckmässigsten erstreckt.

Es wäre zwecklos, an dieser Stelle das gesammte auf C bezügliche Material im Detail aufzuführen. Es genügt, wenn ich mich hierbei, um ein Bild über das Verhalten von C während einer bestimmten Beobachtungsreihe zu geben, auf die aus den Beobachtungen von 31 Aquilae — der längsten Reihe — abgeleiteten Werthe beschränke. Da C durchweg positiv ist, ist das Zeichen fortgelassen. Unter der Bezeichnung N ist der Neigungswinkel der Schnittlinie gegen die Verticale gegeben, vom Zenith aus über Ost gezählt; Z ist die zugehörige Zenithdistanz.

1890	Dist.	G	P	K	C	N	Z	1890	Dist.	G	P	K	C	N	Z
IX. 19	xy	v	I	+16°	0ᴾ6329	58°	42°	X. 14	xz	v	I	+18°	0ᴾ5154	68°	39°
	xz			+15	6293	50	42		xy			+17	5104	68	40
	xz		II	+15	6571	45	44		xy		II	+17	5285	65	40
	xy			+14	6292	47	47		xz			+16	5261	58	40
21	xy	v	I	+18	6471	57	42	29	xy	v	I	+ 4	5189	58	42
	xz			+17	6475	49	43		xz			+ 3	5214	49	43
	xz		II	+16	6463	46	44		xz		II	+ 3	5246	43	46
	xy			+16	6341	47	47		xy			+ 2	5094	44	49
X. 1	xy	v	I	+19	5111	51	45	1891 IV. 2	xy	f	I	— 2	5327	108	57
	xz			+19	5160	44	45		xz			— 2	5400	101	53
	xz		II	+19	5282	40	48		xz		II	— 2	5167	99	50
	xy			+18	5214	41	52		xy			— 2	5050	100	48
3	xz	v	II	+13	5333	39	49	6	xy	f	I	+ 3	5367	108	57
	xy			+13	5304	41	52		xz			+ 3	5401	101	53
	xy		I	+12	5143	40	53		xz		II	+ 3	5199	98	50
	xz			+12	5180	34	55		xy			+ 2	5199	98	47
12	xy	v	II	+11	5217	42	52	23	xy	f	I	+ 4	5444	111	66
	xz			+11	5009	35	52		xz			+ 4	5454	106	64
	xz		I	+11	5209	34	55		xz		II	+ 4	5185	104	59
	xy			+11	5158	37	58		xy			+ 3	5151	106	55
13	xy	v	I	+16	5138	65	40	24	xy	f	II	+ 3	5173	111	65
	xz			+15	5145	57	41		xz			+ 3	5193	106	62
	xz		II	+15	5245	53	41		xz		I	+ 2	5474	104	58
	xy			+14	5101	54	43		xy			+ 2	5471	107	55

1891	Dist.	G	P	K	C	N	Z
IV.27	*xy*	f	II	+ 6°	0ᵖ.5168	110°	60°
	xz			+ 6	5121	104	58
	xz		I	+ 6	5356	102	55
	xy			+ 6	5350	105	52
V. 5	*xy*	f	II	+ 9	5005	110	61
	xz			+ 8	5064	104	58
IX. 9	*xy*	f	II	+ 16	5003	74	40
	xz			+ 16	4935	65	39
	xz		I	+ 15	5134	61	40
	xy			+ 15	5045	60	41
10	*xy*	f	II	+ 16	4894	71	40
	xz			+ 16	4924	63	40
	xz		I	+ 16	5028	58	40
	xy			+ 15	5052	57	42
11	*xz*	v	I	+ 18	5028	61	40
	xy			+ 18	4934	62	41
29	*xz*	v	I	+ 19	5042	69	39
	xy			+ 18	4949	69	40
	xy		II	+ 18	5162	65	40
	xz			+ 17	5121	56	41
30	*xz*	v	I	+ 20	4914	70	39
	xy			+ 19	4856	70	40
	xy		II	+ 18	5114	65	40
	xz			+ 18	5120	57	40
X. 16	*xz*	v	I	+ 18	4945	60	40
	xy			+ 17	4892	60	41
	xy		II	+ 16	5098	56	43
	xz			+ 15	4963	49	43
18	*xz*	v	I	+ 14	5011	63	40
	xy			+ 13	4930	63	41
1892							
IV. 8	*xy*	f	I	+ 2	5252	110	62
	xz			+ 1	5396	105	60
	xz		II	+ 1	5079	104	57
	xy			+ 1	4976	106	54
9	*xy*	f	II	+ 2	5004	105	52
	xz			+ 1	5001	98	50
	xz		I	+ 1	5293	96	48
	xy			+ 1	5232	97	46
10	*xz*	f	I	+ 4	5236	100	52
	xy			+ 3	5244	101	49

1892	Dist.	G	P	K	C	N	Z
IV.10	*xy*	f	II	+ 3°	0ᵖ.5033	97°	46°
	xz			+ 2	5014	91	45
11	*xy*	f	II	+ 5	5102	101	49
	xz			+ 4	5066	93	46
	xz		I	+ 4	5181	89	44
	xy			+ 3	5137	89	42
IX.13	*xy*	v	I	+ 20	4962	62	41
	xz			+ 20	5091	54	41
	xz		II	+ 20	5029	50	42
	xy			+ 19	5128	51	45
16	*xz*	v	I	+ 19	5030	54	41
	xy			+ 19	5073	53	44
	xy		II	+ 18	5180	49	46
	xz			+ 17	5268	41	48
18	*xz*	v	II	+ 11	5167	53	41
	xy			+ 10	5216	54	43
	xy		I	+ 10	5045	51	45
	xz			+ 10	5036	44	45
25	*xy*	v	II	+ 21	5289	77	40
	xz			+ 20	5282	70	39
	xz		I	+ 19	5170	65	39
	xy			+ 19	5074	64	40
30	*xy*	v	I	+ 16	5087	78	40
	xz			+ 16	5082	70	39
	xz		II	+ 15	5275	65	39
	xy			+ 15	5278	65	40
X. 4	*xy*	v	I	+ 14	5010	74	40
	xz			+ 14	4994	68	39
	xz		II	+ 13	5183	63	40
	xy			+ 13	5140	63	41
21	*xy*	v	I	+ 6	5157	57	42
	xz			+ 6	5094	49	43
	xz		II	+ 5	5149	45	45
	xy			+ 4	5125	46	47
24	*xy*	v	I	+ 5	5163	50	45
	xz			+ 4	5125	43	46
	xz		II	+ 4	5126	40	48
	xy			+ 3	5141	42	51
26	*xz*	v	I	+ 5	5101	56	41
	xy			+ 4	5119	56	42
	xy		II	+ 4	5173	52	44
	xz			+ 3	5178	45	45

1893	Dist.	G	P	K	C	N	Z	1893	Dist.	G	P	K	C	N	Z
III.29	xy	f	I	+ 4°	0?5383	108°	58°	IV. 7	xz	f	I	+ 8°	0?5405	103°	56°
	xz			+ 3	5336	102	55		xy			+ 7	5426	105	52
	xz		II	+ 3	5121	101	51		xy		II	+ 7	5181	102	50
	xy			+ 3	5244	101	48		xz			+ 6	5205	95	47
31	xz	f	I	+ 4	5514	104	57	10	xz	f	I	+ 6	5428	105	61
	xy			+ 3	5369	106	54		xy			+ 6	5404	108	57
	xy		II	+ 3	5167	103	51		xy		II	+ 5	5185	105	53
	xz			+ 2	5217	97	49		xz			+ 5	5167	99	51
IV. 1	xy	f	I	+ 5	5349	108	57	IX.13	xy	v	I	+ 15	5014	63	41
	xz			+ 5	5354	102	55		xz			+ 15	5041	55	41
	xz		II	+ 5	5143	100	52		xz		II	+ 15	5219	51	42
	xy			+ 4	5100	101	49		xy			+ 14	5179	51	45

Der Sprung in den Werthen von C zwischen IX. 21 und X. 1 1890 ist durch die am IX. 24 1890 behufs Reinigung des Objectivs erfolgte Abnahme der Objectivhälfte B verursacht. Schon eine flüchtige Durchsicht der Werthe von C zeigt, dass eine wesentliche Aenderung derselben eintritt, sobald die Schnittlinie um 180° gedreht worden ist. Dieses Verhalten zeigen alle 4 Reihen und zwar in der Weise, dass der Unterschied zwischen zwei unmittelbar hinter einander nach Drehung der Schnittlinie um 180° erhaltenen Bestimmungen von C nicht den Charakter eines zufälligen Fehlers trägt, sondern dass eine Abhängigkeit seiner Grösse von dem Neigungswinkel der Schnittlinie gegen die Verticale deutlich erkennbar ist. In den Zusammenstellungen der Beobachtungen der 4 verfügbaren Beobachtungsreihen ist von den beiden Stellungen des Positionskreises, in welchen programmässig jede Distanzmessung ausgeführt werden sollte, diejenige mit I bezeichnet, für welche die Ablesung im maassgebenden Mikroskop die kleinere Zahl ergiebt, mit II diejenige mit der grösseren Zahl. Um für die vorliegende Untersuchung, welche von den Theilungsfehlern unabhängig ist — es handelt sich immer nur um Unterschiede von C bei ein und derselben Distanz — die 4 Reihen als ein Ganzes behandeln zu können, muss eine andere Definition für I und II getroffen werden. Ich bezeichne daher hier mit I diejenige Stellung des Positionskreises, bei welcher die Ablesung im maassgebenden Mikroskop gleich dem Positionswinkel der gemessenen Distanz weniger der Indexcorrection des Positionskreises ist; bei II ist die Ablesung um 180° davon verschieden. Der Positionswinkel der Distanz ist

dann gerechnet als der des in AR. nachfolgenden Sternes gegen den in AR. vorausgehenden und wird von 0° bis 180° gezählt. Bei G.f. entspricht dann I der Stellung II bei G.v. und II bei G.f. der Stellung I bei G.v. I und II sind dann unzweideutig definirt.

Mit C_I und C_{II} bezeichne ich die Werthe von C bei den Positionskreisstellungen I und II, immer bezogen auf G.f.

Um nicht eventuell fremde Elemente in die Bestimmungen von $C_I - C_{II}$ zu bringen, verwende ich von den 4 Beobachtungen bei Parallaxenbestimmungen immer nur die beiden mittelsten. Bildet man hiernach die einzelnen $C_I - C_{II}$ und ordnet dieselben nach den zugehörigen Neigungswinkeln N der Schnittlinie gegen die Verticale, so erhält man die nachstehende Reihe von Werthen für $C_I - C_{II}$, für welche 0ʳ0001 die Einheit ist.

N	$C_I - C_{II}$	N	$C_I - C_{II}$	N	$C_I - C_{II}$	N	$C_I - C_{II}$	N	$C_I - C_{II}$
2°	+ 35	50°	+ 215	71°	+ 213	113°	+ 178	143°	+ 37
3	— 88	51	+ 39	73	+ 265	113	+ 210	145	— 43
4	— 73	51	+ 88	80	+ 144	113	+ 263	146	+ 336
11	+ 40	51	+ 107	87	— 166	114	+ 182	147	+ 111
11	+ 8	52	+ 209	90	+ 154	114	+ 264	148	+ 82
11	— 18	52	+ 90	91	+ 115	114	+ 127	148	+ 74
12	— 82	52	+ 1	96	+ 291	114	+ 76	150	— 10
14	— 104	52	+ 271	96	+ 108	117	+ 85	150	+ 76
14	— 215	52	— 62	97	+ 149	117	+ 97	150	— 127
15	— 106	53	— 72	97	+ 292	118	+ 291	152	— 100
15	— 127	53	+ 349	98	+ 211	119	+ 230	155	+ 37
19	— 163	53	+ 202	99	+ 182	120	+ 73	155	+ 100
35	— 200	53	+ 228	99	+ 202	120	+ 160	156	— 70
37	+ 124	53	+ 171	100	+ 233	121	+ 245	158	— 164
38	— 300	53	+ 178	101	+ 211	122	+ 160	158	+ 98
38	+ 182	54	+ 54	102	+ 215	122	+ 234	158	— 5
39	— 24	55	+ 100	103	+ 235	123	+ 199	158	+ 318
41	+ 161	56	+ 197	104	+ 243	125	+ 56	158	+ 26
41	+ 1	57	+ 55	104	+ 217	125	+ 163	159	— 114
42	— 35	58	+ 206	104	+ 245	127	+ 131	162	+ 72
42	+ 52	59	+ 372	105	+ 269	127	+ 26	164	+ 21
42	+ 122	60	+ 104	105	+ 281	127	+ 167	165	+ 120
43	— 258	61	+ 1	105	+ 202	128	+ 300	165	— 82
44	+ 92	63	+ 199	107	+ 219	129	+ 60	165	+ 146
44	+ 112	65	+ 123	108	+ 180	132	+ 61	166	+ 47
46	+ 32	66	+ 189	108	+ 149	133	+ 132	166	— 2
47	+ 278	67	+ 181	109	+ 189	133	+ 145	167	— 98
47	— 12	67	+ 213	110	+ 196	137	+ 80	168	— 36
47	+ 55	67	+ 258	111	+ 214	140	— 64	168	+ 47
49	+ 63	67	+ 92	111	+ 227	140	+ 4	179	— 119
49	+ 20	68	+ 193	113	+ 181	141	— 202		

Der in diesen Werthen ausgesprochene Gang nach N tritt noch deutlicher hervor, wenn man dieselben in Gruppen zusammenfasst. Man erhält dann:

N	$C_I - C_{II}$	Zahl
11°	— 0?0074	12
40	+ 2	13
49	+ 99	12
54	+ 129	13
65	+ 186	14
94	+ 160	12
105	+ 222	12
112	+ 192	12
121	+ 166	12
133	+ 70	12
148	+ 44	10
157	+ 25	9
167	+ 0.0011	11

Um die Werthe von $C_I - C_{II}$ nach N auszugleichen, habe ich für die obigen 154 Bestimmungen die Bedingungsgleichungen aufgestellt und diese entsprechend den vorstehenden 13 Gruppenmitteln gemittelt. Die Auflösung der so erhaltenen 13 Bedingungsgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergiebt dann;

$$C_I - C_{II} =$$

$$+0^p\!.0080 - 0^p\!.0140 \cos 2N - 0^p\!.0023 \sin 2N + 0^p\!.0005 \cos 4N - 0^p\!.0025 \sin 4N$$

m. F. $\pm 0.0003 \pm 0.0007 \qquad \pm 0.0005 \qquad \pm 0.0006 \qquad \pm 0.0006$

Für den m. F. einer Bedingungsgleichung findet sich $\pm 0^p\!.00312$. Da im Durchschnitt jede Gleichung auf 11.8 Einzelwerthen beruht, ist sonach der m. F. einer Bestimmung von $C_I - C_{II}$ $\pm 0^p\!.0107$.

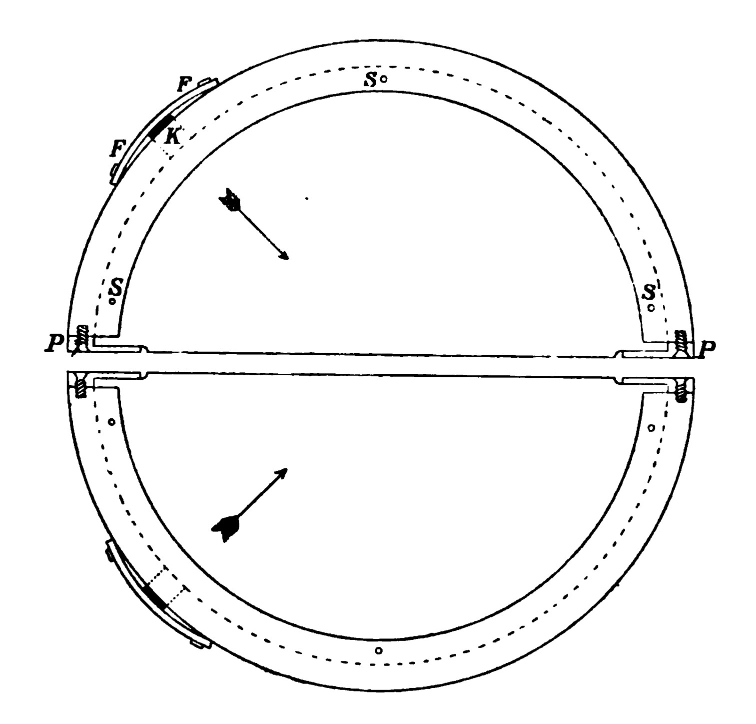
Da die in $\sin 2N$, $\cos 4N$ und $\sin 4N$ multiplicirten Glieder nur von geringem Einflusse sind, reducirt sich der Ausdruck für $C_I - C_{II}$ im Wesentlichen auf

$$+0^p\!.0080 - 0^p\!.0140 \cos 2N\,,$$

besteht also aus einem constanten und einem periodischen Gliede.

Die Constanz des Coincidenzpunktes setzt voraus, dass die Differenz zwischen dem Abstande des zweiten Hauptpunktes des einen Halbobjectivs von der ihm zugehörigen Scala und dem Abstande des zweiten Hauptpunktes des anderen Halbobjectivs von der diesem zugehörigen Scala — beide Abstände in der Schnittlinie gemessen — eine unveränderliche ist. Die Scalen sind mit einer grösseren Anzahl von Schrauben fest auf ihre Schieber aufgeschraubt, eine Verschiebung derselben auf den Schiebern ist ausgeschlossen. Die Fassung der

Halbobjective ist aus der untenstehenden Figur ersichtlich. Hiernach besteht dieselbe für jede Hälfte aus einem massiven halbbogenförmigen Gussstücke, in welches zur Einlagerung des Halbobjectivs eine tiefe Nuth (in der Figur punktirt) eingearbeitet ist. Die an die beiden Enden des Halbbogens aufgeschraubten Platten *P* halten das Objectiv in der Fassung fest. Die 3 Schräubchen *S* sind regulirbare seitliche Anschläge. Durch ein in die Fassung gearbeitetes quadratisches Loch wird ein massives Metallstück *K* vermittelst einer Feder *FF* gegen den oberen Rand des Objectivs gedrückt. Die Wirkung



dieser Feder übt auf das Objectiv einen Druck in radialer Richtung aus, die durch den um 45° gegen die Schnittlinie geneigten Pfeil markirt werden soll. Für die zur Schnittlinie parallele Componente des Federdruckes bildet die rechte Platte *P* das Widerlager. Der Metallring der Fassung bildet den Rand einer starken Metallplatte, welche mit 2 kräftigen Schrauben auf die Schieber aufgeschraubt ist. Man sieht aus dem Vorstehenden, dass Veränderungen des Coincidenzpunktes lediglich nur durch Bewegungen des Objectivs in seiner Fassung verursacht werden können. Es soll überdies hier noch besonders hervorgehoben werden, dass die linearen Beträge dieser

Bewegungen nur sehr geringe sind. Es betragen dieselben für das constante Glied 1.6 Mikron, für das periodische 2.8 Mikron.

Im Wesentlichen sind es drei Kräfte, deren Zusammenwirken die jeweilige Lage des Objectivs in der Fassung bedingt: die Schwere, der Druck der Feder und die Reibung, welche das Objectiv innerhalb der Fassung erleidet. Die Summe der der Schnittlinie parallelen Componenten der beiden ersteren und der Reibung der Schnittfläche auf den Platten P bestimmt den Abstand des Hauptpunktes von der Scala. Der Federdruck kann als constant und vom Neigungswinkel unabhängig angesehen werden. Hingegen ist nicht vorauszusetzen, dass er bei beiden Hälften gleich stark ist; es ist sogar der Fall denkbar, dass die Feder so stark ist bei der einen Hälfte, dass dieser überhaupt gar keine Bewegung in der Richtung der Schnittlinie möglich ist. Die der Schnittlinie parallelen Wirkungen der Schwere auf die Objectivhälften und die Reibung der Schnittfläche auf den Platten P sind periodische Functionen des Neigungswinkels der Schnittlinie gegen die Verticale. Da das Gewicht beider Hälften als fast völlig gleich angenommen werden kann, wirkt die der Schnittlinie parallele Componente der Schwere im Wesentlichen auf beide Objectivhälften in gleicher Weise; sie hat für beide ihr Maximum bei $N = 0^\circ$ und 180° und ist Null für $N = 90^\circ$ und 270°. Hingegen wirkt im Allgemeinen die Reibung in dem nämlichen Neigungswinkel bei den beiden Objectivhälften verschieden. Bei $N = 90^\circ$ ist sie für die oben befindliche Hälfte ein Maximum, da die zur Schnittlinie senkrechte Componente des Federdruckes mit dem vollen Eigengewichte der Hälfte zusammenwirkt, um die Schnittfläche gegen die Platten P zu pressen; für die unten befindliche Hälfte wirkt in dieser Lage das Eigengewicht der betreffenden Componente des Federdruckes entgegen und die Reibung wird für diese Hälfte dann ein Minimum sein. Bei $N = 270^\circ$ ist das Verhältniss das umgekehrte. Nur bei $N = 0^\circ$ und 180° wäre, wenn der Federdruck in beiden Hälften gleich stark wäre, die Reibung für beide Hälften die nämliche. Sie wird dann lediglich nur von der zur Schnittlinie senkrechten Componente des Federdruckes hervorgerufen.

Das Zusammenwirken der drei Kräfte, des Federdruckes, der Schwere und der Reibung genügt, um Schwankungen des Coincidenzpunktes zu erzeugen, wie sie in dem periodischen Theile des Werthes

von $C_I - C_{II}$ ihren Ausdruck finden. Es ist dabei aber die Voraussetzung unumgänglich nöthig, dass der Federdruck in seiner Grösse für beide Hälften ein verschiedener ist, wenn man nicht vielleicht sogar die Annahme machen muss, dass er bei der einen Hälfte so stark ist, dass überhaupt keine Bewegungen des Objectivs in der Fassung möglich sind. Nur unter dieser Voraussetzung sind die bei $N = 0^\circ$ und 180° gelegenen Maxima des periodischen Theiles von $C_I - C_{II}$ zu erklären.

Auffallend ist das Auftreten eines constanten Gliedes, welches nur dadurch zu erklären ist, dass der Uebergang aus der Lage I in die Lage II und umgekehrt jedes Mal eine Drehung der Schnittlinie um 180° nöthig macht, während welcher beim Durchgang durch einen bestimmten Neigungswinkel, der aber keineswegs unbedingt die Verticale sein muss, C seinen Werth sprungweise ändert. Mechanisch ist das sehr wohl in der Weise denkbar, dass bei einer der Hälften die Halbmesser der Crown- und der Flintglaslinse um 2 Mikron von einander verschieden sind und die eine Halblinse um diesen Betrag schlottern kann. Dass dieser Betrag sich in der Centrirung sollte deutlich bemerkbar machen können, ist bei den Bildern der Halbobjective nicht wahrscheinlich. Bei dieser Erklärung ist es aber nothwendig, dass der Uebergang aus einer Lage der Schnittlinie in die um 180° von ihr verschiedene immer mit dem nämlichen Sinne der Drehung ausgeführt worden ist. Dies ist thatsächlich der Fall; im Allgemeinen ist der Sinn der Drehung so gewesen, dass, vom Beobachter aus gesehen, die Schnittlinie sich wie der Uhrzeiger drehte, da diese Drehungsart für den Beobachter gewöhnlich die bequemste ist. Durch besondere Umstände veranlasst mag in einzelnen Fällen die Drehung jedoch auch in umgekehrter Richtung ausgeführt worden sein. Neben dem Umstande, dass die Reibung sehr durch zufällige Umstände beeinflusst werden kann, erklärt sich hierdurch der hohe Betrag des m. F. für eine Bestimmung von $C_I - C_{II}$. Es liegt indessen für letzteren noch eine andere Ursache vor. Die Coëfficienten in dem Ausdrucke für $C_I - C_{II}$ sind sehr wahrscheinlich nicht, wie bei ihrer Bestimmung vorausgesetzt wurde, Constanten, sondern sind Functionen der Zenithdistanz. Ich habe es jedoch unterlassen, das bearbeitete Material darauf hin noch weiter zu prüfen, da ich nach Wiederaufnahme der Beobachtungen am Heliometer zur

genaueren Untersuchung der Ursachen des systematischen Unterschiedes $C_{\rm I} - C_{\rm II}$ besondere Bestimmungen des Coincidenzpunktes vermittelst irdischer Distanzen ausführen will, welche die Möglichkeit bieten, den Coincidenzpunkt als Function des einfachen Neigungswinkels zu bestimmen.

Bei den Parallaxenbestimmungen sind in derselben Stellung der Schnittlinie oder doch in zwei nur wenig von einander verschiedenen Stellungen unmittelbar hinter einander zwei an einander stossende Distanzen xy und xz gemessen worden. Die Vergleichung der aus diesen Messungen folgenden Werthe von C zeigt, wie sich der Coincidenzpunkt im Laufe des Abends gehalten hat, wenn der Positionskreis und die Lage des Instrumentes unverändert gelassen wird. Da bei den Reductionen die Theilungsfehler nicht angebracht sind, lassen sich die Grössen C_{xy} und C_{xz} nicht ohne Weiteres mit einander vergleichen. Für jede Reihe besteht zwischen beiden ein systematischer, von den Theilungsfehlern abhängiger Unterschied. Es findet sich für denselben

	$C_{xy} - C_{xz}$
Bradley 3077	— 0?0032
Arg.-Oeltzen 10603	— 0.0001
31 Aquilae	— 0.0022

Berücksichtigt man diese Unterschiede, so findet sich schliesslich aus dem gesammten Beobachtungsmaterial für den m. F. einer Bestimmung eines C, wenn man annimmt, dass der Coincidenzpunkt sich nicht ändert, so lange der Positionskreis nicht bewegt und überhaupt die Lage der Schnittlinie nicht geändert wird, $\pm$ 0?0058.

Wenn diese Annahme der Unveränderlichkeit des Coincidenzpunktes bei unveränderter Lage der Schnittlinie die richtige ist, so muss der Werth $\pm$ 0?0058 lediglich von dem rein zufälligen Fehler der Einstellungen abhängig sein und zwar muss, wenn man den zufälligen Fehler einer Einstellung incl. dem Ablesefehler der Scalen mit r bezeichnet, die Beziehung bestehen

$$\pm\ 0?0058 = \tfrac{1}{2} r\,.$$

Um einen einwandfreien Werth von r zu erhalten, muss man denselben direct aus den Widersprüchen zwischen je zwei bei gleicher Schieberstellung unmittelbar hinter einander erhaltenen Einstellungen

bestimmen. Diese beiden Einstellungen sind mit entgegengesetztem Sinne der letzten Drehung angestellt. Man muss daher zwischen ihnen einen systematischen Unterschied voraussetzen, den man zur Ableitung von r benutzen kann. Aus 250 beliebig aus den Parallaxenbestimmungen herausgegriffenen Doppeleinstellungen findet sich für diesen Unterschied (im Sinne »$i - e$«) $-0^p.0010$ und für den m. F. einer Bestimmung desselben $\pm 0^p.0144$. Mithin erhält man $r = \pm 0^p.0102$. Hiermit ergiebt sich $\pm 0^p.0051$ für den m. F. eines aus r berechneten C. Die beiden Werthe $\pm 0^p.0058$ und $\pm 0^p.0051$ stimmen innerhalb ihrer auf einige Einheiten der letzten Stelle anzuschlagenden Unsicherheiten überein und dürfte damit der Beweis erbracht sein, dass bei unveränderter Lage der Schnittlinie innerhalb kürzerer Zeiträume (etwa einer halben Stunde) der Coincidenzpunkt thatsächlich unveränderlich ist.

Aus der Discussion des Normalbogens ergiebt sich für den zufälligen Messungsfehler einer Distanz $\pm 0^p.009$, woraus folgen würde $r = \pm 0^p.018$, also ein gegen die obige Bestimmung stark abweichender Werth. Diese Abweichung ist zum Theil darin begründet, dass bei den Polbogenbeobachtungen aus mehrfachen Gründen der zufällige Einstellungsfehler thatsächlich erheblich grösser ist als bei den Parallaxenbestimmungen, zum Theil darin, dass die constanten und zufälligen Messungsfehler der Distanz sich nicht scharf trennen lassen und daher der ermittelte zufällige Fehler einer Distanz keinen sicheren Schluss auf den zufälligen Fehler einer Einstellung gestattet.

Zur Beurtheilung des Verhaltens des Coincidenzpunktes innerhalb längerer Zeiträume bieten die drei Messungsreihen für Parallaxenbestimmungen ein sehr geeignetes Material. Wegen der Verschiedenheit der Theilungsfehler muss aber jede Reihe für sich betrachtet werden. Das Mittel aus zwei Bestimmungen von C, die in zwei um 180° verschiedenen Stellungen des Positionskreises erhalten sind, kann man für den vorliegenden Zweck zunächst als hinlänglich frei von systematischen Fehlern ansehen, die von dem Neigungswinkel der Schnittlinie abhängig sind, auch wenn diese Winkel, wie es zuweilen für die erste und die vierte gemessene Distanz der Fall ist, bis zu 13° von einander abweichen. Um nur unter einander gleichwerthige Zahlen zu erhalten, lasse ich die Tage, an denen nur ein halber Satz gemessen ist, fort; ebenso sind auch die wenigen vor 1890 IX. 24

angestellten Bestimmungen weggelassen, da sie wegen der an diesem Tage erfolgten Abnahme der einen Objectivhälfte mit den übrigen ausser Zusammenhang stehen. Jeder der nachstehenden Werthe von *C* ist sonach das directe Mittel aus 4 einzelnen Bestimmungen.

Br. 3077		
1891	*C*	*K*
I. 3	0^P5270	$-\ 9^\circ7$
22	5205	− 4.0
29	5158	+ 4.2
II. 5	5123	+ 1.8
8	5234	+ 1.0
10	5229	− 0.8
VII. 6	5209	+ 17.3
13	5231	+ 16.9
16	5204	+ 18.1
18	5260	+ 18.6
21	5110	+ 18.0
23	5158	+ 16.9
XII. 28	5120	− 0.6
1892		
I. 13	5144	− 5.0
17	5135	− 4.1
19	5111	− 4.1
20	5121	− 6.3
21	5032	− 10.6
III. 4	5087	− 3.5
VII. 11	5238	+ 15.5
25	5152	+ 14.9
26	5172	+ 18.1
27	5245	+ 19.1
28	5173	+ 22.1
29	5206	+ 22.7
1893		
I. 7	5303	− 9.0
23	5167	− 6.7
28	5176	− 0.9
29	5136	− 0.3
II. 6	5175	− 2.5

Arg.-Oeltzen 10603		
1890	*C*	*K*
X. 11	0^P5217	$+\ 10^\circ3$
13	5354	+ 7.8
14	5443	+ 8.6
XI. 16	5310	+ 1.7
1891		
IV. 27	5214	+ 7.3
29	5151	+ 8.8
V. 4	5051	+ 13.4
5	5103	+ 11.2
6	5078	+ 13.5
X. 28	5218	+ 1.6
XI. 2	5210	+ 0.8
5	5193	− 2.3
7	5307	− 1.7
28	5387	− 0.7
XII. 2	5347	+ 0.3
1892		
IV. 23	5173	+ 9.0
24	5207	+ 6.6
V. 7	5209	+ 4.5
8	5314	+ 8.9
9	5326	+ 13.5

31 Aquilae		
1890	*C*	*K*
X. 1	0^P5192	$+\ 18^\circ8$
3	5240	+ 12.5
12	5148	+ 11.0
13	5157	+ 14.7
14	5201	+ 17.0
29	5186	+ 2.9
1891		
IV. 2	5236	− 2.3
6	5291	+ 2.9
23	5308	+ 3.8
24	5327	+ 2.7
27	5249	+ 5.9
IX. 9	5029	+ 15.5
10	4974	+ 15.8
29	5068	+ 17.7
30	5001	+ 18.7
X. 16	4974	+ 16.6
1892		
IV. 8	5176	+ 1.1
9	5133	+ 1.2
10	5132	+ 3.4
11	5121	+ 4.0
IX. 13	5052	+ 19.7
16	5138	+ 18.3
18	5116	+ 10.3
25	5199	+ 19.8
30	5180	+ 15.3
X. 4	5082	+ 13.3
21	5131	+ 5.4
24	5139	+ 4.2
26	5143	+ 4.2
1893		
III. 29	5271	+ 3.1
31	5316	+ 3.0
IV. 1	5236	+ 4.9
7	5304	+ 6.8
10	5296	+ 5.3
IX. 13	5113	+ 14.8

Ein regelmässiger Einfluss der Temperatur auf den Werth von *C* spricht sich in diesen Zahlen in keiner Weise aus. Es ist ein solcher auch von vornherein ganz unwahrscheinlich, da beide Objectivträger, Schieber und Scalen völlig gleiche Dimensionen haben und

gleich gearbeitet sind. Einer bestimmten Verschiebung der einen Objectivhälfte gegen ihre Scala in Folge einer Temperaturänderung würde eine solche von genau gleichem Betrage und Sinne bei der anderen entsprechen, so dass Aenderungen des Coincidenzpunktes dadurch nicht hervorgerufen werden können.

Der Zeit proportionale Aenderungen sind ebenfalls bei keiner der Reihen zu erkennen. Hingegen zeigen sich einzelne Sprünge in den Werthen, die grösser sind, als man von vornherein erwarten sollte. Es treten dieselben fast durchgängig da auf, wo auch $C_I - C_{II}$ Werthe aufweist, welche besonders stark sich von ihrem normalen Betrage entfernen. Hierdurch ist auch die Erklärung für dieselben gegeben und zwar darin, dass zu den betreffenden Zeitpunkten die Reibung zwischen Objectiv und Fassung eine wesentlich andere als die durchschnittliche gewesen ist. In der Hauptsache dürften solche Anomalien auf Temperatureinflüsse, die aber einen rein zufälligen Charakter haben, und auf den grösseren oder geringeren Feuchtigkeitsgehalt der das Instrument umgebenden Luftschichten zurückführen sein.

9. Die Refraction.

Verschiedene der zur Parallaxenbestimmung von Fixsternen erforderlichen Messungen konnten nur in verhältnissmässig grossen Zenithdistanzen erlangt werden. Einige der gemessenen Distanzen steigen nun bis 5000″ an, so dass man zur Reduction derselben nicht ohne Weiteres die allgemein gebräuchlichen, von Bessel abgeleiteten Ausdrücke zur Berücksichtigung der Refraction in Distanz anwenden kann. Die Bessel'schen Entwickelungen berücksichtigen nur das von der ersten Potenz der Distanz abhängige Glied; ferner ist in diesem, um eine einfache Form zu erhalten, der in $\cos^2 l_0 \sin^2 l_0$ multiplicirte Theil vernachlässigt und $k = \varkappa$ gesetzt worden. Die in dem von der einfachen Distanz abhängigen Gliede begangenen Vernachlässigungen können nachträglich in einfacher Weise berücksichtigt werden und betragen z. B. in einer Zenithdistanz von 75° für $\Delta = 5000''$ im Maximum 0″008 und 0″056; für den Einfluss des von der dritten Potenz der Distanz abhängigen Gliedes hingegen liegen bisher noch keine Untersuchungen vor, und es war von vorn-

herein keineswegs anzunehmen, dass dasselbe für 5000″ Distanz in 75° Zenithdistanz noch unmerklich sei. Da es mir auch noch aus anderen Gründen daran lag, den theoretischen Betrag der Refraction in Distanz auch für beliebig grosse Distanzen und Zenithabstände bis auf 0″.01 sicher ermitteln zu können, habe ich bei den Reductionen meiner Heliometerbeobachtungen nicht von den BESSEL'schen Tafeln zur Berechnung der mikrometrischen Refraction Gebrauch gemacht, sondern neue Tafeln berechnet nach Formeln, welche von Herrn BRUNS abgeleitet sind[1]). Diese Formeln haben auch für die grössten bei Heliometermessungen vorkommenden Distanzen Giltigkeit und berücksichtigen die Grössen 3. Ordnung inclusive. Zu Grunde gelegt ist denselben für den Ausdruck der Refraction in Zenithdistanz die an BESSEL angeschlossene Formel von v. OPPOLZER (A. N. 2135).

Bezeichnet man mit $2S$ die wahre, mit $2s$ die gemessene scheinbare Distanz, so hat man nach Herrn BRUNS

$$2S = 2s + \frac{1 - s_0^2}{s_0(1 + s_0)}(2s) - \frac{(s_0 s')}{4 s_0^5}(2s)^3$$

$$1 - s_0^2 = c + d\cos^2 N$$

$$(s_0 s') = \alpha \sin^4 N + \beta \cos^2 N \sin^2 N + \gamma \cos^4 N .$$

$N = P - Q$ ist der wahre Neigungswinkel der Distanz gegen den Verticalkreis und wird vom Zenith aus über Ost gezählt; P und Q bedeuten den Positionswinkel und den parallaktischen Winkel; c, d, α, β und γ sind Coëfficienten, welche ausser von der Refraction in Zenithdistanz und deren Ableitungen, inclusive der dritten, nur von der Zenithdistanz abhängig sind und sich mit der wahren Zenithdistanz für die Mitte der Distanz als Argument tabuliren lassen.

Vorläufig habe ich den Rechnungen nur eine dem nächsten Bedürfniss entsprechende Ausdehnung bis zu 74° Zenithdistanz gegeben. — Der Coëfficient α ist ohne praktische Bedeutung. Für $Z = 74°$ beträgt er —0.000087 und erreicht im Zenith mit —0.000097 sein Maximum. Das von ihm abhängige Glied der Refraction beträgt selbst für 10000″ Distanz erst 0″.002. α ist daher bei der Tabulirung nicht berücksichtigt worden. Die dann noch übrig bleibenden Coëfficienten c, d, β und γ sind direct berechnet worden zwischen 0°

1) Die Herleitung der Formeln soll an anderem Orte veröffentlicht werden.

und 25° Zenithdistanz von 5° zu 5°, zwischen 25° und 65° von 2° zu 2° und von 65° bis 74° von 1° zu 1°.

Durch Interpolation wurde aus diesen direct berechneten Werthen die nachfolgende Tafel construirt, deren Intervall für die praktische Anwendung zwischen 50° und 74° durch weitere Interpolation auf 0°1 verringert wurde. Sämmtliche Grössen sind in Einheiten des Radius ausgedrückte; das Argument ist die wahre Zenithdistanz für die Mitte der Distanz.

z	c	d	−β	−γ	z	c	d	−β	−γ
	Einheiten d.VII.Dec.					Einheiten d.VII.Dec.		Einheiten d.V.Dec.	
0°	5598	0			38°	5593	3396		
1	5597	2			39	5592	3648		
2	5597	8			40	5592	3916		
3	5597	16			41	5592	4202		
4	5597	28			42	5591	4507		
5	5597	43			43	5591	4833		
6	5597	62			44	5590	5181		
7	5597	84			45	5590	5554		
8	5597	110			46	5589	5954		
9	5597	140			47	5589	6383		87
10	5597	173			48	5588	6843		95
11	5597	210			49	5588	7339		105
12	5597	252			50	5587	7873		115
13	5597	297			51	5586	8450		127
14	5597	346			52	5585	9073		141
15	5597	400			53	5584	9748		157
16	5597	458			54	5583	10479		174
17	5597	521			55	5582	11275		194
18	5597	589			56	5581	12142		218
19	5596	661			57	5580	13089		245
20	5596	739			58	5578	14125		276
21	5596	822			59	5577	15263		312
22	5596	911			60	5575	16513		354
23	5596	1005			61	5573	17895		404
24	5596	1105			62	5571	19423		463
25	5596	1212			63	5569	21123		533
26	5596	1326			64	5566	23015		616
27	5595	1447			65	5564	25137	180	717
28	5595	1575			66	5560	27520	195	839
29	5595	1712			67	5557	30211	211	987
30	5595	1857			68	5553	33263	230	1170
31	5595	2011			69	5548	36744	251	1396
32	5594	2174			70	5543	40737	275	1679
33	5594	2348			71	5536	45346	303	2036
34	5594	2533			72	5529	50702	335	2492
35	5594	2729			73	5521	56972	371	3081
36	5593	2938			74	5511	64374	414	3852
37	5593	3160							

Die 34 direct berechneten Werthe von c und d wurden ausser durch Differenzen noch dadurch geprüft, dass mit ihnen für eine Distanz von 10000″ und dem Werthe $N = 0$ die mittlere Refraction berechnet und die so erhaltenen Grössen mit den entsprechenden nach den BESSEL'schen Tafeln berechneten und wegen der Vertauschung von $\varkappa$ und k verbesserten verglichen wurden. Die grösste zwischen beiden Werthsystemen auftretende Abweichung betrug 0″02.

Das von $(2s)^3$ abhängige Refractionsglied ist für alle Werthe von Z und N positiv. Sein Minimum erreicht es für $N = 90°$, sein Maximum für $N = 0°$. Bis zu einer Distanz von 2500″ kann es selbst für $Z = 74°$ jederzeit vernachlässigt werden, da für diese Zenithdistanz sein Maximum nur 0″004 beträgt. Um einen Ueberschlag für seinen Einfluss zu ermöglichen, habe ich nachstehend seinen Maximalbetrag (bei $N = 0°$) für 3 verschiedene Werthe von $2s$ berechnet.

Z \ $2s$	10000″	7500″	5000″
60°	0″02	0″01	0″00
61	02	01	00
62	03	01	00
63	03	01	00
64	04	01	00
65	04	02	01
66	05	02	01
67	06	02	01
68	07	03	01
69	08	03	01
70	10	04	01
71	12	05	02
72	15	06	02
73	18	08	02
74	0.23	0.10	0.03

II. Bestimmungen von Fixsternparallaxen.

1. Einleitung.

Die Sterne, deren Parallaxen ich mit dem Leipziger Heliometer bestimmt habe, sind durchgehends solche mit starker Eigenbewegung. Maassgebend für die Auswahl der Objecte war einerseits der Umstand, dass dieselben zu den Zeiten ihrer grössten parallactischen Verschiebung für die Breite von Leipzig der Beobachtung zugänglich sein, andererseits, dass sie nach ihrer Helligkeit noch sicher mit einem sechszölligen Heliometer zu messen sein mussten. Demgemäss hatte sich das Augenmerk wesentlich auf Sterne grösserer Declination nicht unter $7^m.5$ zu richten. Wenn auch naturgemäss der Wunsch vorhanden war, es möge gelingen, Objecte von möglichst grosser Parallaxe mit aufzufinden, so war doch der eigentliche Zweck der Beobachtung nicht der, möglichst viele Objecte gewissermassen nur auf grosse Parallaxen zu mustern, sondern von einer bestimmten Zahl ausgewählter Sterne möglichst scharfe Bestimmungen ihrer relativen jährlichen Parallaxe zu erlangen, auch wenn der Betrag der Parallaxe nur ein geringer sein sollte.

Die Positionen und Eigenbewegungen der Sterne (beide nach dem Catalog von PORTER), deren Parallaxen demgemäss bestimmt wurden, sind die folgenden:

Mittleres Aequ. 1900.0

			AR	Decl.	Eigenbew.
1)	η Cassiop.	4^m	$0^h 43^m 2^s.5$	$+54° 17' 9''$	$1''.48$
2)	μ Cassiop.	5.5	1 1 36.8	+54 25 47	3.74
3)	Lal. 15290	8.5	7 47 9.8	+30 54 49	1.96
4)	Lal. 18115	7.5	9 7 34.7	+53 6 58	1.69
5)	ϑ Urs. maj.	3	9 26 10.3	+52 7 59	1.11
6)	Arg.-Oeltzen 10603	6.5	10 5 15.0	+49 57 37	1.45
7)	β Comae Ber.	4	13 7 12.5	+28 23 6	1.05
8)	31 Aquilae	5.5	19 20 12.0	+11 43 49	0.96
9)	Bradl. 3077	6	23 8 27.9	+56 36 58	2.08

Von Lal. 18115 sind beide Componenten beobachtet, so dass im Ganzen von 10 Sternen die Parallaxe bestimmt ist. Ursprünglich war auch Lal. 27298 mit in das Programm aufgenommen; da es aber bereits im zweiten Beobachtungshalbjahr nicht gelang, die zur Ableitung eines sicheren Resultates nöthige Zahl von Beobachtungen zu erhalten, wurde dieses Object wieder von der Beobachtungsliste gestrichen.

Im Nachstehenden ist zunächst das auf die Sterne 6, 8 und 9 bezügliche Beobachtungsmaterial behandelt.

Die Ausführung der Beobachtungen schliesst sich im Wesentlichen dem von Herrn Gill in den Memoirs of the royal astronomical society Vol. XLVIII Part. I 1884 angegebenen Verfahren an, dessen Schwerpunkt darin liegt, den Abstand des auf Parallaxe zu untersuchenden Sternes von zwei ihn einschliessenden Sternen zu bestimmen, die von ihm möglichst gleichen Winkelabstand haben und mit ihm möglichst nahe auf einem grössten Kreise liegen. Die Summe der gemessenen Distanzen ist bei passender Wahl der Sterne fast völlig frei vom Einflusse der Parallaxe des mittelsten Sternes resp. kann leicht deswegen corrigirt werden, während in die Differenzen der Distanzen dieser Einfluss in doppeltem Betrage eingeht. Unter der im Allgemeinen plausiblen Annahme, dass die Parallaxen der beiden Vergleichsterne, für welche man nur schwächere Objecte ohne Eigenbewegung verwenden darf, verschwindend klein sind, dient die Summe der Distanzen als Normalbogen und wird dazu benutzt, sämmtliche Differenzen der Distanzen auf einen gemeinsamen Scalenwerth zu reduciren und so unter einander vergleichbar zu machen.

Die Beobachtungen eines jeden Sternes sind über einen Zeitraum von mindestens zwei Jahren ausgedehnt worden und zwar sind dieselben wesentlich nur um die Zeit seiner grössten parallactischen Verschiebung gegen die ausgewählten Vergleichsterne angestellt worden.

Hier und im Folgenden bezeichne ich den Stern, dessen Parallaxe zu bestimmen ist, mit x, den in AR. vorausgehenden Vergleichstern mit y, den nachfolgenden mit z und verstehe unter xy und xz die Distanzen der betreffenden zwei Sterne.

Da der öftere Uebergang von einem Sternpaare auf das andere mit einem recht erheblichen Zeitaufwande verbunden ist und man

bei den mit electrischer Beleuchtung versehenen neueren Heliometern, bei denen die Glühlämpchen immer nur für die Dauer weniger Secunden brennen, wohl voraussetzen konnte, dass bei unveränderter Lage der Schnittlinie der Coincidenzpunkt der Scalen sicher 10 Minuten lang völlig unverändert bleibt, bin ich von dem GILL'schen Arrangement der Messungen etwas abgewichen. Die symmetrische Anordnung derselben habe ich natürlich beibehalten, da durch sie die Elimination der der Zeit proportionalen Aenderungen im Zustande des Instrumentes möglichst gewährleistet wird. In jeder Schieberstellung sind immer 2 Einstellungen mit entgegengesetztem Sinne der letzten Drehung vorgenommen worden. Das Messungsprogramm eines Abends war das folgende:

xy { 2 Einstellungen
Durchschrauben
2 Einstellungen

xz { 2 Einstellungen
Durchschrauben
2 Einstellungen

Positionskreis um 180° gedreht

xz { 2 Einstellungen
Durchschrauben
2 Einstellungen

xy { 2 Einstellungen
Durchschrauben
2 Einstellungen

Die wenigen Messungen, bei denen nur in einer Stellung des Positionskreises Beobachtungen erhalten werden konnten, haben bei der Ausgleichung halbes Gewicht bekommen.

Kurz vor Beginn der Messungen und unmittelbar nach der Drehung des Positionskreises um 180° wurden die Schieber ein grosses Stück hin und her bewegt, um etwaige im Objectivkopf vorhandene Spannungen auszulösen. Wenn möglich wurde mit der Reihenfolge der beiden zusammengehörigen Sternpaare an aufeinander folgenden Abenden abgewechselt oder bei Beibehaltung der alten Reihenfolge der Paare die Messungen in abwechselnder Reihenfolge der Positionswinkelablesungen ausgeführt.

Sämmtliche Messungen wurden unter Benutzung des Reversionsprismas vor dem Oculare angestellt und zwar in der Weise, dass immer bei der Bewegung der Distanzschraube die Verschiebung der Sterne für den Beobachter scheinbar in einem Verticalkreise erfolgt, d. h. immer senkrecht zur Verbindungslinie der Augen des Beobachters. Eine Drehung des Prismas um 90° fand während der Messungen nicht statt, auch nicht nach der Drehung des Positionskreises um 180°.

Das Blendrad am Objectivkopf enthält 3 Gitter, von denen das erste aus einer, das zweite aus zwei und das dritte aus drei Lagen der nämlichen Drahtgaze besteht. Die hinter dem Objectiv befindliche Blendklappe wurde nie benutzt; dieselbe stand bei allen Messungen so, dass sämmtliche das Objectiv passirenden Strahlen in das Auge des Beobachters gelangten. Absolute Gleichheit der Helligkeiten der Sterne herzustellen war daher nicht immer möglich, doch waren die Helligkeitsunterschiede bei Benutzung der Gitter nur geringe. Wo die Helligkeit der Objecte es erlaubte, wurde stets bei mässig erhelltem Felde beobachtet und das Auge immer auf das im Brennpunkte des Objectivs befindliche Fadenkreuz accommodirt.

Die Ocularscala wurde jeden Abend möglichst der jeweiligen Objectivtemperatur entsprechend eingestellt, während der 16 zu einem Beobachtungssatze gehörigen Einstellungen aber stets unverändert gelassen.

Auf Scala *A* wurde immer ein Strich, auf Scala *B* die beiden diesen einschliessenden Striche eingestellt; nur bei den Messungen von η Cassiopejae ist hiervon abgewichen, indem hier analog wie bei den Messungen des Polbogens verfahren wurde. Da zur Eliminirung der Theilungsfehler für jede Distanz die nämlichen Striche während der ganzen Messungsreihe beibehalten werden mussten, ist es in einigen Fällen vorgekommen, dass der Strich auf Scala *A*, der ursprünglich zwar zwischen beiden auf Scala *B*, aber doch schon sehr nahe dem einen derselben stand, infolge der Eigenbewegung von x oder auch schon infolge stark veränderter Refraction ausserhalb des auf *B* gemessenen Intervalls zu stehen kam. Für den Run wurden keine Mittelwerthe benutzt, sondern jede Einstellung mit ihrem individuellen Run reducirt, wie ihn die Trommelablesungen für die beiden Striche auf *B* lieferten. Die Mikrometerschraube des Scalenmikroskops diente

sonach nur dazu, die Lage des einen auf Scala *A* gewissermassen nur als Index benutzten Striches gegen zwei bestimmte Striche auf Scala *B* festzulegen.

Bildruhe und Bildschärfe sind in der nämlichen Weise wie beim Polbogen notirt.

Die Ablesungen an den Thermometern des Objectivkopfes, der Säule und dem im Spalte aufgehangenen Luftthermometer sind stets vor und nach jeder Messungsreihe, häufig auch noch nach der Drehung des Positionskreises vorgenommen worden. Die Barometerangaben wurden nach den Diagrammen eines Barographen aus den Terminbeobachtungen der Sternwarte interpolirt. Barometerstand und Lufttemperatur finden sich in der allgemeinen Zusammenstellung der meteorologischen Daten, die Kopftemperaturen (K) und die Differenzen zwischen der Temperatur am Kopf und an der Säule (S) sind für die Beobachtungszeiten der einzelnen Distanzen interpolirt und ihnen beigeschrieben worden.

Um einen genauen Einblick in das Verhalten des Heliometers zu ermöglichen, sind die gemessenen Distanzen vollständig reducirt worden. Die Reduction auf Normalstellung und auf 0° wurden mit den in der vorangehenden Untersuchung des Heliometers abgeleiteten Constanten berechnet. Eine Correction wegen Nichtcoincidenz der Bilder bei zusammengeschraubten Hälften ist nirgends erforderlich. Aberration und mittlere Refraction wurden für jede Sterndistanz tabulirt. Bei Berechnung der Refraction wurde das Glied in Δ^3 berücksichtigt. Die Refractionscorrection wurde nicht erst an das Mittel aus vier zusammengehörigen Einstellungen, sondern an jede einzelne Einstellung angebracht. Auf diese Weise erhält man einestheils mit nur ganz unerheblich grösserem Rechnungsaufwand die Refraction bei grösseren Zenithdistanzen schärfer, anderntheils ist man in der Lage, für jede gemessene Distanz den Coincidenzpunkt berechnen zu können.

Die Rechnungen sind durchweg so geführt, dass dieselben bis auf $0^{\text{p}}.0001$ sicher erscheinen; die vierte Decimale hat aber natürlich nur Rechnungswerth.

Wie bereits erwähnt wurde, ist der Betrag der Parallaxe aus den Differenzen $xy - xz$ bestimmt worden, die mit Hilfe der als unveränderlich angenommenen Summen $xy + xz$ auf einen gemein-

samen Scalenwerth reducirt sind. Bezeichnet man einen solchen einzelnen, auch wegen der Eigenbewegung von x reducirten Werth von $xy - xz$ mit D, mit D_0 das Mittel aus allen Einzelwerthen, so hat man zur Bestimmung der Parallaxe π von dem Sterne x Gleichungen von der Form

$$d + et + \cos(\odot - A)\,R\pi = D - D_0\,.$$

Hierin bedeutet d die Verbesserung von D_0, e eine Correction wegen des angenommenen Werthes der jährlichen Eigenbewegung, t die in Jahren ausgedrückte Zeit zwischen der Beobachtung und der gewählten Reductionsepoche, R den zur Sonnenlänge $\odot$ gehörigen Abstand der Erde und A eine von den Örtern der Sterne x, y und z abhängige Constante.

2. Bradley 3077.

Aeltere Bestimmungen der jährlichen Parallaxe von Bradl. 3077 liegen nicht vor. Beim Vorhandensein einer messbaren Parallaxe muss Bradl. 3077 im Laufe eines Jahres am Himmel eine Ellipse beschreiben, deren Halbachsen sich zu einander verhalten wie 10:8. Obgleich man sonach einen grossen Spielraum für die Richtungen hat, in denen die Wirkung der Parallaxe noch eine beträchtliche bleibt, so ist doch die Auswahl unter den passenden Vergleichsternen ziemlich beschränkt, wenn man nicht zu grossen Distanzen seine Zuflucht nehmen will. Ich habe als Vergleichstern ausgewählt

$$y\text{: B.D.} + 56^\circ 2956 \quad \text{und} \quad z\text{: B.D.} + 56^\circ 2978\,.$$

Diese beiden Vergleichsterne liegen mit x fast in einer Geraden, die nahezu mit der grossen Achse der parallactischen Ellipse zusammenfällt. Ungünstig ist nur der Umstand, dass die Differenz der Distanzen xy und xz gegen 42^p beträgt. Die Beobachtungen sind bei hellem Felde ausgeführt, x wurde dabei mit Gitter 1 abgeblendet.

Für die Vergleichsterne finden sich, bezogen auf 1890.0, die folgenden Catalogpositionen:

B. D. $+ 56^\circ 2956$	$8^m.5$	Epoche	
$23^h\ 5^m 20^s.11$	$+ 56^\circ 15'\ 4''.6$	1841.0	Rümker I 10859
20.09	4.9	1870.3	A.G.C. Helsingfors 13801

B. D. + 56°2978	$7^m.2$	Epoche	
$23^h 11^m 58^s.90$ + 57°2′50″.9		1840.0	Rümker I 10984
59.14	55.0	1841.7	Arg.-Oeltzen N. Z. 25369
58.87	53.4	1870.3	A. G. C. Helsingfors 13903

Eine Eigenbewegung ist sonach bei keinem der beiden Vergleichsterne angedeutet. Der weiteren Rechnung sind nur die Helsingforser Bestimmungen zu Grunde gelegt worden; den Ort von Bradl. 3077 habe ich direct dem Berliner Jahrbuch entnommen.

Bezeichnet man mit α_0 δ_0 p_0 Rectascension, Declination und Positionswinkel für die Mitte der Distanz, so hat man für 1891.0 zur Berechnung der Refraction

	xy	xz
α_0	346°40′.5	347°30′.2
δ_0	+ 56 24.7	+ 56 48.6
p_0	49 52.0	48 16.4
Δ	1729″ = 79^p.5	2633″ = 121^p.3

Auf die Aenderung dieser Grössen mit der Zeit, welche für p_0 im Jahre 2′ beträgt, braucht keine Rücksicht genommen zu werden. Mit den vorstehenden Werthen wurde die nachfolgende Tafel der mittleren Refraction berechnet, aus welcher für die Beobachtungszeiten die betreffenden Grössen durch lineare Interpolation entnommen wurden.

Mittlere Refraction.

t	xy	xz	t	xy	xz	t	xy	xz
$1^h 50^m$		0^p.0351						
2 0	0^p.0236	0355	$4^h 0^m$	0^p.0311	0^p.0468	$6^h 0^m$	0^p.0519	0^p.0779
10	0238	0360	10	0322	0485	10	0545	0818
20	0241	0365	20	0335	0503	20	0572	0860
30	0246	0371	30	0348	0522	30	0601	0904
40	0250	0378	40	0362	0543	40	0632	0950
50	0256	0386	50	0377	0566	50	0664	0998
3 0	0261	0394	5 0	0393	0591	7 0	0698	1049
10	0268	0404	10	0411	0617	10	0733	1102
20	0275	0414	20	0430	0646	20	0769	1158
30	0283	0426	30	0450	0676			
40	0292	0439	40	0471	0708			
50	0301	0453	50	0494	0742			

t	xy	xz	t	xy	xz
$18^h\ 0^m$	0ᵖ0241	0ᵖ0362	$20^h\ 0^m$	0ᵖ0252	0ᵖ0380
10	0243	0365	10	0251	0379
20	0245	0368	20	0250	0378
30	0247	0371	30	0249	0377
40	0248	0373	40	0248	0376
50	0250	0375	50	0247	0375
19 0	0251	0377	21 0	0246	0373
10	0251	0378	10	0245	0371
20	0252	0379	20	0243	0369
30	0252	0380			
40	0252	0380			
50	0252	0380			

Die Correction wegen Aberration wurde gleichfalls tabulirt. Für ihre Berechnung hat man den Ausdruck

$$xy:\ (5.9550)\,C - (6.3170)\,D\,, \qquad xz:\ (6.1568)\,C - (6.4963)\,D\,,$$

wo C und D die BESSEL'schen Tagesconstanten zur Reduction auf den scheinbaren Ort bezeichnen und die Correctionen in Scalentheilen ausgedrückt erscheinen.

Für die Eigenbewegung von Bradl. 3077 habe ich nach dem Berliner Jahrbuche angenommen $+ 0^s.2496$ und $+ 0''.286$. Hieraus ergiebt sich im Bogen grössten Kreises $2''.083$; der Positionswinkel der Eigenbewegung ist $82^\circ 6'$. Mit diesen Angaben findet man für die Correctionen, welche an die gemessenen Distanzen anzubringen sind, um sie auf die Epoche 1890.0 zu reduciren,

$$xy:\ -0^p.08128\,t\,, \qquad xz:\ +0^p.07926\,t\,;$$

t ist hierin in Jahren ausgedrückt und von 1890.0 an gerechnet.

In der nächsten Tabelle ist die Zusammenstellung der Beobachtungsresultate gegeben. Es bedeutet:

- Θ Beobachtungszeit in Sternzeit;
- G Lage des am Ende der Declinationsachse befindlichen Gegengewichts; f = Gewicht folgt, v = Gewicht voran;
- *Ocs* Ablesung der Ocularscala;
- P Ablesung des Positionskreises. Von den beiden um 180° von einander verschiedenen Ablesungen bezeichnet I stets die kleinere, II die grössere. Die Indexcorrection des Positionskreises beträgt ca. 91° bez. 271°;
- R Ruhe, S Schärfe der Sternbilder;

K Mittel der Ablesungen der beiden Kopfthermometer;
S Ablesung des Thermometers an der Säule;
$\varDelta_g$ die gemessene Distanz, wie sie direct durch Mittelung der vier zu einer Messung gehörigen Einstellungen folgt. Die Scalenablesungen sind lediglich wegen Run corrigirt;
Σc Correction wegen Refraction + Correction wegen Aberration + Reduction auf Normalstellung + Reduction auf 0°. Wo nöthig, ist hier auch die Correction wegen Nichtcoincidenz der Bilder mit einzubeziehen. Σc ist stets positiv;
RE Reduction wegen Eigenbewegung;
$\varDelta_r = \varDelta_g + \Sigma_c + RE =$ reducirte Distanz.
Für Σc und *RE* ist 0ᵖ.0001 die Einheit.

Die gemessenen Abstände zwischen Bradl. 3077 und den Vergleichsternen *y* und *z*.

1890		Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	$\varDelta_g$	Σc	RE	$\varDelta_r$
Juli	10	18ʰ 11ᵐ.4	f	10.19	I	2—3	3—2	+ 12°.7	— 2°.0	79ᵖ.5504	168	— 426	79ᵖ.5246
		18 33.6				3	2—3	+ 12.3	— 2.2	121.2264	250	+ 416	121.2930
		18 54.4			II	3	2	+ 11.9	— 2.4	121.2216	251	+ 416	121.2883
		19 19.6				3	2—3	+ 11.5	— 2.7	79.5523	166	— 426	79.5263
	13	18 32.1	f	10.18	I	2	2—1	+ 14.4	— 2.0	79.5567	168	— 433	79.5302
		18 54.1				3—2	2—1	+ 13.9	— 2.2	121.2232	251	+ 422	121.2905
		19 13.5			II	3—2	2—1	+ 13.5	— 2.4	121.2213	250	+ 422	121.2885
		19 35.4				3	2	+ 13.0	— 2.6	79.5478	165	— 433	79.5210
	14	17 18.4	f	10.18	II	2—3	3—2	+ 19.0	— 1.9	79.5393	144	— 435	79.5102
		17 36.0				3—2	3—2	+ 18.5	— 2.1	121.2280	216	+ 424	121.2920
		17 55.2			I	3	3	+ 18.0	— 2.3	121.2314	221	+ 424	121.2959
		18 12.6				3—2	3—2	+ 17.6	— 2.6	79.5475	150	— 435	79.5190
	16	18 20.9	f	10.18	I	2	2	+ 20.9	— 1.9	79.5519	145	— 439	79.5225
		18 35.8				2	2	+ 20.6	— 1.9	121.2315	219	+ 429	121.2963
		18 53.6			II	2	2	+ 20.2	— 2.0	121.2202	220	+ 429	121.2851
		19 11.4				2	2	+ 19.8	— 2.1	79.5491	147	— 439	79.5199
	26	17 52.0	f	10.19	II	2	2	+ 15.2	— 2.4	79.5415	155	— 462	79.5108
		18 12.0				3	2—3	+ 14.6	— 2.6	121.2182	233	+ 450	121.2865
		18 31.0			I	3—2	2—3	+ 14.0	— 2.8	121.2164	237	+ 450	121.2851
		18 46.2				2	2	+ 13.5	— 2.9	79.5530	182	— 462	79.5250
	31	18 33.1	f	10.25	I	2—1	2—1	+ 21.9	— 2.7	79.5472	107	— 473	79.5106
		18 49.9				2—1	2—1	+ 21.6	— 2.6	121.2289	162	+ 461	121.2912
		19 8.6			II	2	2—1	+ 21.4	— 2.5	121.2164	164	+ 461	121.2914
		19 23.4				2	2—1	+ 21.1	— 2.4	79.5581	111	— 473	79.5219
Aug.	13	18 41.5	f	10.20	II	3—2	2—3	+ 19.6	— 2.0	79.5590	133	— 502	79.5221
		19 2.5				3—2	3—2	+ 19.2	— 2.1	121.2127	200	+ 489	121.2816
		19 26.5			I	2—3	2—3	+ 18.7	— 2.1	121.2163	201	+ 489	121.2853
		19 42.9				2—3	2	+ 18.4	— 2.2	79.5552	132	— 502	79.5182

1890	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r
Aug. 18	18h 32m.8	f	10.20	I	2—3	2	+25°.5	—1°.3	79''.5505	118	— 513	79''.5110
	18 48.5				3—2	2—3	+25.0	—1.3	121.2243	178	+ 500	121.2921
	19 5.5			II	3—2	2—3	+24.5	—1.7	121.2140	175	+ 500	121.2815
	19 22.5				3	3	+24.0	—1.9	79.5568	116	— 513	79.5171
22	18 48.2	f	10.20	I	2—3	2	+19.4	—1.8	79.5578	135	— 522	79.5191
	19 4.6				3—2	2	+18.8	—2.1	121.2197	202	+ 509	121.2908
	19 24.2			II	3	2	+18.0	—2.4	121.2027	202	+ 509	121.2738
	19 40.8				3	2—3	+17.4	—2.7	79.5477	132	— 522	79.5087
1891												
Jan. 3	3 47.5	v	9.90	I	2	3—2	— 9.2	—2.1	79.5592	379	— 820	79.5151
	4 8.4				3—2	3	— 9.5	—2.2	121.1519	612	+ 799	121.2930
	4 30.3			II	3	3	— 9.9	—2.4	121.1484	676	+ 799	121.2959
	4 53.0				3	3	—10.3	—2.6	79.5635	509	— 820	79.5324
22	1 32.4	v	10.00	I	2—3	3—2	— 3.1	—0.9	79.5826	193	— 862	79.5157
	1 56.6				3—2	3—2	— 3.7	—1.2	121.1931	307	+ 840	121.3078
	2 20.2			II	3—2	3—2	— 4.4	—1.4	121.1899	332	+ 840	121.3071
	2 40.4				2—3	2—3	— 4.9	—1.6	79.5757	239	— 862	79.5134
29	1 57.4	v	10.00	I	2—3	2—3	+ 5.2	—0.1	121.1979	282	+ 856	121.3117
	2 21.0				2—3	3	+ 4.4	—0.6	79.5739	205	— 877	79.5067
	2 39.3			II	3	3	+ 3.9	—0.9	79.5832	219	— 877	79.5174
	3 0.2				2	2—3	+ 3.2	—1.3	121.1872	350	+ 856	121.3078
Febr. 5	2 47.1	v	10.00	II	3	2—3	+ 2.2	—1.4	121.1946	342	+ 871	121.3159
	3 5.3				3—2	2—3	+ 2.0	—1.3	79.5886	252	— 893	79.5245
	3 24.1			I	2—3	3	+ 1.7	—1.3	79.5708	277	— 893	79.5092
	3 42.3				2	2	+ 1.5	—1.3	121.1835	445	+ 871	121.3151
8	2 41.2	v	10.00	II	2—3	2	+ 1.7	—1.1	121.1850	344	+ 877	121.3071
	2 59.8				2	2	+ 1.3	—1.2	79.5894	252	— 900	79.5246
	3 20.1			I	2	2—3	+ 0.8	—1.3	79.5831	276	— 900	79.5207
	3 40.8				2	2	+ 0.3	—1.5	121.1796	445	+ 877	121.3118
10	3 8.6	v	10.00	II	2—1	1	+ 0.3	—0.4	79.5745	271	— 904	79.5112
	3 45.4				2	2	— 0.6	—1.1	121.1707	468	+ 882	121.3057
	4 9.1			I	2—3	2—3	— 1.3	—1.5	121.1681	527	+ 882	121.3090
	4 26.7				3—2	3—2	— 1.7	—1.8	79.5654	389	— 904	79.5139
Juli 6	18 13.0	f	10.29	I	3—2	2—3	+18.2	—1.6	79.6452	106	—1230	79.5328
	18 33.4				3—2	2—3	+17.6	—1.9	121.1573	157	+1199	121.2929
	18 57.7			II	3	3	+17.0	—2.3	121.1494	156	+1199	121.2849
	19 16.2				3	3	+16.5	—2.5	79.6438	104	—1230	79.5312
13	17 26.6	f	10.30	I	3	2—3	+17.3	—1.9	79.6441	99	—1245	79.5295
	17 47.2				3—2	2	+17.1	—2.0	121.1594	147	+1214	121.2955
	18 6.0			II	2—3	2	+16.8	—2.0	121.1598	153	+1214	121.2965
	18 36.9				2	3—2	+16.5	—2.2	79.6458	105	—1245	79.5318
16	18 32.4	f	10.30	I	3—2	2—3	+18.6	—1.7	121.1654	147	+1221	121.3022
	18 50.3				3—2	2—3	+18.3	—1.8	79.6488	100	—1251	79.5337
	19 9.6			II	3	2—3	+17.9	—1.9	79.6496	101	—1251	79.5346
	19 28.4				3—2	2—3	+17.6	—2.1	121.1473	146	+1221	121.2840
18	19 12.0	f	10.31	I	2	2	+19.0	—2.1	121.1588	138	+1225	121.2951
	19 29.3				2	2	+18.7	—2.2	79.6459	92	—1256	79.5295
	19 48.3			II	2	2	+18.5	—2.2	79.6387	91	—1256	79.5222
	20 10.4				2	2	+18.2	—2.2	121.1566	134	+1225	121.2925
21	17 39.3	f	10.31	I	3—2	2	+18.5	—2.4	121.1570	128	+1231	121.2929
	17 58.1				3—2	2	+18.2	—2.5	79.6451	91	—1263	79.5279
	18 16.4			II	3	2	+17.8	—2.6	79.6509	92	—1263	79.5338
	18 34.7				3	2—3	+17.4	—2.6	121.1566	139	+1231	121.2936

1891	ϑ	G	G₁	P	R	S	K	K—S	J_s	Σr	RE	J_r
Juli 23	17h 34.0	f	10.31	I	3	3—2	+17.8	—1.0	121.1567	146	—1235	121.2949
	17 55.2				3	3—2	+17.2	—1.4	79.6417	101	—1267	79.5251
	18 17.7			II	2—3	2—3	+16.6	—1.8	79.6337	102	—1267	79.5172
	18 36.7				3	2—3	+16.1	—2.2	121.1460	150	+1235	121.2845
Dec. 28	5 12.8	s	10.06	I	2	2—3	— 0.5	—1.5	121.0829	714	—1579	121.3122
	5 29.3				2	2	— 0.5	—1.5	79.6321	533	—1619	79.5235
	5 47.9			II	2	2	— 0.6	—1.6	79.6211	559	—1619	79.5151
	6 7.9				2	2	— 0.7	—1.6	121.0645	961	—1579	121.3185
1892												
Jan. 11	3 50.4	v	9.89	I	3	3	— 4.5	—2.1	121.0976	531	—1609	121.3116 a
	4 11.7				3	3	— 4.7	—2.1	79.6355	396	—1650	79.5134
13	3 29.0	s	9.89	I	2—3	2—1	— 4.3	—1.9	121.0997	458	—1613	121.3098
	3 49.5				2—3	2	— 4.5	—2.2	79.6514	357	—1654	79.5217
	4 9.3			II	2—3	3—2	— 5.2	—2.4	79.6463	390	—1654	79.5199
	4 27.3				2—3	3—2	— 5.6	—2.6	121.0959	627	+1613	121.3199
17	1 8.7	s	9.96	I	2	2	— 3.4	—1.0	79.6670	205	—1663	79.5212
	1 28.9				3—2	2—3	— 3.9	—1.2	121.1129	317	—1622	121.3068
	1 54.1			II	3—2	3—2	— 4.4	—1.4	121.1084	333	+1622	121.3041
	2 13.6				2—3	2—3	— 4.8	—1.6	79.6656	236	—1663	79.5229
19	1 14.4	s	9.90	I	3—2	2	— 3.5	—0.8	79.6659	232	—1667	79.5224
	1 32.1				2—3	2	— 3.9	—1.0	121.1096	357	+1626	121.3079
	1 52.5			II	2	2	— 4.3	—1.2	121.1090	371	+1626	121.3087
	2 12.3				2	2	— 4.6	—1.4	79.6640	260	—1667	79.5233
20	1 24.3	v	9.90	I	2—3	3	— 5.4	—1.3	121.1041	357	+1628	121.3026
	1 57.3				2—3	2—3	— 6.2	—1.7	79.6525	253	—1670	79.5108
	2 18.2			II	2—3	2	— 6.6	—2.0	79.6551	267	—1670	79.5148
	2 33.0				2	2	— 6.9	—2.2	121.1014	411	+1628	121.3053
21	1 30.1	v	9.80	II	2	2	—10.2	—2.0	121.1021	434	+1630	121.3085
	1 50.7				2	2	—10.5	—2.2	79.6475	297	—1672	79.5100 } b
	2 14.1			I	2	2	—10.8	—2.3	79.6480	313	—1672	79.5121
	2 36.2				2	2	—11.1	—2.5	121.0971	493	+1630	121.3094
März 4	5 30.9	v	9.90	II	2	2—1	— 2.6	—1.0	121.0455	900	+1724	121.3079
	5 50.5				2	2	— 3.2	—1.4	79.6331	670	—1768	79.5233
	6 9.8			I	2	2	— 3.8	—1.9	79.6294	737	—1768	79.5263
	6 33.0				3—2	2	— 4.4	—2.5	121.0218	1222	+1724	121.3164
Juli 11	17 48.8	f	10.26	I	2—3	2—3	+16.0	—2.8	79.7285	111	—2055	79.5341
	18 6.8				2—3	2—3	+15.7	—2.9	121.0712	167	+2004	121.2883
	18 27.5			II	2—3	3—2	+15.4	—2.9	121.0711	172	+2004	121.2887
	18 48.6				2—3	3—2	+15.1	—3.0	79.7235	116	—2055	79.5296
25	19 13.5	f	10.21	I	2—3	3	+15.8	—1.5	121.0657	220	+2034	121.2911
	19 32.2				2—3	2—3	+15.3	—1.7	79.7237	145	—2086	79.5296
	19 49.3			II	2	2	+14.7	—1.9	79.7189	143	—2086	79.5246
	20 11.0				2—3	2—3	+14.0	—2.2	121.0632	213	+2034	121.2879
26	17 55.6	f	10.29	I	2—1	2—1	+18.8	—1.9	79.7288	100	—2088	79.5300
	18 13.7				2	2	+18.4	—2.1	121.0748	148	+2036	121.2932
	18 34.4			II	2—3	2—3	+18.0	—2.3	121.0726	151	+2036	121.2913 } c
	19 12.0				2—3	3—2	+17.3	—2.6	79.7301	101	—2088	79.5314

a) Die Sterne sind zeitweilig gar nicht zu sehen.

b) Trotz der Kälte gute Bilder und bequemes Beobachten.

c) Oft durch Wolken unterbrochen.

1892	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r
Juli 27	$17^h 47^m.6$	f	10.29	II	2—1	2—1	+ 19°.8	—2°.9	$79^P.7261$	88	—2091	$79^P.5258$
	18 2.5				2—1	2	+ 19.4	— 3.2	121.0740	130	+2038	121.2908
	18 21.3			I	2	2—1	+ 18.9	— 3.5	121.0765	131	+2038	121.2934
	18 38.0				2	2—1	+ 18.4	— 3.7	79.7321	90	—2091	79.5320
28	17 43.0	f	10.30	II	3—2	2—3	+ 22.9	— 1.9	121.0777	117	+2041	121.2935
	18 2.6				3—2	3	+ 22.4	— 2.2	79.7314	82	—2093	79.5303
	18 24.1			I	2—3	2—3	+ 21.8	— 2.5	79.7230	84	—2093	79.5221
	18 42.5				3—2	2	+ 21.2	— 2.7	121.0768	125	+2041	121.2934
29	17 38.4	f	10.30	II	3	2—3	+ 23.5	— 2.4	79.7279	74	—2095	79.5258
	17 54.7				3—2	2	+ 23.0	— 2.7	121.0750	108	+2043	121.2901
	18 12.3			I	2—3	2	+ 22.5	— 2.9	121.0789	112	+2043	121.2944
	18 26.6				2	2	+ 22.0	— 3.1	79.7385	77	—2095	79.5367
1893 Jan. 7	1 23.4	v	9.90	I	2—3	3—2	— 8.6	— 1.6	79.7361	245	—2455	79.5151
	1 44.7				2—3	3	— 8.8	— 1.7	121.0278	381	+2394	121.3053
	2 13.0			II	3—2	3	— 9.1	— 1.7	121.0325	409	+2394	121.3128
	2 38.2				3—2	3	— 9.4	— 1.8	79.7483	296	—2455	79.5324
23	2 48.0	v	9.90	I	2—1	2	— 6.0	— 1.6	79.7422	290	—2491	79.5221
	3 5.3				3—2	3—2	— 6.5	— 1.8	121.0181	459	+2429	121.3069
	3 26.0			II	2—3	2	— 7.0	— 2.2	121.0203	495	+2429	121.3127
	3 41.9				2	2—3	— 7.4	— 2.4	79.7407	356	—2491	79.5272
28	2 20.9	v	10.00	II	2—3	2—3	— 0.1	— 1.0	121.0312	320	+2440	121.3072
	2 40.7				3—2	2—3	— 0.6	— 1.3	79.7396	232	—2502	79.5126
	3 2.6			I	3—2	2—3	— 1.2	— 1.6	79.7515	253	—2502	79.5266
	3 23.5				3—2	2—3	— 1.7	— 1.8	121.0306	410	+2440	121.3156
29	2 5.9	v	10.00	II	2—3	2—3	+ 0.2	— 0.6	79.7496	207	—2504	79.5199 }a
	2 24.0				2—3	2—3	— 0.1	— 0.8	121.0351	325	+2442	121.3118 }a
	2 43.6			I	3—2	2—3	— 0.5	— 0.9	121.0351	349	+2442	121.3142 }a
	3 3.8				3—2	3—2	— 0.8	— 1.1	79.7532	255	—2504	79.5283 }a
Febr. 6	3 1.2	v	10.00	II	2	2	— 1.5	— 0.5	79.7481	269	—2522	79.5228
	3 18.0				2—3	2—3	— 2.1	— 0.9	121.0260	424	+2459	121.3143
	3 40.5			I	2—3	2—3	— 2.9	— 1.5	121.0174	466	+2459	121.3099
	3 58.4				3—2	2—3	— 3.5	— 1.9	79.7327	343	—2522	79.5148

a) Die Feldbeleuchtung musste sehr hell gehalten werden, da sie sonst auslöschte; auch so flackerte das Licht noch sehr.

Von diesen 40 Beobachtungen hat die eine, 1892 Januar 11, nur halbes Gewicht, da die Messungen nur in einer Lage des Positionskreises erhalten sind. Bei der Ausgleichung habe ich diese Beobachtung fortgelassen; ihre Mitnahme würde das Endresultat in keiner Weise ändern.

Für die Positionswinkel an Bradl. 3077, die man zur Berechnung des Einflusses der Parallaxe auf die Distanzen braucht, hat man für 1891.0 die Werthe xy: $230° 8'.7$, xz: $47° 51'.5$.

Hiermit erhält man für die Parallaxe in Distanz

$$\text{bei } xy \quad 0.9997\pi R \cos(\odot - 110° 24'.2),$$

$$\text{bei } xz \quad 1.0000\pi R \cos(\odot - 292° 16'.0).$$

Für den Einfluss der Parallaxe auf die Summe und die Differenz der gemessenen Distanzen findet man dann

$$xy + xz: \quad 0.0325\,\pi\, R \cos(\odot - 20^\circ\, 54'.8),$$
$$xz - xy: \quad 1.9995\,\pi\, R \cos(\odot - 291^\circ\, 20'.1).$$

Die Wirkung der Parallaxe auf die Differenz ist im vorliegenden Falle daher am stärksten Mitte Januar und Mitte Juli.

Eine Correction der Grössen $xy + xz$ für Parallaxe ist nicht erforderlich. Eine vorläufige Rechnung ergab $\pi = 0^p.0059$; der Ausdruck $0.0325\,\pi\, R \cos(\odot - 20^\circ\, 54'.8)$ würde daher nur für März 4 den Betrag $0^p.0002$ erreichen, sonst aber immer unter $0^p.0001$ bleiben. Der Einfluss dieser Correction ist sonach ohne jeden Belang.

Die 39 zur Ausgleichung benutzten Messungen ergeben folgende Mittelwerthe für $xy + xz$ und $xz - xy$:

$$S_0 = 200^p.8213$$
$$D_0 = 41.7769.$$

Bezeichnet man einen beliebigen Einzelwerth von $xy + xz$ mit S, so hat man demnach an das zugehörige $xz - xy$ die Correction $c_s = \frac{D_0}{S_0}(S_0 - S) = 0.208\,(S_0 - S)$ anzubringen, um die Differenz der Distanzen auf den Mittelwerth S_0 zu reduciren. Im Maximum beträgt c_s $0^p.0043$.

Die nachfolgende Tabelle ist hiernach ohne Weiteres verständlich.

			xy	xz	$xy + xz$	$xz - xy + c_s$
1890	Juli	10	79ᵖ5254	121ᵖ2906	200ᵖ8160	41ᵖ7663
		13	5256	2895	8151	7652
		14	5146	2939	8085	7820
		16	5212	2907	8119	7715
		26	5179	2858	8037	7716
		31	5162	2913	8075	7780
	Aug.	13	5201	2834	8035	7668
		18	5140	2868	8008	7771
		22	5139	2823	7962	7736
1891	Jan.	3	5237	2944	8181	7714
		22	5145	3074	8219	7928
		29	5120	3097	8217	7976
	Febr.	5	5168	3155	8323	7964
		8	5226	3094	8320	7846
		10	5125	3073	8198	7951

			xy	xz	$xy + xz$	$xz - xy + c_s$
1891	Juli	6	79^{p}5320	121^{p}2889	200^{p}8209	41^{p}7570
		13	5306	2960	8266	7643
		16	5341	2931	8272	7578
		18	5258	2938	8196	7684
		21	5308	2932	8240	7618
		23	5211	2897	8108	7708
	Dec.	28	5208	3153	8361	7914
1892	Jan.	11	[5134]	[3116]	[8250]	[7982]
		13	5203	3148	8351	7916
		17	5220	3054	8274	7821
		19	5228	3083	8311	7835
		20	5128	3039	8167	7921
		21	5110	3090	8200	7983
	März	4	5248	3121	8369	7841
	Juli	11	5318	2885	8203	7569
		25	5271	2895	8166	7634
		26	5307	2922	8229	7612
		27	5289	2921	8210	7633
		28	5262	2934	8196	7676
		29	5312	2922	8234	7606
1893	Jan.	7	5237	3090	8327	7829
		23	5246	3098	8344	7825
		28	5196	3114	8310	7898
		29	5241	3130	8371	7856
	Febr.	6	5188	3121	8309	7913

Aus diesen Werthen ergeben sich die nachfolgenden Bedingungsgleichungen, in denen für das absolute Glied n die Einheit 0^{p}0001 ist. Als Einheit der Zeit ist das Jahr angenommen. Unter v sind die nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler (Beob. — Rech.) beigefügt.

Bedingungsgleichungen	v
$x + 0.524\,e - 2.030\,\pi = - 106$	$- 34$
$x + 0.532 - 2.032 = - 117$	$- 44$
$x + 0.535 - 2.032 = + 51$	$+ 124$
$x + 0.541 - 2.029 = - 54$	$+ 19$
$x + 0.568 - 1.982 = \quad 53$	$+ 18$
$x + 0.582 - 1.938 = + 11$	$+ 80$
$x + 0.617 - 1.760 = - 101$	$- 42$
$x + 0.631 - 1.668 = + 2$	$+ 55$
$x + 0.642 - 1.586 = - 33$	$+ 16$

Bedingungsgleichungen	v
$x + 1.009\,e + 1.946\,\pi = - 55$	$- 212$
$x + 1.060 + 1.931 = + 159$	$+ 4$
$x + 1.079 + 1.871 = + 207$	$+ 57$
$x + 1.099 + 1.782 = + 195$	$+ 51$
$x + 1.107 + 1.737 = + 77$	$- 64$
$x + 1.112 + 1.702 = + 182$	$+ 43$
$x + 1.513 - 2.018 = - 199$	$- 93$
$x + 1.532 - 2.032 = - 126$	$- 18$
$x + 1.540 - 2.030 = - 191$	$- 82$
$x + 1.546 - 2.025 = - 85$	$+ 23$
$x + 1.554 - 2.015 = - 151$	$- 44$
$x + 1.559 - 2.004 = - 61$	$+ 46$
$x + 1.992 + 1.905 = + 145$	$+ 25$
$x + 2.035 + 1.966 = + 147$	$+ 24$
$x + 2.046 + 1.957 = + 52$	$- 70$
$x + 2.051 + 1.949 = + 66$	$- 55$
$x + 2.054 + 1.944 = + 152$	$+ 31$
$x + 2.057 + 1.939 = + 214$	$+ 94$
$x + 2.175 + 1.185 = + 72$	$+ 3$
$x + 2.528 - 2.032 = - 200$	$- 58$
$x + 2.567 - 1.986 = - 135$	$+ 6$
$x + 2.569 - 1.979 = - 157$	$- 16$
$x + 2.572 - 1.971 = - 136$	$+ 4$
$x + 2.575 - 1.962 = - 93$	$+ 47$
$x + 2.577 - 1.953 = - 163$	$- 24$
$x + 3.021 + 1.962 = + 60$	$- 28$
$x + 3.065 + 1.920 = + 56$	$- 28$
$x + 3.078 + 1.876 = + 129$	$+ 48$
$x + 3.081 + 1.865 = + 87$	$+ 7$
$x + 3.103 + 1.760 = + 144$	$+ 71$

Macht man diese Gleichungen durch die Substitutionen

$$y = (0.4918)\,e$$
$$z = (0.3080)\,\pi$$

und durch Einführung von 214 als Einheit für die rechten Seiten homogen, so folgen aus ihnen die Normalgleichungen

$$39.0000\,x + 21.2775\,y - 3.8714\,z = - 0.0374$$
$$21.2775\,x + 14.5870\,y + 1.2780\,z = + 0.4554$$
$$- 3.8714\,x + 1.2780\,y + 34.4810\,z = + 18.4409$$

Aus diesen ergiebt sich schliesslich

$$x = +\,0^p\!.0072 \pm 0^p\!.00237$$
$$e = -\,0.0035 \pm 0.00124 \qquad \Sigma vv = 0.00142$$
$$\pi = +\,0.0062 \pm 0.00056$$

Wir haben somit

$$\pi = +\,0''\!.13 \pm 0''\!.012.$$

Der m. F. einer Bedingungsgleichung findet sich zu

$$\pm\,0^p\!.00628 = \pm\,0''\!.14.$$

Zur Controle habe ich eine zweite Auflösung der ursprünglichen Bedingungsgleichungen vorgenommen, indem ich dieselben in sechs Normalorte, entsprechend den Beobachtungsepochen, zusammenzog. Es ergeben sich auf diese Weise die sechs Gleichungen

$$x + 0.57\,e - 1.89\,\pi = -\ \ 44$$
$$x + 1.08\,e + 1.83\,\pi = +\,127$$
$$x + 1.54\,e - 2.02\,\pi = -\,135$$
$$x + 2.06\,e + 1.84\,\pi = +\,121$$
$$x + 2.56\,e - 1.98\,\pi = -\,147$$
$$x + 3.07\,e + 1.88\,\pi = +\ \ 95$$

deren Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate schliesslich ergiebt

$$x = +\,0^p\!.0067 \pm 0^p\!.00249$$
$$e = -\,0.0033 \pm 0.00125$$
$$\pi = +\,0.0063 \pm 0.00056$$

oder fast genau wie oben

$$\pi = +\,0''\!.14 \pm 0''\!.012.$$

Für den m. F. eines Normalortes, der auf 5 bis 9 Beobachtungsabenden beruht, findet sich $\pm\,0^p\!.00249 = \pm\,0''\!.054$.

2. Arg.-Oeltzen 10603.

Eine ältere Bestimmung der Parallaxe dieses Sternes ist nicht vorhanden. Das Verhältniss der Achsen in der von Arg.-Oeltzen 10603 beschriebenen parallaktischen Ellipse ist 10:6; um auch eine kleine Parallaxe dieses Sternes noch nachweisen zu können, ist es daher erforderlich, die Vergleichsterne möglichst nahe der grossen Achse

dieser Ellipse auszusuchen. Die Auswahl unter den hier vorhandenen Sternen ist nur eine geringe, in kleinem Abstande von Arg.-Oeltzen 10603 sind überhaupt keine mit dem Heliometer messbaren Sterne vorhanden. Am günstigsten liegen noch die beiden Sterne B.D. $+50^\circ 1707$ und B.D. $+49^\circ 1946$, welche ich auch als Vergleichsterne benutzt habe. Während der erstere nach der Durchmusterung $6^m.7$ ist, also fast ganz gleich hell mit Arg.-Oeltzen 10603, ist letzterer nur $9^m.1$; es ergab sich hieraus die Nothwendigkeit, die Messungen durchweg bei dunklem Felde auszuführen. Bei der Vergleichung mit $+49^\circ 1946$ wurde das Blendgitter I vorgeschlagen.

Von den beiden Vergleichsternen liegen ausser den Positionen nach Arg.-Oeltzen auch noch neuere Bestimmungen vor. Auf 1891.0 reducirt hat man

		Epoche	
$y =$ B. D. $+50^\circ 1707$			
$9^h 56^m 10^s.71$	$+50^\circ 38' 7''.2$	1843.2	Arg.-Oeltzen 10458
10.96	5.0	1873.2	A. G. C. Cambridge 3549
$z =$ B. D. $+49^\circ 1946$			
$10^h 13^m 45^s.75$	$+49^\circ 9' 34''.0$	1843.2	Arg.-Oeltzen 10740
45.82	33.4	1877.9	A. G. C. Bonn 7562

Eine ausgesprochene Eigenbewegung, welche sich bei einer Epochendifferenz von 30 bez. 35 Jahren deutlich zeigen müsste, ist sonach nicht vorhanden. Der weiteren Rechnung liegen die Positionen des A.G.C. zu Grunde. Für Arg.-Oeltzen 10603 habe ich nach PORTER angenommen

$$10^h 4^m 41^s.75 + 50^\circ 0' 19''.8 \text{ m. Aequ. } 1891.0 .$$

Zur Berechnung der Refraction hat man für die Mitten der Distanzen, bezogen auf 1891.0, die Werthe

	xy	xz
α_0	$150^\circ 7'.0$	$152^\circ 19'.0$
δ_0	$+50\ 19.5$	$+49\ 35.3$
p_0	$114\ 50.5$	$119\ 55.7$
Δ	$89'.84 = 248^p.1$	$101'.73 = 280^p.9.$

Da die Messungen sich theilweise bis zu 74° Zenithdistanz erstreckten, wurde auf das von der dritten Potenz der Entfernung abhängige Glied der Refraction Rücksicht genommen; indessen betrug der Einfluss desselben selbst für xz nur $0^p.0008$. Die mittlere Refraction wurde tabulirt und der nachfolgenden Tafel entnommen.

Mittlere Refraction.

t	xy	xz	t	xy	xz
$1^h 50^m$		$0\overset{p}{.}0823$	$15^h 0^m$		$0\overset{p}{.}5898$
			10	$0\overset{p}{.}4260$	5620
2 0	$0\overset{p}{.}0743$	0830	20	4087	5345
10	0750	0837	30	3914	5072
20	0758	0844	40	3742	4807
30	0767	0852	50	3571	4549
40	0775	0860			
50	0784	0868	16 0	3402	4301
			10	3239	4063
3 0	0794	0876	20	3081	3837
10	0803	0884	30	2929	3621
20	0813	0892	40	2783	3417
30	0823	0900	50	2643	3225
40	0832	0908			
50	0842	0916	17 0	2510	3044
			10	2383	2874
4 0	0852	0924	20	2263	2714
10	0862	0931	30	2150	2565
20	0871	0938	40	2043	2425
30	0880	0945	50	1942	2294
40	0889	0951			
50	0898	0956	18 0	1847	2172
			10	1758	2059
5 0	0906	0961	20	1675	1953
10	0913	0965	30	1596	1855
20	0920		40	1523	1764

In Scalentheilen ausgedrückt hat man für die Correction wegen Aberration

$$\underset{xy}{(6.8945)\,C + (6.8234)\,D} \quad \text{und} \quad \underset{xz}{(6.9345)\,C + (6.8931)\,D},$$

wo mit C und D die Tagesconstanten zur Berechnung des scheinbaren Ortes nach BESSEL bezeichnet sind. Die Correction in Aberration wurde für die betreffenden Stellen von vier zu vier Tagen berechnet und dann von Tag zu Tag interpolirt.

Für die jährliche Eigenbewegung habe ich nach PORTER angenommen $-0\overset{s}{.}140$ und $-0\overset{''}{.}52$ oder im Bogen grössten Kreises $1\overset{''}{.}446$. Für 1891.0 ist der Positionswinkel der Eigenbewegung $248^\circ 56'$. Hieraus ergeben sich, in Scalentheilen ausgedrückt, als Correctionen der gemessenen Distanzen wegen Eigenbewegung pro Jahr

$$xy\colon\ +0\overset{p}{.}04564 \quad \text{und} \quad xz\colon\ -0\overset{p}{.}04269\,.$$

Als Epoche für die Reduction ist 1890.0 angenommen worden. Die Beobachtungsresultate gebe ich in der nämlichen Form wie bei Bradl. 3077. Die Grösse Σc ist auch hier durchweg positiv bis auf den zweiten Werth bei 1890 Mai 23.

Die gemessenen Distanzen zwischen Arg.-Oeltzen 10603 und den Vergleichsternen *y* und *z*.

1890	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K—S$	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
Mai 17	14ʰ 1ᵐ.9	v	10.30	II	3	3	+ 14°.9	— 2°.7	248ᴾ.1787	84	+ 172	248ᴾ.2043	
	14 29.1				3	3	+ 14.3	— 2.8	280.8920	71	— 161	280.8830	
	14 53.1			I	3—4	3—4	+ 13.8	— 2.8	280.8816	90	— 161	280.8745	
	15 19.4				3—4	3	+ 13.2	— 2.9	248.1517	162	+ 172	248.1851	
18	12 50.5	v	10.30	II	3	2—3	+ 17.1	— 2.0	248.1889	8	+ 173	248.2070	
	13 13.9				2—3	2—3	+ 16.5	— 2.2	280.8870	1	— 162	280.8709	
	13 41.1			I	2—3	2—3	+ 15.9	— 2.4	280.9073	25	— 162	280.8936	
	14 1.5				2—3	2—3	+ 15.5	— 2.6	248.1803	77	+ 173	248.2053	
19	12 41.0	v	10.30	II	2	2	+ 17.6	— 1.1	248.1874	20	+ 174	248.2068	
	13 0.7				2	2	+ 17.1	— 1.4	280.8870	9	— 163	280.8716	
	13 20.6			I	2	2	+ 16.6	— 1.7	280.8962	23	— 163	280.8822	
	13 41.4				3—2	2	+ 16.0	— 2.0	248.1777	70	+ 174	248.2021	
23	12 55.0	v	10.30	II	3—2	2	+ 18.9	— 2.1	248.1959	3	+ 179	248.2141	
	13 12.5				2	2	+ 18.6	— 2.2	280.8923	—12	— 168	280.8743	a
	13 29.9			I	2	2—3	+ 18.3	— 2.3	280.8991	3	— 168	280.8826	
	13 50.6				3—2	2—3	+ 17.9	— 2.5	248.1723	57	+ 179	248.1959	
24	12 48.6	v	10.30	II	2	2	+ 16.4	— 2.4	248.1897	17	+ 181	248.2095	b
	13 8.6				2	2	+ 16.0	— 2.5	280.8901	8	— 169	280.8740	b
	13 29.4			I	2	2	+ 15.6	— 2.6	280.8810	27	— 169	280.8668	b
	13 53.2				2	2	+ 15.2	— 2.7	248.1761	85	+ 181	248.2027	b
Oct. 11	1 16.8	f	10.20	I	3—2	3	+ 10.6	— 1.5	280.3509	5476	— 331	280.8654	
	1 39.2				3	2—3	+ 10.4	— 1.6	247.8548	3568	+ 354	248.2470	
	1 59.5			II	3—2	2—3	+ 10.2	— 1.7	247.8622	3219	+ 354	248.2195	
	2 19.8				2—3	2—3	+ 10.1	— 1.8	280.5376	3829	— 331	280.8874	
13	3 18.6	f	10.20	I	2	2—3	+ 8.4	— 1.8	280.6219	2694	— 334	280.8579	
	3 44.7				3—2	2	+ 8.0	— 1.9	248.0091	1830	+ 357	248.2278	
	4 7.7			II	3—2	2	+ 7.7	— 2.0	248.0212	1609	+ 357	248.2178	
	4 35.0				—	—	+ 7.3	— 2.2	280.7243	1696	— 334	280.8605	
14	1 45.4	f	10.20	II	3	2—1	+ 9.1	— 2.6	247.8472	3444	+ 358	248.2274	
	2 11.7				2—3	3—2	+ 8.8	— 2.7	280.5051	4007	— 335	280.8723	
	2 35.0			I	2—3	3—2	+ 8.5	— 2.7	280.5597	3475	— 335	280.8737	
	2 57.0				3	2	+ 8.2	— 2.8	247.9535	2343	+ 358	248.2236	
Nov. 16	2 46.3	f	10.00	II	3	2	+ 2.2	— 2.0	247.8802	2891	+ 399	248.2092	
	3 6.6				3—2	2—3	+ 1.9	— 2.1	280.5487	3316	— 373	280.8430	
	3 34.6			I	3	3—2	+ 1.5	— 2.2	280.6290	2844	— 373	280.8761	
	4 3.5				3	2	+ 1.1	— 2.3	247.9992	1985	+ 399	248.2376	
1891 April 27	13 35.5	v	10.11	I	2	2	+ 7.7	— 2.4	280.9155	333	— 564	280.8924	
	13 55.8				3—2	2	+ 7.4	— 2.4	248.1192	353	+ 603	248.2148	
	14 17.9			II	3	2	+ 7.2	— 2.5	248.1239	374	+ 603	248.2216	
	14 40.8				2	2—3	+ 6.9	— 2.6	280.9120	388	— 564	280.8944	

a) Σc hat hier das negative Zeichen.

b) Mond für Stern *z* sehr störend; *z* im Anfang nur sehr schwer zu sehen.

1891	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K-S$	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
April 29	$11^h 59^m.9$	v	10.10	II	2—3	3—2	+ 9°.6	— 1°.7	280ᵖ.9089	276	— 566	280ᵖ.8799	
	12 20.5				2—3	2	+ 9.1	— 1.9	248.1275	273	+ 606	248.2154	
	12 45.0			I	3—2	2	+ 8.6	— 2.2	248.1128	293	+ 606	248.2027	
	13 5.0				3—2	2—3	+ 8.1	— 2.4	280.9115	321	— 566	280.8870	
30	12 15.9	v	10.11	II.	3—2	2—1	+ 16.3	0.0	248.1256	229	+ 607	248.2092	
	12 37.0				2—3	2—3	+ 15.7	— 0.4	280.9184	249	— 567	280.8866	
Mai 4	12 5.7	v	10.11	II	2—3	2—3	+ 14.4	— 1.5	248.1288	205	+ 612	248.2105	
	12 36.2				2—3	3	+ 13.7	— 1.8	280.9235	236	— 572	280.8899	
	13 3.0			I	2—3	3	+ 13.0	— 2.1	280.9063	257	— 572	280.8748	
	13 25.9				2—3	2—3	+ 12.5	— 2.4	248.1224	274	+ 612	248.2110	
5	12 21.4	v	10.10	I	3	3	+ 12.0	— 2.2	248.1316	243	+ 613	248.2172	
	12 44.6				2—3	3—2	+ 11.5	— 2.3	280.9006	273	— 573	280.8706	
	13 9.0			II	2—3	3	+ 11.0	— 2.5	280.9210	291	— 573	280.8928	
	13 35.8				3	3	+ 10.4	— 2.7	248.1247	313	+ 613	248.2173	
6	12 22.6	v	10.11	II	2	3—2	+ 14.4	— 1.2	280.9235	235	— 574	280.8896	
	12 43.7				2	2	+ 13.8	— 1.5	248.1221	243	+ 614	248.2078	
	13 4.5			I	2	2	+ 13.2	— 1.8	248.1202	261	+ 614	248.2077	
	13 27.2				2	3—2	+ 12.6	— 2.1	280.9137	280	— 574	280.8843	a
Oct. 28	2 0.0	f	10.10	II	2	3	+ 2.1	— 1.9	280.4842	4665	— 778	280.8729	
	2 21.8				2—3	2	+ 1.8	— 2.2	247.8355	3141	+ 832	248.2328	
	2 39.8			I	2—3	2	+ 1.5	— 2.4	247.8632	2875	+ 832	248.2339	
	2 57.8				2—3	3	+ 1.2	— 2.6	280.6246	3331	— 778	280.8799	
Nov. 2	2 19.6	f	10.10	II	2—3	2—3	+ 1.3	— 1.6	280.5416	4239	— 784	280.8871	
	2 39.7				3	2	+ 1.0	— 1.6	247.8695	2921	+ 838	248.2454	
	3 0.2			I	3	2	+ 0.7	— 1.7	247.8938	2629	+ 838	248.2405	
	3 22.2				2—3	3—2	+ 0.4	— 1.8	280.6655	2954	— 784	280.8825	
5	2 17.0	f	10.00	I	3	3	— 1.7	— 1.9	280.5123	4503	— 787	280.8839	b
	2 45.0				3	2—3	— 2.3	— 2.1	247.8618	3008	+ 842	248.2468	b
	3 7.1			II	3	2	— 2.6	— 2.2	247.8747	2697	+ 842	248.2286	b
	3 30.3				3—2	2—3	— 2.7	— 2.4	280.6574	2999	— 787	280.8786	b
7	2 34.8	f	10.00	I	3	3	— 1.2	— 1.6	247.8350	3139	+ 844	248.2333	
	3 2.5				3	3	— 1.7	— 1.7	280.6223	3475	— 790	280.8908	
	3 24.0			II	3	3	— 1.9	— 1.7	280.6482	3093	— 790	280.8785	
	3 44.7				3	2—3	— 2.0	— 1.8	247.9350	2234	+ 844	248.2428	
28	3 5.6	f	10.00	I	3—2	2	— 0.4	— 2.0	247.8859	2629	+ 870	248.2358	
	3 27.3				2	2	— 0.6	— 2.1	280.6873	2961	— 814	280.9020	
	3 49.8			II	2	2	— 0.9	— 2.1	280.7028	2626	— 814	280.8840	
	4 12.2				2	2	— 1.1	— 2.2	247.9665	1905	+ 870	248.2440	
Dec. 2	2 59.2	f	10.00	I	3—2	2—3	+ 0.5	— 1.4	247.8592	2696	+ 875	248.2163	
	3 18.3				2	3	+ 0.4	— 1.5	280.6519	3083	— 819	280.8783	
	3 40.4			II	2	3	+ 0.2	— 1.6	280.6997	2738	— 819	280.8916	
	4 2.5				2	2	+ 0.1	— 1.7	247.9519	1974	+ 875	248.2368	
1892 April 23	13 39.7	v	10.10	I	2—3	2—3	+ 9.7	— 0.9	248.0601	374	+ 1055	248.2030	
	13 58.9				2	2	+ 9.3	— 1.2	280.9488	395	— 987	280.8896	
	14 19.0			II	2	2	+ 8.8	— 1.4	280.9493	411	— 987	280.8917	
	14 38.1				2	2	+ 8.4	— 1.7	248.0633	423	+ 1055	248.2111	

a) Wegen plötzlicher totaler Bewölkung in der zweiten Schieberstellung nur eine Einstellung erlangt.

b) Sterne häufig ganz unruhig und zerfahren.

1892	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r
April 24	12ʰ 48ᵐ.1	v	10.10	II	2	2	+ 7°.4	— 0°.8	248ᴾ.0765	350	+1057	248ᴾ.2172
	13 10.9				2	2	+ 6.9	— 1.0	280.9524	389	— 988	280.8925
	13 37.9	v	10.10	I	2	2—3	+ 6.3	— 1.4	280.9417	407	— 988	280.8836
	14 1.8				2—3	2	+ 5.8	— 1.7	248.0683	416	+1057	248.2156
Mai 3	12 12.0	v	10.10	II	2—3	3—2	+ 9.7	— 1.0	280.9769	294	— 999	280.9064
	12 30.8				3—2	3—2	+ 9.3	— 1.2	248.0828	292	+1068	248.2188
7	12 51.6	v	10.10	II	2—3	2	+ 5.1	— 2.6	248.0710	335	+1073	248.2118
	13 24.2				2	2	+ 4.6	— 2.8	280.9558	375	—1003	280.8930
	13 49.2			I	2	3—2	+ 4.3	— 2.9	280.9475	398	—1003	280.8870
	14 16.0				3—2	2—3	+ 3.9	— 3.0	248.0629	422	+1073	248.2124
8	12 17.4	v	10.10	I	2	2	+ 9.6	— 2.4	280.9518	275	—1005	280.8788
	12 39.4				2	2	+ 9.1	— 2.5	248.0742	282	+1074	248.2098
	12 59.0			II	2—3	2	+ 8.6	— 2.7	248.0746	300	+1074	248.2120
	13 15.9				2	2	+ 8.2	— 2.8	280.9458	326	—1005	280.8779
9	12 11.0	v	10.10	I	3—2	3—2	+ 13.9	— 1.6	248.0801	227	+1075	248.2103
	12 32.6				3—2	3—2	+ 13.6	— 1.7	280.9504	255	—1006	280.8753
	12 53.1			II	2—3	3—2	+ 13.4	— 1.7	280.9607	273	—1006	280.8874
	13 16.5				3—2	3—2	+ 13.1	— 1.8	248.0710	289	+1075	248.2074

Für die Richtungen nach y und z hat man als Positionswinkel an x

$$xy: \quad 295^\circ\ 39'.2 \qquad xz: \quad 119^\circ\ 3'.4\,.$$

Hiermit erhält man als Ausdruck der Parallaxe für die beiden gemessenen Distanzen

$$xy: \quad 1.0000\ R\pi \cos(\odot - 223^\circ\ 30'.9)$$
$$xz: \quad 0.9986\ R\pi \cos(\odot - 41^\circ\ 32'.4)\,.$$

Für den Einfluss der jährlichen Parallaxe auf Summe und Differenz der gemessenen Distanzen hat man dann

$$xy + xz: \quad 0.0345\ R\pi \cos(\odot - 310^\circ\ 13'.2)$$
$$xz - xy: \quad 1.9982\ R\pi \cos(\odot - 47^\circ\ 28'.3)\,.$$

Das Maximum und das Minimum von $xz - xy$ fällt demnach auf die Zeit um den 7. Mai und 9. November. Während um das Maximum herum fast immer Beobachtungen bequem zu erlangen sind, ist dies um die Zeit des Minimum nur schwierig zu erreichen. Im November culminirt Arg.-Oeltzen 10603 in den Morgenstunden und erreicht grössere Höhen überhaupt erst weit nach Mitternacht, grade zu Zeiten, wenn häufig plötzliche Nebel hereinbrechen und Beobachtungen total unmöglich machen. Ich habe daher im Minimum die Beobachtungen öfters bereits in grösseren Zenithdistanzen begonnen, um überhaupt das nöthige Beobachtungsmaterial zu sichern.

Die Erfahrung lehrte, dass andernfalls viele Beobachtungen durch die Morgennebel vereitelt worden wären.

Eine vorläufige Berechnung ergab die Parallaxe zu 0."2. Die Verbesserung von $xy + xz$ wegen Parallaxe erreicht für $\pi = 0.''2$ im Maximum den Betrag von 0P0001, eine Correctur nach dieser Seite hin hat daher nicht stattgefunden.

Die 27 Beobachtungsabende ergeben für $xy + xz$ und $xz - xy$ folgende Mittelwerthe

$$S_0 = 529^{P}0959$$
$$D_0 = 32.6627.$$

Zur Reduction der Grössen $xz - xy$ auf einen gemeinsamen Scalenwerth ist also an dieselben die Correction $c_s = 0.0617\,(S_0 - S)$ anzubringen. Der Maximalbetrag dieser Correction ist 0P0020.

Die vorher mitgetheilten Beobachtungen führen so zu den folgenden Werthen.

			xy	xz	$xy+xz$	$xz-xy+c_s$	
1890	Mai	17	248P1947	280P8787	529P0734	32P6854	Gew. ½
		18	2061	8822	0883	6766	
		19	2044	8769	0813	6734	
		23	2050	8784	0834	6742	
		24	2061	8704	0765	6677	
	Oct.	11	2332	8764	1096	6424	
		13	2228	8592	0820	6373	
		14	2255	8730	0985	6473	
	Nov.	16	2234	8595	0829	6369	
1891	April	27	2182	8934	1116	6742	
		29	2090	8834	0924	6746	
		30	2092	8866	0958	6774	Gew. ½
	Mai	4	2107	8823	0930	6718	
		5	2172	8817	0989	6643	
		6	2077	8869	0946	6793	
	Oct.	28	2333	8764	1097	6422	
	Nov.	2	2429	8848	1277	6399	
		5	2377	8812	1189	6421	
		7	2380	8846	1226	6450	
		28	2399	8930	1329	6508	
	Dec.	2	2265	8849	1114	6574	
1892	April	23	2070	8906	0976	6835	
		24	2164	8880	1044	6711	
	Mai	3	2188	9064	1252	6858	Gew. ½
		7	2121	8900	1021	6775	
		8	2109	8783	0892	6678	
		9	2088	8813	0901	6729	

Drei von diesen Abendwerthen können nur halbes Gewicht beanspruchen: am 30. April 1891 und 3. Mai 1892 war es nur möglich einen halben Beobachtungssatz zu erhalten; am ersten Beobachtungsabend aber, 17. Mai 1890, waren die Bilder so schlecht, dass ursprünglich diese Beobachtung ganz verworfen werden sollte.

Die auf einen gemeinsamen Scalenwerth reducirten Werthe von $xz - xy$ ergeben die nachstehenden Bedingungsgleichungen, die sämmtlich wieder auf gleiches Gewicht gebracht sind. Für die rechten Seiten ist die Einheit 0ᵖ0001.

Bedingungsgleichungen	v
$0.707\,x + 0.266\,e + 1.410\,\pi = +161$	$+91$
$x + 0.379 + 1.989 = +139$	$+41$
$x + 0.382 + 1.983 = +107$	$+9$
$x + 0.393 + 1.954 = +115$	$+20$
$x + 0.395 + 1.945 = +50$	-45
$x + 0.776 - 1.745 = -203$	-17
$x + 0.782 - 1.778 = -254$	-65
$x + 0.785 - 1.792 = -154$	$+36$
$x + 0.875 - 1.960 = -258$	-57
$x + 1.321 + 1.981 = +115$	$+1$
$x + 1.326 + 1.992 = +119$	$+4$
$0.707\,x + 0.940 + 1.413 = +104$	$+22$
$x + 1.340 + 2.013 = +91$	-26
$x + 1.343 + 2.015 = +16$	-101
$x + 1.346 + 2.016 = +166$	$+49$
$x + 1.822 - 1.939 = -205$	-23
$x + 1.836 - 1.966 = -228$	-44
$x + 1.844 - 1.974 = -206$	-21
$x + 1.850 - 1.977 = -177$	$+8$
$x + 1.907 - 1.863 = -119$	$+56$
$x + 1.918 - 1.813 = -53$	$+118$
$x + 2.312 + 1.957 = +208$	$+78$
$x + 2.315 + 1.965 = +84$	-47
$0.707\,x + 1.654 + 1.422 = +163$	$+68$
$x + 2.350 + 2.017 = +148$	$+12$
$x + 2.353 + 2.017 = +51$	-85
$x + 2.356 + 2.017 = +102$	-34

In der Columne v habe ich wieder die nach Einsetzung der definitiven Werthe der Unbekannten übrig bleibenden Fehler (Rech.-Beob.) beigefügt.

Nach Einführung der neuen Unbekannten

$$y = 2.356\,e$$
$$z = 2.017\,\pi$$

und Einführung von 258 als Einheit für das unbenannte Glied ergiebt die Auflösung der Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate als Normalgleichungen

$$\begin{aligned} 25.4997\,x + 15.4181\,y + 5.9764\,z &= -\ 0.1680 \\ 15.4181\,x + 11.5184\,y + 3.4612\,z &= +\ 0.1608 \\ 5.9764\,x + 3.4612\,y + 23.8128\,z &= +\ 13.6767\,. \end{aligned}$$

Hieraus findet sich schliesslich

$$\begin{aligned} x &= -\ 0^p.0064 \pm 0^p.00258 \\ e &= +\ 0.0018 \pm 0.00161 \qquad \Sigma vv = 0.000768 \\ \pi &= +\ 0.0078 \pm 0.00059 \end{aligned}$$

oder

$$\pi = +\ 0''.17 \pm 0''.013\,.$$

Für den m. F. einer Gleichung vom Gewicht 1 hat man

$$\pm\ 0^p.00565 = \pm\ 0''.12.$$

Zieht man die Beobachtungen an den 27 Abenden den fünf Beobachtungsepochen entsprechend zu Normalorten zusammen, so ergeben diese die folgenden Gleichungen

$$\begin{aligned} 0.941\,x + 0.363\,e + 1.856\,\pi &= +\ 114 \\ 1.000\,x + 0.804\,e - 1.809\,\pi &= -\ 217 \\ 0.951\,x + 1.269\,e + 1.905\,\pi &= +\ 102 \\ 1.000\,x + 1.863\,e - 1.922\,\pi &= -\ 165 \\ 0.951\,x + 2.223\,e + 1.899\,\pi &= +\ 126 \end{aligned}$$

Nach Einführung der Substitutionen

$$y = 2.223\,e$$
$$z = 1.922\,\pi$$

und Einführung von 217 als Einheit für die rechten Seiten erhält man durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate als Normalgleichungen

$$\begin{aligned} 4.6946\,x + 2.8471\,y + 0.8496\,z &= -\ 0.2668 \\ 2.8471\,x + 2.1854\,y + 0.5332\,z &= -\ 0.0641 \\ 0.8496\,x + 0.5332\,y + 4.7768\,z &= +\ 3.2482\,. \end{aligned}$$

Hieraus folgt schliesslich

$$x = -0^{p}.0065 \pm 0^{p}.00271$$
$$e = +0.0018 \pm 0.00178$$
$$\pi = +0.0080 \pm 0.00065$$

oder

$$\pi = +0''.17 \pm 0''.014.$$

Die Einsetzung der für x, e und π gefundenen Werthe in die ursprünglichen Gleichungen lässt der Reihe nach die Fehler übrig

$$+0^{p}.0020 \quad -0^{p}.0022 \quad -0^{p}.0011 \quad +0^{p}.0020 \quad -0^{p}.0005.$$

Für den m. F. eines Normalortes findet sich

$$\pm 0^{p}.00268 = \pm 0''.058.$$

4. 31 Aquilae.

Auch von der Parallaxe dieses Sternes sind mir anderweitige Bestimmungen nicht bekannt. Das Verhältniss der Achsen in der parallaktischen Ellipse von 31 Aquilae ist 100 : 55, die Vergleichsterne müssen daher ziemlich nahe der grossen Achse liegen. Die benutzten Vergleichsterne

$$y = \text{B.D.} + 11^{\circ}3802\ (6^{m}.2) \quad \text{und} \quad z = \text{B.D.} + 12^{\circ}3929\ (7^{m}.5)$$

sind ganz besonders günstig gelegen. Die Beobachtungen wurden bei hellem Felde angestellt. Bei Bestimmung der Distanz xz wurde 31 Aquilae mit Gitter 1 abgeblendet. Von beiden Vergleichsternen finden sich mehrfache ältere und neuere Positionen. Für 1892.0 hat man

y = B. D. + 11° 3802		Epoche	
$19^{h}14^{m}48^{s}.16$	$+11^{\circ}19'55''$	1753.9	Bradl. 2442
06	20 5.2	1838	12 Y. C. 1715
33	6.6	1846.8 (α); 1846.7 (δ)	Armagh I 4015
17	7.1	1861.3	B. B. VI 3802
28	5.5	1864.7	München I 19715
26	5.9	1870.0	Leipzig M. K. (A. G. C.)
27	6.1	1877.5	Berlin M. K. (Becker 415)
42	6.2	1890.7	Leipzig M. K.

z = B. D. + 12°3929		Epoche	
$19^h24^m33^s.34$	+ 12°10′52″.2	1825	Weisse I 566
20	53.0	1870.7	Leipzig M. K. (A. G. C.)
18	53.6	1873.9 (α); 1871.7 (δ)	Glasgow I 4806
18	52.7	1890.6	Leipzig M. K.
21	53.6	1890.8	Leipzig M. K.

Weder bei y noch bei z ist sonach eine Eigenbewegung vorhanden; die genäherte Declination von y bei Bradley ist jedenfalls um 10″ falsch. Für die weitere Rechnung wurden die Mittel aus den Leipziger und Berliner Meridianbestimmungen verwendet, nämlich

$$\left.\begin{array}{l} y = 19^h14^m48^s.32 + 11°20'\ 6''.1 \\ z = 19\ 24\ 33.20 + 12\ 10\ 53.1 \end{array}\right\} \text{m. Aequ. } 1892.0\,.$$

Für x wurde die Position aus dem Catalog von PORTER entnommen, wonach man für 1892.0 hat

$$x = 19^h19^m49^s.16 + 11°42'48''.9\,.$$

Für die Mitten der Distanzen ergiebt die Rechnung für 1892.0 die Werthe

	xy	xz
α_0	289°19′.7	290°32′.8
δ_0	+ 11 31.5	+ 11 56.9
p_0	72 52.7	68 0.1
Δ	77′.10 = 213^p.0	74′.91 = 206^p.9

Mit diesen Grössen wurde die nachstehende Tabelle der mittleren Refraction berechnet, aus der für die einzelnen Beobachtungszeiten die Werthe durch lineare Interpolation entnommen wurden. Obgleich bis zu 67° Zenithdistanz herab beobachtet werden musste, ist das von Δ^3 abhängige Glied noch in der 4. Decimale unmerklich.

Mittlere Refraction.

t	xy	xz	t	xy	xz	t	xy	xz
19^h30^m	0^p.1033		$21^h\ 0^m$	0^p.0679	0^p.0618	22^h30^m	0^p.0597	0^p.0579
40	0964		10	0662	0608	40	0596	0580
50	0906	0^p.0756	20	0647	0600	50	0595	0583
			30	0635	0593			
20 0	0857	0726	40	0625	0588	23 0	0597	0586
10	0815	0700	50	0616	0584	10	0599	0591
20	0779	0678				20	0603	0597
30	0748	0660	22 0	0609	0581	30	0608	0604
40	0722	0643	10	0603	0579	40	0614	0612
50	0699	0630	20	0599	0578	50	0622	0622

t	xy	xz	t	xy	xz	t	xy	xz
$0^h\ 0^m$	0^p0631	0^p0633	$1^h\ 20^m$	0^p0768	0^p0783	$2^h\ 40^m$	0^p1105	0^p1136
10	0642	0645	30	0796	0812	50	1174	1208
20	0654	0659	40	0827	0845			
30	0668	0675	50	0861	0881	3 0	1251	1288
40	0684	0692				10	1340	1380
50	0701	0711	2 0	0899	0921	20	1441	
			10	0942	0966	30	1556	
1 0	0721	0733	20	0990	1016			
10	0743	0756	30	1044	1073			

Die Correction wegen Aberration wurde nach den Formeln

$$xy\colon\ -(6.9372)\,C-(6.5249)\,D \qquad xz\colon\ -(6.9181)\,C-(6.5367)\,D\,,$$

wo C und D die Bessel'schen Tagesconstanten sind, in viertägigen Intervallen berechnet und von Tag zu Tag interpolirt.

Nach Porter beträgt die jährliche Eigenbewegung von 31 Aquilae

$$+0^s\!.049 \quad \text{und} \quad +0''\!.63$$

oder im Bogen grössten Kreises 0".9565 unter dem Positionswinkel 48°48'. Hieraus ergeben sich für die gemessenen Distanzen als Correctionen wegen Eigenbewegung pro Jahr

$$xy\colon\ -0^p\!.04015 \quad \text{und} \quad xz\colon\ +0^p\!.04160\,.$$

Als Reductionsepoche ist gewählt 1892.0.

In der Zusammenstellung der Beobachtungen ist die Grösse Σc wieder durchweg positiv bis auf die erste gemessene Distanz am 25. September 1892.

Die gemessenen Distanzen zwischen 31 Aquilae und den Vergleichsternen y und z.

1890	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	$K-S$	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
Sept. 19	$20^h\ 21^m\!.5$	v	10.20	I	3	3—2	+15°6	—0°8	212^p9066	251	+516	212^p9833	a)
	20 41.2				3	3	+15.2	—1.1	206.8878	332	—534	206.8676	a)
	21 2.7			II	3—2	3—2	+14.7	—1.4	206.8634	408	—534	206.8508	a)
	21 17.5				3—2	2—3	+14.4	—1.4	212.8925	442	+516	212.9883	a)
21	20 27.2	v	10.20	I	2—3	2	+18.0	—0.6	212.9060	234	+514	212.9808	
	20 46.0				2—3	2—3	+17.2	—1.0	206.8768	321	—532	206.8557	
	21 2.5			II	2—3	2—3	+16.4	—1.3	206.8698	385	—532	206.8551	
	21 19.0				2—3	2	+15.7	—1.6	212.8891	433	+514	212.9838	
Oct. 1	20 58.7	v	10.20	I	3—2	2—3	+19.2	—0.4	212.8952	262	+503	212.9717	
	21 14.2				2—3	2—3	+19.0	—0.4	206.8706	343	—521	206.8528	
	21 40.6			II	3	3	+18.6	—0.6	206.8610	467	—521	206.8556	
	22 5.1				3	3—2	+18.3	—0.7	212.8652	590	+503	212.9745	

a) Meist R 3—4 S 3—4, nur einzelne Momente besser; schwächere Sterne zu beobachten wäre nicht möglich gewesen.

1890	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
Oct. 3	21ʰ 47ᵐ.6	v	10.19	II	2—3	3—2	+ 12°.7	— 0°.3	206ᴾ.8462	572	— 518	206ᴾ.8516	
	22 1.4				3	3	+ 12.6	— 0.4	212.8502	639	+ 500	212.9641	
	22 12.6			I	3	3—2	+ 12.5	— 0.5	212.8405	724	+ 500	212.9629	
	22 31.2				3	3	+ 12.4	— 0.6	206.8019	903	— 518	206.8404	
12	22 0.4	v	10.20	II	2—3	2—1	+ 11.5	— 0.7	212.8529	653	+ 491	212.9673	
	22 14.8				2—1	2—1	+ 11.2	— 0.9	206.8357	782	— 508	206.8631	
	22 28.8			I	2	2	+ 10.9	— 1.1	206.8154	911	— 508	206.8557	
	22 44.1				2	2	+ 10.6	— 1.3	212.8180	1074	+ 491	212.9745	
13	19 51.2	v	10.20	I	2	2—1	+ 15.6	— 0.2	212.9062	149	+ 489	212.9700	
	20 9.2				2—1	1—2	+ 15.0	— 0.6	206.8778	214	— 507	206.8485	
	20 26.1			II	2—1	1—2	+ 14.4	— 0.9	206.8699	262	— 507	206.8454	
	20 42.0				2	2	+ 13.9	— 1.2	212.8952	291	+ 489	212.9732	
14	19 22.3	v	10.20	I	1	1	+ 17.9	+ 0.1	206.8740	100	— 506	206.8334	
	19 35.0				1	1	+ 17.4	— 0.2	212.9145	105	+ 488	212.9738	
	19 47.9			II	1	1	+ 16.8	— 0.6	212.9069	136	+ 488	212.9693	
	20 3.7				1	1	+ 16.0	— 1.1	206.8737	201	— 506	206.8432	
29	20 21.7	v	10.00	I	2—3	2—3	+ 3.7	— 0.7	212.8883	529	+ 472	212.9884	
	20 43.3				3	3—2	+ 3.2	— 0.9	206.8445	601	— 489	206.8557	
	21 17.8			II	3	3—4	+ 2.6	— 1.1	206.8367	730	— 489	206.8608	
	21 37.9				3—4	3—4	+ 2.2	— 1.2	212.8481	821	+ 472	212.9774	
1891 April 2	15 56.8	f	10.00	I	3	2	— 2.2	— 1.8	212.8607	940	+ 301	212.9848	
	16 25.0				2—3	2—3	— 2.3	— 1.8	206.7988	818	— 312	206.8294	
	16 46.5			II	2	2	— 2.4	— 1.7	206.8035	799	— 312	206.8522	
	17 7.1				2	2	— 2.5	— 1.7	212.8880	829	+ 301	213.0010	
6	15 57.7	f	9.99	I	2—3	2	+ 3.4	— 1.5	212.8763	887	+ 296	212.9946	a
	16 28.1				2	2	+ 3.0	— 1.6	206.8094	775	— 307	206.8562	a
	16 51.4			II	2	2	+ 2.8	— 1.7	206.8110	761	— 307	206.8564	a
	17 17.3				3	2	+ 2.4	— 1.7	212.8926	782	+ 296	213.0004	a
23	14 54.5	f	10.10	I	3—2	2	+ 4.2	— 2.3	212.8483	1056	+ 278	212.9817	b
	15 14.5				3—2	2—3	+ 4.0	— 2.4	206.8034	819	— 288	206.8565	b
	15 41.1			II	3—2	3—2	+ 3.7	— 2.5	206.8099	756	— 288	206.8567	b
	16 12.2				3	3	+ 3.3	— 2.7	212.9006	773	+ 278	213.0057	b
24	15 1.5	f	10.10	II	2—3	2—3	+ 3.2	— 2.6	212.8609	1026	+ 277	212.9912	
	15 22.3				2—3	2—3	+ 2.9	— 2.7	206.8148	813	— 287	206.8674	
	15 47.4			I	2—3	2—3	+ 2.5	— 2.7	206.8126	759	— 287	206.8598	
	16 8.4				2—3	2—3	+ 2.3	— 2.8	212.8936	792	+ 277	213.0005	
27	15 32.5	f	10.11	II	3—2	2	+ 6.3	— 2.6	212.8752	832	+ 273	212.9857	
	15 51.9				2	2	+ 6.1	— 2.5	206.8103	696	— 283	206.8516	
	16 11.4			I	2	2	+ 5.8	— 2.5	206.8118	670	— 283	206.8505	
	16 29.0				3—2	2—3	+ 5.6	— 2.5	212.8970	699	+ 273	212.9942	
Mai 5	15 30.0	f	10.10	II	3	2	+ 8.8	— 2.7	212.8808	829	+ 265	212.9902	
	15 49.4				3—2	2	+ 8.5	— 2.7	206.8068	692	— 274	206.8486	c
Sept. 9	19 12.1	f	10.30	II	3	2	+ 16.0	— 2.2	212.9589	72	+ 125	212.9786	
	19 32.0				3	2	+ 15.7	— 2.3	206.8661	118	— 130	206.8649	
	19 51.8			I	3	3	+ 15.4	— 2.4	206.8563	152	— 130	206.8585	
	20 11.8				3	2—3	+ 14.9	— 2.5	212.9630	170	+ 125	212.9925	

a) Am Schlusse Wolken.

b) Mondschein, die Beobachtungen wurden häufig durch Wolken unterbrochen; zuletzt ganz trübe.

c) Beobachtung abgebrochen, da die Beleuchtung versagte.

1891	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
Sept. 10	19h 24m.2	f	10.29	II	3	3—2	+ 16°.5	— 2°.3	212p.9559	89	+ 124	212p.9772	
	19 44.2				3—2	2—3	+ 16.0	— 2.4	206.8620	143	— 129	206.8634	
	20 4.7			I	2—3	2	+ 15.6	— 2.5	206.8623	183	— 129	206.8677	
	20 24.8				3—2	3—2	+ 15.2	— 2.5	212.9470	204	+ 124	212.9798	
11	19 49.3	v	10.30	I	2	2	+ 18.2	— 2.3	206.8660	116	— 128	206.8648	a
	20 4.1				3	3—2	+ 17.6	— 2.3	212.9636	120	+ 123	212.9879	a
29	19 17.5	v	10.20	I	2—1	2—1	+ 18.7	— 0.6	206.8564	110	— 107	206.8567	
	19 32.7				2—1	2—1	+ 18.2	— 0.9	212.9692	117	+ 104	212.9913	
	19 48.3			II	2—1	2—1	+ 17.6	— 1.2	212.9481	148	+ 104	212.9733	
	20 10.7				3—2	2	+ 16.5	— 1.7	206.8583	228	— 107	206.8704	
30	19 15.1	v	10.30	I	2	2	+ 19.6	— 1.0	206.8683	6	— 106	206.8583	
	19 29.8				2	2	+ 19.0	— 1.3	212.9785	11	+ 102	212.9898	
	19 48.8			II	2—1	2—1	+ 18.4	— 1.6	212.9594	47	+ 102	212.9743	
	20 6.2				1	1	+ 17.8	— 1.9	206.8541	111	— 106	206.8546	
Oct. 16	19 54.9	v	10.20	I	3—2	3—2	+ 17.7	+ 0.1	206.8376	140	— 88	206.8428	b
	20 11.7				3	3	+ 16.9	— 0.4	212.9499	165	+ 85	212.9749	b
	20 30.9			II	3—2	3—2	+ 16.2	— 1.0	212.9469	226	+ 85	212.9780	b
	20 47.1				3—2	3	+ 15.5	— 1.5	206.8351	306	— 88	206.8569	b
18	19 40.7	v	10.20	I	2	2	+ 14.2	— 0.4	206.8444	167	— 86	206.8525	
	19 57.7				2—3	2—3	+ 13.2	— 0.8	212.9632	189	+ 83	212.9904	c
1892													
April 8	15 17.2	f	10.00	I	2—3	2—3	+ 1.6	— 2.6	212.9033	1068	— 108	212.9993	
	15 35.8				2—3	2	+ 1.3	— 2.7	206.7536	896	+ 112	206.8544	
	15 56.2			II	2—3	2—3	+ 1.0	— 2.8	206.7594	859	+ 112	206.8565	
	16 14.6				2—3	2—3	+ 0.7	— 2.9	212.9264	904	— 108	213.0060	
9	16 30.4	f	10.00	II	3—2	2	+ 1.7	— 2.5	212.9151	858	— 109	212.9900	
	16 47.4				2—3	2	+ 1.2	— 2.8	206.7678	798	+ 113	206.8589	
	17 8.0			I	2—3	2	+ 0.9	— 3.0	206.7722	794	+ 113	206.8629	
	17 25.4				3—2	2—3	+ 0.9	— 3.0	212.9262	821	— 109	212.9974	
10	16 30.5	f	10.10	I	3—2	2—3	+ 4.9	— 2.1	206.7752	668	+ 114	206.8534	
	16 58.9				3—2	2	+ 3.3	— 2.3	212.9335	700	— 110	212.9925	
	17 22.3			II	3—2	2—3	+ 2.8	— 2.5	212.9445	692	— 110	213.0027	
	17 38.2				2—3	2	+ 2.5	— 2.7	206.7792	668	+ 114	206.8574	
11	16 55.5	f	10.10	II	3	3	+ 4.9	— 2.2	212.9329	682	— 112	212.9899	d
	17 23.5				3—2	3	+ 4.2	— 2.5	206.7838	645	+ 116	206.8599	d
	17 45.9			I	2—3	2—3	+ 3.7	— 2.7	206.7811	652	+ 116	206.8579	d
	18 5.0				3—2	2—3	+ 3.2	— 2.9	212.9442	680	— 112	213.0010	d
Sept. 13	20 4.5	v	10.25	I	3—2	2—3	+ 20.3	— 1.3	212.9972	114	— 281	212.9805	
	20 21.9				3—2	3—2	+ 19.9	— 1.2	206.8018	175	+ 291	206.8484	
	20 39.0			II	2—3	2—3	+ 19.6	— 1.2	206.7947	220	+ 291	206.8458	
	20 55.6				3—2	2—3	+ 19.2	— 1.1	212.9795	244	— 281	212.9758	
16	20 22.0	v	10.30	I	3—2	2—3	+ 19.2	— 1.4	206.8049	138	+ 295	206.8482	
	20 45.3				3—2	2—3	+ 18.6	— 1.5	212.9947	175	— 285	212.9837	
	21 8.4			II	3	3—2	+ 18.0	— 1.7	212.9803	257	— 285	212.9775	
	21 33.7				3—2	2—3	+ 17.3	— 1.9	206.7930	400	+ 295	206.8625	

a) Der ganze Himmel leicht überzogen; abgebrochen, da die Bilder zu unruhig wurden.

b) Heller Mondschein; der ganze Himmel meist leicht überzogen; Bilder sehr schlecht. c) Wegen Wolken abgebrochen.

d) Mondschein; namentlich im Anfang häufig *R* 4 *S* 4; Messungen sehr anstrengend; am Schlusse heller Tag.

1892	Θ	G	Ocs	P	R	S	K	K—S	Δ_g	Σc	RE	Δ_r	
Sept. 18	20h 25m.0	v	10.21	II	2—3	2	+10°.8	—2°.1	206p.7907	324	+297	206p.8528	
	20 40.2				2—3	2	+10.5	—2.2	212.9780	347	—287	212.9840	
	20 56.5			I	3—2	2—3	+10.2	—2.3	212.9793	399	—287	212.9905	
	21 12.5				3—2	2—3	+9.9	—2.4	206.7824	480	+297	206.8601	
25	18 59.2	v	10.30	II	1	1	+21.0	—0.6	213.0013	—46	—294	212.9673	
	19 13.9				1	1	+20.3	—1.0	206.8118	4	+305	206.8427	
	19 33.8			I	1	2—1	+19.4	—1.5	206.8129	43	+305	206.8477	
	19 52.3				1	1	+18.6	—1.9	213.0105	59	—294	212.9870	
30	18 55.6	v	10.20	I	3—2	2	+16.0	—0.6	212.9900	87	—300	212.9687	
	19 12.2				3—2	2	+15.6	—0.9	206.8097	126	+311	206.8534	
	19 32.6			II	3—2	2	+15.1	—1.2	206.8150	159	+311	206.8620	
	19 50.1				3—2	2—3	+14.7	—1.4	212.9866	172	—300	212.9738	
Oct. 4	19 10.6	v	10.20	I	3—2	2	+13.9	—1.0	212.9948	127	—304	212.9771	
	19 23.5				3—2	2—3	+13.6	—1.2	206.8042	163	+315	206.8520	
	19 41.5			II	2—3	2	+13.0	—1.4	206.8001	195	+315	206.8511	
	19 56.4				2	2	+12.6	—1.6	212.9854	208	—304	212.9758	
21	20 27.4	v	10.10	I	2—3	2	+6.4	—0.4	212.9666	401	—323	212.9744	a
	20 44.5				2	3—2	+5.8	—0.8	206.7763	473	+334	206.8570	a
	21 5.8			II	2	3	+5.0	—1.3	206.7774	558	+334	206.8666	a
	21 24.0				2	3—2	+4.4	—1.8	212.9566	633	—323	212.9876	a
24	21 4.4	v	10.10	I	2	2	+4.9	—1.5	212.9599	544	—326	212.9817	
	21 19.4				2—3	2	+4.5	—1.6	206.7591	620	+338	206.8549	
	21 38.5			II	2—3	2—3	+4.0	—1.8	206.7582	717	+338	206.8637	
	21 56.3				3—2	3—2	+3.5	—1.9	212.9487	821	—326	212.9982	
26	20 16.7	v	10.10	I	2	2	+4.9	—0.9	206.7772	420	+340	206.8532	
	20 31.3				2	2	+4.5	—1.2	212.9875	452	—328	212.9999	
	20 51.5			II	2—3	2—3	+3.9	—1.5	212.9681	520	—328	212.9873	
	21 8.2				2	2	+3.4	—1.8	206.7735	598	+340	206.8673	
März 29	15 50.8	f	10.00	I	2	2	+3.6	—2.2	212.9398	909	—498	212.9809	
	16 11.5				3	2	+3.3	—2.3	206.7295	799	+516	206.8610	
	16 37.5			II	2—3	2	+2.9	—2.4	206.7262	776	+516	206.8554	
	17 1.2				3	2	+2.6	—2.5	212.9619	805	—498	212.9926	
31	15 53.8	f	10.04	I	3—2	2	+4.0	—2.3	206.7255	786	+519	206.8560	
	16 17.7				3	2	+3.3	—2.6	212.9507	825	—501	212.9831	
	16 40.8			II	3—2	2	+2.7	—2.8	212.9666	797	—501	212.9962	
	16 58.8				2—3	2	+2.2	—3.0	206.7353	743	+519	206.8615	
April 1	15 51.8	f	10.045	I	2—3	2	+5.3	—2.4	212.9548	855	—502	212.9901	
	16 9.5				2—3	2	+5.1	—2.4	206.7313	748	+520	206.8581	
	16 34.8			II	2—3	2	+4.8	—2.5	206.7232	725	+520	206.8477	
	17 0.0				3—2	2—3	+4.5	—2.5	212.9625	748	—502	212.9871	
7	16 4.4	f	10.10	I	2—3	2	+7.6	—1.5	206.7316	673	+527	206.8516	b
	16 27.9				3—2	2—3	+7.1	—1.9	212.9550	705	—508	212.9747	b
	16 50.0			II	3—2	2—3	+6.6	—2.3	212.9697	689	—508	212.9878	b
	17 10.8				3—2	2—3	+6.1	—2.7	206.7497	650	+527	206.8674	b
10	15 31.2	f	10.10	I	2	2	+6.1	—2.7	206.7173	769	+530	206.8472	
	15 53.6				2	2	+5.6	—2.7	212.9605	805	—512	212.9898	
	16 23.3			II	3—2	2—3	+4.9	—2.8	212.9737	748	—512	212.9973	
	16 40.5				2—3	2—3	+4.6	—2.9	206.7351	680	+530	206.8561	
Sept. 13	19 58.0	v	10.20	I	3—2	2	+15.3	—2.3	213.0300	224	—683	212.9841	
	20 15.8				3—2	3—2	+15.0	—2.2	206.7648	278	+707	206.8633	
	20 35.1			II	3—2	3—2	+14.6	—2.2	206.7530	327	+707	206.8564	
	20 58.5				3	3	+14.2	—2.1	213.0081	377	—683	212.9775	

a) Stern z sehr schwach. b) Einzelne leichte Wolken von der Mitte ab.

Der 5. Mai, 11. September und 18. October 1891 haben nur halbes Gewicht, da an diesen Abenden nur Beobachtungen in einer Stellung des Positionskreises erhalten wurden.

Für die Positionswinkel an 31 Aquilae hat man

$$xy:\ 253^\circ 0'\!.2 \quad \text{und} \quad xz:\ 67^\circ 52'\!.9\,.$$

Hiermit erhält man als Ausdruck der Parallaxe für die Distanzen

$$\begin{aligned} xy:&\quad 0.9939\,\pi\,R\cos(\odot - 27^\circ 51'\!.8)\\ xz:&\quad 0.9829\,\pi\,R\cos(\odot - 210\ \ 45.3) \end{aligned}$$

und für die Wirkung der Parallaxe auf die Summe und die Differenz der Distanzen

$$\begin{aligned} xy + xz:&\quad 0.0511\,\pi\,R\cos(\odot - 311^\circ 40'\!.5)\\ xy - xz:&\quad 1.9762\,\pi\,R\cos(\odot - 29\ \ 18.1)\,. \end{aligned}$$

$xy - xz$ erreicht sein Maximum gegen den 19. April, sein Minimum gegen den 22. October. Im October culminirt 31 Aquilae zu sehr bequemen Abendstunden, gegen Mitte April aber fällt seine Culmination erst eine Stunde nach Sonnenaufgang. Die Beobachtungen um das Maximum herum müssen daher schon ziemlich weit vor der Culmination in grösseren Zenithdistanzen begonnen werden, wenn das Ende derselben nicht bereits in den hellen Tag fallen soll.

Eine vorläufige Rechnung ergiebt bereits, dass die Parallaxe von 31 Aquilae sehr unerheblich ist, jedenfalls nicht grösser als 0".1 sein kann. Eine Verbesserung der Grössen $xy + xz$ wegen Parallaxe ist daher in keinem Falle erforderlich. Für die Mittel der Summen und Differenzen der Distanzen findet sich

$$\begin{aligned} S_0 &= 419^{\mathrm{p}}\!.8403\\ D_0 &= 6.1291\,. \end{aligned}$$

Zur Reduction der Differenzen $xy - xz$ auf einen gemeinsamen Scalenwerth hat man daher den Ausdruck $c_s = 0.0146\,(S_0 - S)$. Im Maximum erreicht c_s nur den Betrag von $0^{\mathrm{p}}\!.0005$.

Die Abendmittel der gemessenen Distanzen und die aus ihnen folgenden Summen und Differenzen sind nachstehend zusammengestellt.

			xy	xz	$xy + xz$	$xy - xz + c_s$	
1890	Sept.	19	212°9858	206°8592	419°8450	6°1265	
		21	9823	8554	8377	1271	
	Oct.	1	9731	8542	8273	1189	
		3	9635	8460	8095	1180	
		12	9709	8594	8303	1117	
		13	9716	8469	8185	1250	
		14	9715	8383	8098	1337	
		29	9829	8582	8411	1247	
1891	April	2	9929	8508	8437	1420	
		6	9975	8563	8538	1410	
		23	9937	8566	8503	1370	
		24	9958	8636	8594	1319	
		27	9899	8510	8409	1389	
	Mai	5	9902	8486	8388	1416	Gew. $\frac{1}{2}$
	Sept.	9	9855	8617	8472	1237	
		10	9785	8655	8440	1129	
		11	9879	8648	8527	1229	Gew. $\frac{1}{2}$
		29	9823	8635	8458	1187	
		30	9820	8564	8384	1256	
	Oct.	16	9764	8498	8262	1268	
		18	212.9904	8525	8429	1379	Gew. $\frac{1}{2}$
1892	April	8	213.0026	8554	8580	1470	
		9	212.9937	8609	8546	1327	
		10	9976	8554	8530	1420	
		11	9954	8589	8543	1364	
	Sept.	13	9781	8471	8252	1312	
		16	9806	8553	8359	1254	
		18	9872	8564	8436	1307	
		25	9771	8452	8223	1322	
		30	9712	8577	8289	1137	
	Oct.	4	9764	8515	8279	1251	
		21	9810	8618	8428	1192	
		24	9899	8593	8492	1305	
		26	9936	8602	8538	1332	
1893	März	29	9867	8582	8449	1284	
		31	9896	8587	8483	1308	
	April	1	9886	8529	8415	1357	
		7	9812	8595	8407	1217	
		10	9935	8516	8451	1418	
	Sept.	13	9808	8598	8406	1210	

Nimmt man 0°0001 als Einheit für das unbenannte Glied, so erhält man aus den Differenzen der Distanzen die folgenden Bedingungsgleichungen, die sämmtliche auf gleiches Gewicht gebracht sind.

Bedingungsgleichungen	v
$x - 1.284\,e - 1.673\,\pi = -\ 26$	+ 10
$x - 1.279 - 1.708 = -\ 20$	+ 17
$x - 1.252 - 1.849 = -\ 102$	− 61
$x - 1.246 - 1.871 = -\ 111$	− 69
$x - 1.222 - 1.942 = -\ 174$	− 130
$x - 1.219 - 1.946 = -\ 41$	+ 3
$x - 1.216 - 1.951 = +\ 46$	+ 90
$x - 1.175 - 1.947 = -\ 44$	0
$x - 0.749 + 1.898 = +\ 129$	+ 58
$x - 0.738 + 1.933 = +\ 119$	+ 47
$x - 0.692 + 1.982 = +\ 79$	+ 6
$x - 0.689 + 1.981 = +\ 28$	− 45
$x - 0.681 + 1.970 = +\ 98$	+ 25
$0.707\,x - 0.659 + 1.356 = +\ 88$	+ 37
$x - 0.312 - 1.467 = -\ 54$	− 24
$x - 0.310 - 1.489 = -\ 162$	− 131
$0.707\,x - 0.307 - 1.068 = -\ 44$	− 22
$x - 0.258 - 1.821 = -\ 104$	− 57
$x - 0.255 - 1.834 = -\ 35$	+ 6
$x - 0.211 - 1.957 = -\ 23$	+ 22
$0.707\,x - 0.206 - 1.387 = +\ 62$	+ 93
$x + 0.269 + 1.952 = +\ 179$	+ 106
$x + 0.272 + 1.959 = +\ 36$	− 37
$x + 0.275 + 1.964 = +\ 129$	+ 56
$x + 0.278 + 1.969 = +\ 73$	0
$x + 0.700 - 1.569 = +\ 21$	+ 54
$x + 0.709 - 1.628 = -\ 37$	− 2
$x + 0.714 - 1.665 = +\ 16$	+ 52
$x + 0.733 - 1.777 = +\ 31$	+ 70
$x + 0.747 - 1.801 = -\ 154$	− 114
$x + 0.758 - 1.885 = -\ 40$	+ 3
$x + 0.804 - 1.966 = -\ 99$	+ 54
$x + 0.813 - 1.976 = +\ 14$	+ 59
$x + 0.818 - 1.957 = +\ 41$	+ 86
$x + 1.241 + 1.860 = -\ 7$	− 77
$x + 1.247 + 1.882 = +\ 17$	− 53
$x + 1.250 + 1.893 = +\ 66$	− 5
$x + 1.266 + 1.944 = -\ 74$	− 146
$x + 1.274 + 1.963 = +\ 127$	+ 54
$x + 1.700 - 1.564 = -\ 81$	− 48

Macht man diese Gleichungen durch Einführung der neuen Unbekannten

$$y = 1.700\,e$$
$$z = 1.982\,\pi$$

und durch Einführung von 179 als Einheit für die rechten Seiten homogen, so erhält man durch ihre Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate die Normalgleichungen

$$\begin{aligned}
38.4997\,x + 0.1479\,y - 7.4990\,z &= + 0.4465\\
0.1479\,x + 11.0501\,y + 3.7428\,z &= + 1.2923\\
- 7.4990\,x + 3.7428\,y + 33.6180\,z &= + 10.7220
\end{aligned}$$

Nach Elimination der Unbekannten und Wiedereinführung von e und π ergiebt sich

$$\begin{aligned}
x &= + 0^p.0014 \pm 0^p.00121\\
e &= 0.0000 \pm 0.00133\\
\pi &= + 0.0030 \pm 0.00067
\end{aligned}$$

oder

$$\pi = + 0''.065 \pm 0''.015\,.$$

Der m. F. einer Beobachtung von der Gewichtseinheit findet sich zu $\pm 0^p.00734 = \pm 0''.16$.

Wenn man auch hier eine zweite Auflösung der Bedingungsgleichungen unter Bildung von Normalorten vornimmt, so empfiehlt es sich, die letzte Beobachtung, 1893 Sept. 13, ganz fortzulassen. Als Normalort mit vollem Gewichte kann man diese Beobachtung nicht beibehalten, die Ertheilung eines geringeren Gewichtes müsste eine grosse Willkürlichkeit einschliessen und würde jedenfalls diesen Normalort fast ganz einflusslos machen. Lässt man diese Beobachtung daher ganz fort, so ergeben die dann noch verbleibenden sechs Normalorte die Gleichungen

$$\begin{aligned}
1.000\,x - 1.237\,e - 1.861\,\pi &= - 59\\
0.984\,x - 0.701\,e + 1.853\,\pi &= + 90\\
0.916\,x - 0.266\,e - 1.575\,\pi &= - 51\\
1.000\,x + 0.273\,e + 1.961\,\pi &= + 104\\
1.000\,x + 0.755\,e - 1.803\,\pi &= - 23\\
1.000\,x + 1.256\,e + 1.908\,\pi &= + 26,
\end{aligned}$$

aus deren Ausgleichung folgt

$$\begin{aligned}
x &= + 0^p.0012 \pm 0^p.00151\\
e &= - 0.0008 \pm 0.00185\\
\pi &= + 0.0033 \pm 0.00086
\end{aligned}$$

oder

$$\pi = +0\overset{''}{.}07 \pm 0\overset{''}{.}019 .$$

Nach Einführung dieser Werthe für x, e und π in obige Gleichungen bleiben als Fehler übrig $-0\overset{\text{P}}{.}0020$ $+0\overset{\text{P}}{.}0011$ $-0\overset{\text{P}}{.}0012$ $+0\overset{\text{P}}{.}0029$ $+0\overset{\text{P}}{.}0030$ $-0\overset{\text{P}}{.}0039$.

Der m. F. eines Normalortes findet sich zu

$$\pm 0\overset{\text{P}}{.}00364 = \pm 0\overset{''}{.}079 .$$

5. Resultate.

Nachstehend stelle ich die Ergebnisse der Parallaxenbestimmungen zusammen:

	π	Lichtzeit	m. F. einer Gleichung
Bradley 3077	$+0\overset{''}{.}13 \pm 0\overset{''}{.}012$	25 Jahre	$\pm 0\overset{''}{.}14$
Arg.-Oeltzen 10603	$+0.17 \pm 0.013$	19 »	± 0.12
31 Aquilae	$+0.06 \pm 0.015$	50 »	± 0.16

Die für die Parallaxen gefundenen Werthe sind allerdings nur klein, nach Maassgabe ihrer m. F. erscheinen dieselben jedoch gut bestimmt. Dass sie nicht blosse Rechnungsergebnisse sind, sondern reelle Bedeutung haben, ersieht man aus den Grössen $xy - xz$, die selbst bei 31 Aquilae deutlich einen periodischen Verlauf zeigen. Da die einzelnen gemessenen Distanzen xy und xz vollständig reducirt sind, sollte man erwarten, dass auch bei ihnen — wenigstens bei den beiden ersten Sternen — der Einfluss der Parallaxe deutlich erkennbar wäre, wenn derselbe auch nicht so prägnant zum Ausdruck kommen kann wie bei der Grösse $xy - xz$, in welche er mit seinem doppelten Betrage eingeht. Um bei der Kleinheit der Grössen, um welche es sich hier handelt, die zufälligen Messungsfehler mehr zurücktreten zu lassen, habe ich Mittelwerthe für die dem Maximum und Minimum entsprechenden Beobachtungsepochen gebildet. Die nur auf einem halben Beobachtungssatze beruhenden Tage sind hierbei weggelassen worden. Man erhält dann die nachstehenden Reihen, bei denen ich in Klammern die Zahl der zum Mittel vereinigten Tage beigefügt habe.

Br. 3077		Arg.-Oeltz. 10603		31 Aquilae	
xy	*xz*	*xy*	*xz*	*xy*	*xz*
79°5188	121°2883 (9)	248°2054	280°8770 (5)	212°9752	206°8522 (8)
5170	3073 (6)	2262	8670 (4)	9940	8557 (5)
5291	2924 (6)	2128	8855 (5)	9809	8594 (5)
5192	3098 (7)	2364	8841 (6)	9973	8576 (4)
5293	2913 (6)	2110	8856 (5)	9817	8549 (9)
5222	3111 (5)			9879	8562 (5)

Nur bei Br. 3077 ist bei beiden Distanzen der periodische Verlauf gut erkennbar, wenn man auch nach den auf den nämlichen Scalenwerth reducirten Werthen von $xz - xy$ vielleicht erwarten könnte, dass er noch deutlicher hervortreten würde. Bei den beiden anderen Sternen hingegen ist der periodische Verlauf nur bei der einen Distanz zu sehen, während die andere constant bleibt oder nur Aenderungen zeigt, die jedenfalls nicht von der Einwirkung der Parallaxe herzurühren scheinen. Sieht man für eine Erklärung dieser Erscheinung zunächst von der Heranziehung von Ursachen ab, die im Instrumente liegen, und in Folge deren die Reduction der direct gemessenen Grösse beeinflusst werden würde, so bleiben für dieselbe übrig eine Unsicherheit in der für die Reduction auf eine gemeinsame Epoche zu Grunde gelegten Eigenbewegung und das Vorhandensein einer Parallaxe bei einem der Vergleichsterne. Wenngleich die Eigenbewegungen aus Beobachtungen abgeleitet sind, die sich über Zeiträume von mindestens 100 Jahren erstrecken, so sind doch in denselben Fehler von 0.″01 bis 0.″02 sehr wohl möglich und Eigenbewegungen von diesem Betrage können sehr wohl auch einige der benutzten Vergleichsterne haben. Durch diese Ursachen kann mithin die Amplitude der periodischen Schwankungen in den gemessenen Distanzen allerdings verringert werden, doch dürfte eine solche Verringerung derselben jedenfalls kaum den Betrag von 0°005 erreichen. Betreffs des Vorhandenseins einer messbaren Parallaxe bei einem der Vergleichsterne fehlt natürlich jeder directe Anhalt. Wenn man auch annimmt, dass gegenüber der Anzahl derjenigen Sterne, deren Parallaxe absolut Null ist, die Anzahl der Sterne mit Parallaxen von wenigen Hundertstel Bogensecunden immer noch sehr gross ist, so ist doch immerhin die Wahrscheinlichkeit, dass zwei benachbarte Sterne gleich grosse, wenn auch nur kleine messbare Parallaxen

haben, eine so geringe, dass wir dieselbe zur Erklärung des vorliegenden Falles nicht wohl heranziehen dürfen. Ausgeschlossen ist es natürlich deswegen noch nicht, dass ein Bruchtheil der Verringerung der Amplituden bei einzelnen Distanzen von minimalen Parallaxen der Vergleichsterne herrührt.

Hiernach dürfte es am wahrscheinlichsten sein, den Hauptgrund für die Verringerung der Amplituden einzelner Distanzreihen im Instrumente selbst zu suchen, resp. in den Reductionselementen. In Betracht kommen können hierbei nur solche Reductionen, die analog der Parallaxe in Beziehung stehen zur Sonnenlänge. Es sind dies die vom Einfluss der Wärme auf die gemessene Distanz herrührenden Reductionen und zwar speciell die Reduction des Scalenwerthes auf o°. Um zu untersuchen, in wie weit in den Distanzmessungen noch kleine unberücksichtigte systematische Fehler vorhanden sind, welche von Temperatureinwirkungen herrühren, habe ich die von der Parallaxeneinwirkung völlig freien Summen $xy + xz$ benutzt. Die nachstehenden Mittelwerthe nebst den zugehörigen Angaben der Kopfthermometer sind für die nämlichen Epochen gebildet wie die Mittelwerthe der einzelnen Distanzen.

Br. 3077		Arg.-Oeltzen 10603		31 Aquilae	
$xy + xz$		$xy + xz$		$xy + xz$	
200.8070	+ 18.0	529.0824	+ 16.2	419.8274	+ 13.6
8243	— 1.2	0932	+ 7.1	8496	+ 2.6
8215	+ 17.6	0983	+ 10.8	8403	+ 16.9
8290	— 4.8	1205	— 0.2	8550	+ 2.4
8206	+ 18.7	0967	+ 8.5	8366	+ 12.3
8332	— 3.9			8441	+ 4.6

Bei allen drei Reihen ist deutlich eine Abhängigkeit der Grösse $xy + xz$ von der Temperatur ausgesprochen, und zwar derart, dass den höheren Temperaturen die kleineren Werthe von $xy + xz$ angehören. Die drei Reihen würden jede eine Verringerung des zu Grunde gelegten Werthes 0.00001041 des Temperaturcoëfficienten des Scalenwerthes verlangen, um die Grösse $xy + xz$ während der ganzen Dauer der Beobachtungen constant zu erhalten. Ausserdem ist hierzu noch die Annahme eines der Zeit proportionalen Gliedes erforderlich, welches für alle drei Reihen das nämliche Zeichen haben muss. Letzteres kann herrühren theils von Eigenbewegungen der

Sterne, theils von Aenderungen des Scalenwerthes im Verlaufe der Beobachtungsreihen; nach der Discussion der Beobachtungen des Normalbogens sind indessen derartige Aenderungen des Scalenwerthes nicht recht wahrscheinlich. Gleicht man die Grössen $xy + xz$ in den drei Beobachtungsreihen nach Temperatur und Zeit aus, so ergiebt sich, wenn man unter C_T die erforderliche Correction des bei der Reduction der Beobachtungen angewandten Temperaturcoëfficienten des Scalenwerthes versteht und R_E den Coëfficienten des der Zeit proportionalen Reductionsgliedes für $xy + xz$ bezeichnet, wobei für die Zeit das Jahr als Einheit angenommen ist:

	C_T	R_E
Bradley 3077	+ 0.00000121	— 0ʺ.00015
Arg.-Oeltzen 10603	+ 0.00000373	— 0.00249
31 Aquilae	+ 0.00000278	— 0.00134

Da der Werth — 0.00001041 bei den Reductionen für den Temperaturcoëfficienten des Scalenwerthes benutzt worden ist, würde sonach eine der Reihen eine Verminderung desselben um $\frac{1}{3}$ seines Betrages erfordern. Wenn auch die obigen Werthe nur als Näherungen angesehen werden dürfen, von denen sich die wahren, welche man aus einer directen Ausgleichung des ursprünglichen Beobachtungsmaterials erhalten würde, noch wesentlich unterscheiden dürften, so erscheint es doch unzweifelhaft, dass jede der drei Beobachtungsreihen einen kleineren Temperaturcoëfficienten ergiebt als der ist, welcher aus den Beobachtungen des Normalbogens folgt. Die Beobachtungen des Normalbogens erstrecken sich über alle Theile des Jahres und vertheilen sich ziemlich gleichmässig über alle Temperaturen. Die aus ihnen hergeleitete Reductionsgrösse bezieht sich daher auf einen mittleren Zustand des Instrumentes, namentlich auf einen mittleren Betrag des Temperaturunterschiedes von Objectiv und Scalen. Die Parallaxenbestimmungen andererseits sind immer nur in der Nähe zweier bestimmter Punkte der Erdbahn angestellt worden, die zeitlich um ein halbes Jahr von einander entfernt liegen. Zu der einen Beobachtungsepoche sind die Temperaturen wesentlich andere als zu der von ihr ein halbes Jahr entfernten anderen. Die Beobachtungen erstrecken sich bei keiner der drei Reihen über alle Temperaturen, sondern umfassen abwechselnd immer Epochen mit nur höheren und Epochen mit nur niederen Temperaturen; die

Temperaturunterschiede zwischen zwei aufeinanderfolgenden Epochen sind in den einzelnen Reihen sehr verschieden. Jedenfalls kann man nicht erwarten, dass der Temperaturcoëfficient, welcher aus solchen Beobachtungsreihen hergeleitet ist, einem mittleren Zustande des Heliometers und speciell einem mittleren Temperaturunterschiede zwischen Objectiv und Scalen entspricht, und ist es hiernach wohl erklärlich, dass die Parallaxenbeobachtungen für den Wärmecoëfficienten Werthe ergeben, welche um mehrere Procente von dem aus den Normalbogenbeobachtungen hergeleiteten abweichen können. Bestimmte Zahlenangaben lassen sich in dieser Hinsicht nicht machen; die Abweichung zwischen den Bestimmungen wird aber um so stärker sein, je extremer die Temperaturen bei den Parallaxenbestimmungen sind. Von noch erheblicherem Einfluss ist der Umstand, ob die Beobachtungen in Zeiten mit sehr schwankenden oder mit nahezu constanten Temperaturen fallen. Unterschiede von mehr als 30 %, wie sie oben gefunden wurden, würden sich jedoch — wenn sie wirklich reell sein sollten — auf diese Weise wohl nicht erklären lassen. Zwischen den Beobachtungen des Polbogens und denen der Parallaxensterne, namentlich Arg.-Oeltzen 10603 und 31 Aquilae, besteht jedoch noch ein weiterer wesentlicher Unterschied. Während der Polbogen in seiner Zenithdistanz überhaupt nur eine Schwankung von ca. 6° hat, sind diese beiden Parallaxensterne in der einen Beobachtungsepoche in grossen, in der darauffolgenden in kleinen Zenithdistanzen beobachtet worden, und zwar fallen die grossen Zenithdistanzen mit den niederen Temperaturen, die kleinen Zenithdistanzen mit den hohen Temperaturen zusammen. Br. 3077 ist zu beiden Beobachtungsepochen im Mittel wesentlich in der nämlichen Zenithdistanz beobachtet worden, nur war der Spielraum für die Zenithdistanz im Winter ein grösserer als im Sommer. Da die zu Grunde gelegte Refraction keinesfalls als absolut richtig angesehen werden kann und die nothwendigen Correctionen derselben sicher Functionen der Zenithdistanz sind, ergiebt sich hieraus eine weitere Ursache für Schwankungen in den Werthen $xy + xz$, welche einen periodischen Character zeigen und sich mit den Temperatureinflüssen vermischen. Eine weitere Aufklärung in dieser Hinsicht ist zu erwarten, wenn eine die mikrometrische Refraction betreffende Beobachtungsreihe am Heliometer zur Ausführung gelangt sein wird.

Es ist hiernach ersichtlich, dass eine Reihe von Ursachen vorhanden ist, die zusammenwirken können, um bei der Kleinheit der bestimmten Parallaxenwerthe in einzelnen der gemessenen Distanzen xy oder xz den periodischen Verlauf mehr oder weniger zu verwischen und in den Summen $xy + xz$ eine gewisse Periodicität hervortreten zu lassen. Dem gegenüber sei hier nochmals darauf hingewiesen, dass die Grössen $xy - xz$, welche durchweg zur Herleitung der Parallaxen benutzt wurden, völlig frei von derartigen systematischen Fehlern sind, da sie mit Hilfe der Summen $xy + xz$ auf einen gemeinsamen Scalenwerth reducirt worden sind. Die aus ihnen hergeleiteten Resultate dürften nach dieser Richtung hin als völlig einwandfrei zu betrachten sein.

III. Meteorologische Angaben.

Die im Nachstehenden angegebenen Barometerstände sind theilweise directe Ablesungen am Stationsbarometer der Sternwarte, theilweise sind sie den Diagrammen eines Barographen entnommen. In ersterem Falle sind sie mit der Correction — 0.6 mm, im letzteren mit — 0.7 mm auf das Niveau des Heliometers reducirt worden. In den wenigen Fällen, wo sich nur eine Barometerangabe für den ganzen Abend findet, ist der Barometerstand für die Dauer der Beobachtungen constant geblieben. Die in Columne *B* verzeichneten Barometerstände sind auf 0° reducirt.

In der Columne *T* sind die Lufttemperaturen nach Celsiusgraden gegeben. Dieselben sind an einem Fuess'schen Thermometer abgelesen, das an einem drehbaren Arme im Spalte der Heliometerkuppel ungefähr in der Höhe des Objectivs aufgehangen ist. Die Nullpunktcorrection desselben ist nach mehrfachen Bestimmungen Null.

Die Beobachtungszeiten Θ sind in Sternzeit gegeben.

1887	Θ	*B*	*T*	1887	Θ	*B*	*T*
Aug. 1	$16^h 41^m$	$756^{mm}.3$		Oct. 30	$20^h 19^m$	$741^{mm}.8$	+ 9°.3
	17 51		+ 20°.1		20 47		+ 9.4
	18 41	756.5			21 20		+ 9.0
	19 50		+ 17.2		21 25	742.8	
25	20 15	751.2		Dec. 4	22 53	747.3	
	21 29		+ 15.6		22 55		+ 1.5
	22 16	751.1			23 18		+ 1.3
	22 38		+ 14.5		23 43		+ 0.9
					23 55	747.5	+ 0.6
Oct. 28	20 27	747.7					
	20 40		+ 2.8	7	23 57	744.7	+ 1.4
	21 5		+ 2.2		0 17		+ 1.3
	21 27	747.6			0 43	744.8	+ 1.3
	21 34		+ 2.8				

1888	Θ	B	T
Jan. 16	$2^h 42^m$	$765^{mm}.4$	
	2 52		— 4°0
	3 37		— 4.0
	3 43	765.4	
März 3	9 46	744.6	— 8.4
	10 12		— 8.9
	10 36	744.6	— 8.9
April 15	13 33		+ 4.9
	13 38	751.2	
	14 12		+ 4.4
	14 38	751.2	
Mai 2	12 46	751.9	+ 9.9
	13 13		+ 9.6
	13 45	751.6	
	13 52		+ 9.2
	14 6		+ 9.1
4	13 53	757.3	
	14 13		+ 5.4
	14 36		+ 5.2
	14 53	757.3	
	15 0		+ 5.1
12	14 24	758.3	
	14 44		+ 5.3
	15 8		+ 5.0
	15 24	758.4	
13	12 28	750.0	
	12 52		+ 9.5
	13 15		+ 8.5
	13 28	749.7	
17	15 34		+ 17.5
	15 44	750.4	
	15 57		+ 17.3
	16 15		+ 16.9
	16 44	750.4	
18	12 58	749.3	+ 21.5
	13 35		+ 21.0
	14 0	749.0	+ 21.0
24	12 54		+ 17.4
	13 11	753.8	
	13 17		+ 17.2
	13 45		+ 17.1
	14 12	753.7	

1888	Θ	B	T
Juni 2	$13^h 59^m$	$757^{mm}.4$	+ 12°0
	14 19		+ 12.0
8	14 11	748.7	
	14 24		+ 17.0
	14 52		+ 16.6
	15 15	748.6	+ 16.5
Sept. 14	20 16		+ 13.1
	20 37	759.5	
	20 44		+ 12.5
	21 14		+ 12.1
	21 37	759.4	
17	22 49	756.5	
	22 51		+ 10.2
	23 25		+ 10.0
	23 49	756.6	
20	22 1	758.9	+ 10.7
	22 29		+ 10.2
	23 1	759.0	
21	21 55		+ 12.9
	22 5	756.7	
	22 50		+ 12.2
	23 5	756.7	
Dec. 6	5 5	760.9	
	5 20		— 0.8
	5 45		— 1.2
	6 5	760.9	
7	3 8	759.6	
	3 23		+ 0.2
	3 42		0.0
	4 9	759.6	
1889 Jan. 3	23 54	767.5	
	0 33		— 8.1
	0 54	767.5	
	1 19		— 8.5
	1 54	767.5	
4	23 58	765.5	
	0 17		— 5.2
	0 50		— 6.2
	0 58	765.4	
15	1 30		— 10.1
	1 41	756.1	
	2 5		— 10.4
	2 41	756.0	

1889	𝔊	B	T
Febr. 13	6h 36m	755mm.2	
	7 7		−12°.7
	7 36	754.8	
	7 58		−13.1
	8 36	754.1	
April 6	10 58		+4.7
	11 2	739.8	
	11 48		+4.2
	12 2	739.8	
	12 16		+4.0
Mai 1	12 26		+14.7
	12 40	748.6	
	13 10		+14.0
	13 40	748.6	
Juni 7	15 6	751.8	
	15 15		+21.0
	15 58		+19.2
	16 6	751.8	
Sept. 5	19 47		+14.0
	20 0	754.9	
	20 13		+13.7
	20 46		+13.6
15	21 30		+6.4
	21 40	758.4	
	22 19		+5.9
	22 40	758.7	
1890			
Mai 17	13 42	747.9	
	13 48		+13.7
	14 39		+12.8
	15 30		+12.0
	15 42	748.2	
18	12 40		+16.2
	12 46	747.5	
	13 29		+15.1
	13 46	747.8	
	14 10		+14.5
19	12 30		+15.9
	12 50	747.4	
	13 11		+14.9
	13 50	747.4	
	13 52		+14.7

1890	𝔊	B	T
Mai 23	12h 43m		+17°.9
	13 6	754mm.2	
	13 21		+17.2
	13 58		+16.5
	14 6	754.4	
24	12 9	753.3	
	12 37		+16.1
	13 20		+14.7
	14 5		+14.5
	14 10	753.3	
Juli 10	17 15	750.2	
	18 0		+11.5
	18 15	750.3	
	18 42		+11.2
	19 15	750.4	
	19 31		+11.1
13	18 12		+12.8
	18 27	753.4	
	19 4		+12.0
	19 27	753.4	
	19 50		+11.7
	20 27	753.4	
14	16 31	753.3	
	17 5		+17.9
	17 31	753.5	
	17 45		+17.0
	18 24		+16.2
	18 31	753.4	
16	17 39	754.1	
	18 12		+19.6
	18 39	754.1	
	18 45		+19.1
	19 21		+18.9
	19 39	754.2	
26	17 18	754.8	
	17 38		+13.2
	18 18	754.9	
	18 22		+12.1
	19 7		+11.2
	19 18	754.9	
31	18 20		+21.0
	18 38	753.7	
	18 58		+20.9
	19 33		+19.7
	19 38	753.7	

1890	Θ	B	T
Aug. 13	$18^h 22^m$		$+ 18^{\circ}.1$
	18 29	$746^{mm}.2$	
	19 29	746.3	
	19 52		+ 17.2
	20 5		+ 17.0
	20 29	746.3	
18	17 48	747.8	
	18 18		+ 23.5
	18 48	747.7	
	18 57		+ 22.9
	19 44		+ 22.0
	19 48	747.7	
22	18 4	753.1	
	18 34		+ 17.4
	19 4	753.2	
	19 13		+ 16.4
	20 0		+ 14.8
	20 4	753.4	
Sept. 19	19 55	755.2	
	20 12		+ 14.7
	20 50		+ 14.1
	21 37		+ 13.2
	21 55	755.2	
21	20 2	752.1	
	20 14		+ 15.9
	20 55		+ 15.0
	21 2	752.0	
	21 27		+ 14.4
Oct. 1	20 42	746.7	
	20 51		+ 19.0
	21 28		+ 18.0
	22 14		+ 18.1
	22 42	745.8	
3	21 39		+ 12.9
	21 50	753.3	
	22 7		+ 12.6
	22 40		+ 12.5
	22 50	753.4	
11	1 3		+ 10.4
	1 22	759.2	
	1 49		+ 10.1
	2 22	759.2	
	2 30		+ 9.9

1890	Θ	B	T
Oct. 12	$21^h 25^m$	$761^{mm}.3$	
	21 49		$+ 10^{\circ}.8$
	22 21		+ 10.5
	22 52		+ 9.4
	23 25	761.3	
13	19 29	759.0	
	19 35		+ 13.8
	20 17		+ 13.0
	20 51		+ 12.3
	21 29	759.0	
	2 30	758.9	
	2 50		+ 8.0
	3 57		+ 7.1
	4 30	758.5	
	4 59		+ 6.3
14	19 10		+ 15.9
	19 33	754.1	
	19 43		+ 15.1
	20 11		+ 14.1
	20 33	753.9	
	1 23		+ 8.8
	1 34	752.8	
	2 25		+ 7.6
	3 8		+ 7.9
	3 34	751.9	
29	19 32	752.4	
	20 5		+ 2.2
	20 54		+ 1.9
	21 32	752.1	
	21 48		+ 1.9
Nov. 16	2 30		+ 1.2
	2 44	758.3	
	3 16		+ 0.6
	4 20		+ 0.1
	4 44	758.3	
1891 Jan. 3	3 36		— 10.1
	3 52	756.8	
	4 19		— 10.3
	4 52	756.7	
	5 25		— 10.0
22	1 7	740.1	
	1 12		— 3.6
	2 7	740.5	
	2 13		— 6.6
	3 7	740.8	
	3 16		— 7.0

1891	Θ	B	T
Jan. 29	1h 34m	758mm6	
	1 43		+ 3°6
	2 30		+ 2.2
	2 34	758.8	
	3 12		+ 1.6
Feb. 5	2 2	764.8	
	2 35		+ 1.8
	3 2	765.1	
	3 15		+ 1.2
	3 52		+ 1.0
	4 2	765.3	
8	2 14	762.9	
	2 26		+ 0.3
	3 11		0.0
	3 14	763.0	
	3 50		— 0.5
10	2 37		— 1.0
	3 0		— 1.3
	3 22	761.7	
	4 0		— 1.7
	4 22	761.5	
	4 36		— 1.9
25	4 46		+ 2.2
	5 21	758.5	
	5 40		+ 1.9
	6 21	758.2	+ 1.0
26	5 25	757.2	
	5 28		+ 4.8
	6 20		+ 4.0
	6 25	757.4	
28	4 33	758.7	
	4 35		+ 4.9
	4 46		+ 4.1
	5 22		+ 2.9
	5 33	758.8	
April 2	15 40		— 2.0
	15 45	749.7	
	16 35		— 2.0
	16 45	749.4	
	17 17		— 2.3
6	15 0	746.7	
	15 41		+ 3.1
	16 40		+ 2.6
	17 0	746.0	
	17 35		+ 1.9

1891	Θ	B	T
April 23	14h 7m	751mm2	
	14 42		+ 3°3
	15 24		+ 3.6
	16 7	751.2	
	16 28		+ 3.0
24	14 50		+ 3.5
	15 11	751.2	
	15 33		— 2.2
	16 11	751.2	
	16 20		+ 1.5
27	12 22	746.4	
	13 17		+ 7.8
	14 6		+ 6.9
	14 23	745.9	
	14 55		+ 6.0
	15 20		+ 6.0
	16 0		+ 5.5
	16 23	745.4	
	16 40		+ 5.1
29	11 30	747.7	
	11 36		+ 8.8
	12 30	747.9	+ 8.7
	13 15		+ 6.9
	13 30	748.1	
30	12 0		+ 15.3
	12 34	749.4	
	12 48		+ 14.9
Mai 4	11 50	750.2	
	11 53		+ 12.9
	12 48		+ 12.2
	12 50	750.4	
	13 35		+ 11.2
	14 50	751.1	
5	11 53	753.4	
	11 58		+ 11.5
	12 54	753.7	
	12 56		+ 10.3
	13 47		+ 9.7
	14 44		+ 8.9
	14 54	754.0	
	15 16		+ 8.9
	16 17		+ 8.0
	16 54	753.9	

1891	Θ	B	T
Mai 6	11h 58m	751mm.1	+ 13°.2
	12 54		+ 12.2
	13 40		+ 11.9
	13 58	751.1	
Juli 6	17 49		+ 15.8
	17 59	748.1	
	18 46		+ 15.0
	18 59	747.9	
	19 25		+ 14.9
	19 59	747.5	
13	17 4		+ 16.2
	17 26	754.7	
	17 56		+ 16.2
	18 26	754.5	
	18 48		+ 15.9
	19 26	754.4	
16	18 15		+ 17.9
	18 38	749.4	
	18 59		+ 17.4
	19 38	749.4	+ 17.0
18	18 45	754.3	
	18 52		+ 18.4
	19 40		+ 17.5
	19 45	754.3	
	20 22		+ 17.1
	20 45	753.8	
21	16 57	753.2	
	17 25		+ 17.3
	17 57	753.4	
	18 7		+ 16.7
	18 45		+ 16.6
	18 58	753.4	+ 16.1
23	17 5	751.4	
	17 10		+ 16.6
	18 7	751.5	+ 15.5
	18 57		+ 14.4
	19 5	751.5	
Sept. 9	18 57		+ 15.2
	19 14	759.1	
	19 42		+ 14.7
	20 14	759.1	
	20 24		+ 13.9

1891	Θ	B	T
Sept. 10	19h 8m		+ 15°.8
	19 18	757mm.9	
	19 56		+ 14.5
	20 18	757.8	
	20 35		+ 13.9
11	19 22	755.1	
	19 37		+ 17.4
	20 10		+ 15.9
	20 20		+ 15.6
	20 22	755.1	
29	18 33	753.9	
	19 2		+ 16.2
	19 41		+ 16.1
	20 22		+ 15.1
	20 33	753.7	
30	18 37	751.8	
	19 2		+ 18.0
	19 37		+ 17.2
	20 16		+ 16.6
	20 37	751.9	
Oct. 16	19 39		+ 16.2
	19 40	748.7	
	20 20		+ 15.2
	20 40	748.5	
	20 50		+ 14.7
18	19 26		+ 11.9
	19 48	753.4	
	20 6		+ 11.0
28	1 28	756.7	
	1 45		+ 1.6
	2 28	756.7	
	2 31		+ 1.3
	3 14		+ 1.1
	3 28	756.7	
Nov. 2	1 48	763.5	
	1 56		+ 1.0
	2 49		+ 0.3
	3 37		+ 0.3
	3 48	763.1	
5	1 51		— 1.7
	2 0	763.3	
	2 58		— 2.9
	3 42		— 2.9
	4 0	762.9	

1891	Θ	B	T
Nov. 7	2h 7m	760mm.2	
	2 17		− 1°.2
	3 14		− 1.9
	3 55		− 2.1
	4 8	759.7	
28	2 30	751.3	
	2 50		− 0.7
	3 39		− 1.6
	4 21		− 1.4
	4 30	751.6	
Dec. 2	2 45		+ 0.5
	2 46	748.6	
	3 28		+ 0.1
	4 14		+ 0.1
	4 46	748.7	
24	0 12	759.0	
	0 23		− 1.7
	0 48		− 1.7
	1 12	758.9	
28	4 28	752.8	
	5 2		− 0.4
	5 28	752.7	
	5 37		− 0.4
	6 28	752.6	
	6 38		− 0.4
	7 17		− 0.2
	7 29	752.3	
	8 12		− 0.4
	8 30		− 0.5
	9 29	752.0	− 0.2
1892 Jan. 11	3 23	744.8	
	3 35		− 4.9
	4 23	744.8	− 5.2
	4 52		− 4.4
	5 23	744.8	
13	3 14		− 5.1
	3 31	743.5	
	4 0		− 5.7
	4 31	743.1	
	4 36		− 5.8
	5 31	742.7	
17	0 46	752.3	
	1 0		− 4.9
	1 38		− 5.4
	1 46	752.6	
	2 25		− 6.0

1892	Θ	B	T
Jan. 18	6h 30m		− 6°.2
	6 51	757mm.1	
	6 57		− 6.4
	7 51	757.1	
	7 54		− 7.1
19	0 54	757.0	
	1 6		− 4.2
	1 42		− 4.8
	1 54	757.0	
	2 21		− 5.5
20	0 58	755.1	
	1 4		− 6.5
	1 58	755.2	
	2 9		− 7.3
	2 42		− 7.7
	2 58	755.4	
21	1 2	754.8	
	1 14		− 10.5
	2 2	754.9	
	2 3		− 11.0
	3 2	754.9	
	3 5		− 11.9
	4 2	755.0	
	4 12		− 12.0
März 4	4 52	754.6	
	5 19		− 3.6
	6 0		− 4.2
	6 43		− 4.5
	6 52	754.8	
April 4	11 55	752.9	
	12 1		+ 8.5
	12 28		+ 7.7
	12 55	752.8	
	13 17		+ 7.0
8	14 10	754.9	+ 2.0
	14 58		+ 1.5
	15 11	754.9	
	15 45		+ 0.8
	16 25		+ 0.5
	17 11	755.5	
9	16 15	754.5	
	16 19		+ 1.0
	16 59		+ 0.9
	17 15	754.5	
	17 35		+ 0.2
	18 15	754.5	

1892	Θ	B	T
April 10	$16^h 12^m$		+ 4°.1
	16 19	750mm.5	
	17 12		+ 2.0
	17 19	750.4	
	17 50		+ 1.5
	18 19	750.1	
11	16 16		+ 4.5
	16 23	744.1	
	17 23	743.8	
	17 35		+ 3.1
	18 13		+ 2.0
	18 23	743.8	
23	13 10	756.2	
	13 20		+ 8.9
	14 8		+ 8.2
	14 49		+ 8.0
	15 10	755.7	
24	12 13	754.4	
	12 28		+ 6.5
	13 24		+ 6.0
	14 2		+ 5.7
	14 14	754.3	
Mai 3	11 49	743.5	
	11 52		+ 9.1
	12 46		+ 7.5
	12 49	743.6	
	12 52		+ 7.9
7	11 4	755.8	
	12 28		+ 5.0
	13 5	755.9	
	14 28		+ 3.3
	15 5	755.8	
8	11 8	754.7	
	11 57		+ 8.9
	12 50		+ 7.9
	13 9	754.8	
	13 27		+ 7.2
	15 9	755.3	
9	11 12	754.8	
	11 55		+ 13.1
	12 42		+ 12.8
	13 13	754.9	
	13 25		+ 12.1

1892	Θ	B	T
Mai 26	$14^h 7^m$		+ 21°.5
	14 20	750mm.5	+ 21.5
	15 20	750.7	
	15 24		+ 18.2
Juni 2	13 47	750.6	
	14 2		+ 17.3
	14 47	750.6	
	14 49		+ 15.9
Juli 11	17 21	747.0	
	17 25		+ 15.2
	17 39		+ 15.2
	18 17		+ 14.6
	18 21	747.0	
	18 59		+ 14.0
	19 21	747.0	
25	18 16	754.1	
	18 49		+ 14.0
	19 41		+ 13.5
	20 16	754.5	
	20 19		+ 12.5
26	17 20	754.0	
	17 40		+ 17.2
	18 20	754.2	
	18 22		+ 17.2
	19 20	754.5	
	19 26		+ 16.1
27	17 23	755.0	+ 17.8
	18 11		+ 17.1
	18 24	755.1	
	18 48		+ 17.1
28	17 22		+ 21.6
	17 28	754.6	
	18 15		+ 20.1
	18 28	754.8	
	18 53		+ 19.1
	20 28	754.9	
	20 32		+ 18.1
	21 29	754.9	+ 16.0
29	17 21		+ 22.0
	17 32	754.0	
	18 5		+ 21.0
	18 32	754.0	
	18 35		+ 19.6
	20 16		+ 17.5
	20 32	754.0	
	21 9		+ 15.5
	21 32	754.0	

1892	Θ	B	T	1892	Θ	B	T
Sept. 13	$19^h 33^m$	750.1 mm		Oct. 21	$20^h 2^m$	745.0 mm	
	19 49		+ 20°.1		20 12		+ 4°.1
	20 31		+ 19.4		20 56		+ 3.2
	21 5		+ 17.0		21 34		+ 3.0
	21 33	750.0			22 3	744.1	
16	19 45	752.2		24	20 14	744.8	
	20 5		+ 18.6		20 47		+ 4.2
	20 55		+ 16.7		21 30		+ 3.4
	21 43		+ 16.0		22 7		+ 1.6
	21 45	752.3			22 15	745.5	
	22 31		+ 16.0				
	23 38		+ 14.2	26	19 59		+ 3.8
	23 45	752.4			20 23	753.6	
					20 41		+ 3.5
18	19 53	756.3			21 19		+ 3.6
	20 10		+ 9.5		21 23	754.0	
	20 48		+ 9.1				
	21 22		+ 9.0	Nov. 21	22 5	761.2	
	21 53	756.0			22 19		— 2.9
	22 12		+ 8.1		23 4		— 3.7
	22 53	755.7			23 5	761.6	
20	18 0	752.9		26	21 24	762.1	
	18 31		+ 20.3		21 47		— 5.6
	19 0		+ 19.1		22 24	762.1	
	19 12	753.0			22 30		— 6.0
					22 53		— 5.5
25	18 20	750.3			23 25	762.0	
	18 48		+ 18.1				
	19 24		+ 17.6	27	21 28	762.1	
	20 0		+ 16.9		21 44		— 6.8
	20 20	751.0			22 7		— 7.3
					22 28	762.1	— 7.1
Sept. 26	18 24	752.2					
	18 37		+ 17.1	Dec. 16	2 42		+ 2.3
	19 21		+ 16.6		2 44	759.4	
	19 24	752.3			3 35		+ 2.0
					3 44	759.5	
30	18 40	747.5					
	18 42		+ 15.6	27	0 25		— 4.0
	19 23		+ 15.4		0 27	755.5	
	20 0		+ 14.0		0 57		— 4.1
	20 40	747.8			1 27	755.5	— 4.6
				1893			
Oct. 4	18 54		+ 12.6	Jan. 7	0 33		— 8.6
	18 55	750.0			1 10	753.8	— 8.3
	19 33		+ 11.8		1 58		— 9.0
	19 54	749.9			2 51		— 12.1
	20 5		+ 11.3		3 10	753.8	

1893	Θ	B	T
Jan. 23	$2^h 13^m$	$750^{mm}.0$	
	2 38		− 6°.8
	3 15		− 7.5
	3 52		− 7.8
	4 13	751.6	
28	1 33	753.8	
	1 55		− 1.1
	2 51		− 2.2
	3 33	753.8	
	3 36		− 3.2
29	1 37	752.2	
	1 49		− 0.5
	2 34		− 1.0
	2 37	752.2	
	3 15		− 1.1
	3 37	752.2	
Febr. 6	2 8	760.7	
	2 39		− 3.3
	3 8	760.8	
	3 30		− 4.6
	4 8	760.8	− 5.5
16	3 48	752.1	
	4 12		+ 8.8
	4 48	752.1	
	4 58		+ 7.2
März 29	7 12		+ 11.1
	7 28	752.4	
	8 6		+ 10.0
	8 29	752.5	
	14 30	752.4	
	14 33		+ 3.0
	15 30	752.3	+ 3.5
	16 26		+ 2.8
	16 30	752.3	
	17 13		+ 1.8
	17 30	752.2	
31	15 29		+ 1.6
	15 39	750.9	
	16 29		+ 0.9
	16 39	751.2	
	17 9		+ 0.8
	17 39	751.3	
April 1	15 31		+ 4.0
	15 43	753.8	
	16 21		+ 3.7
	16 43	753.9	
	17 13		+ 3.5
	17 43	754.1	

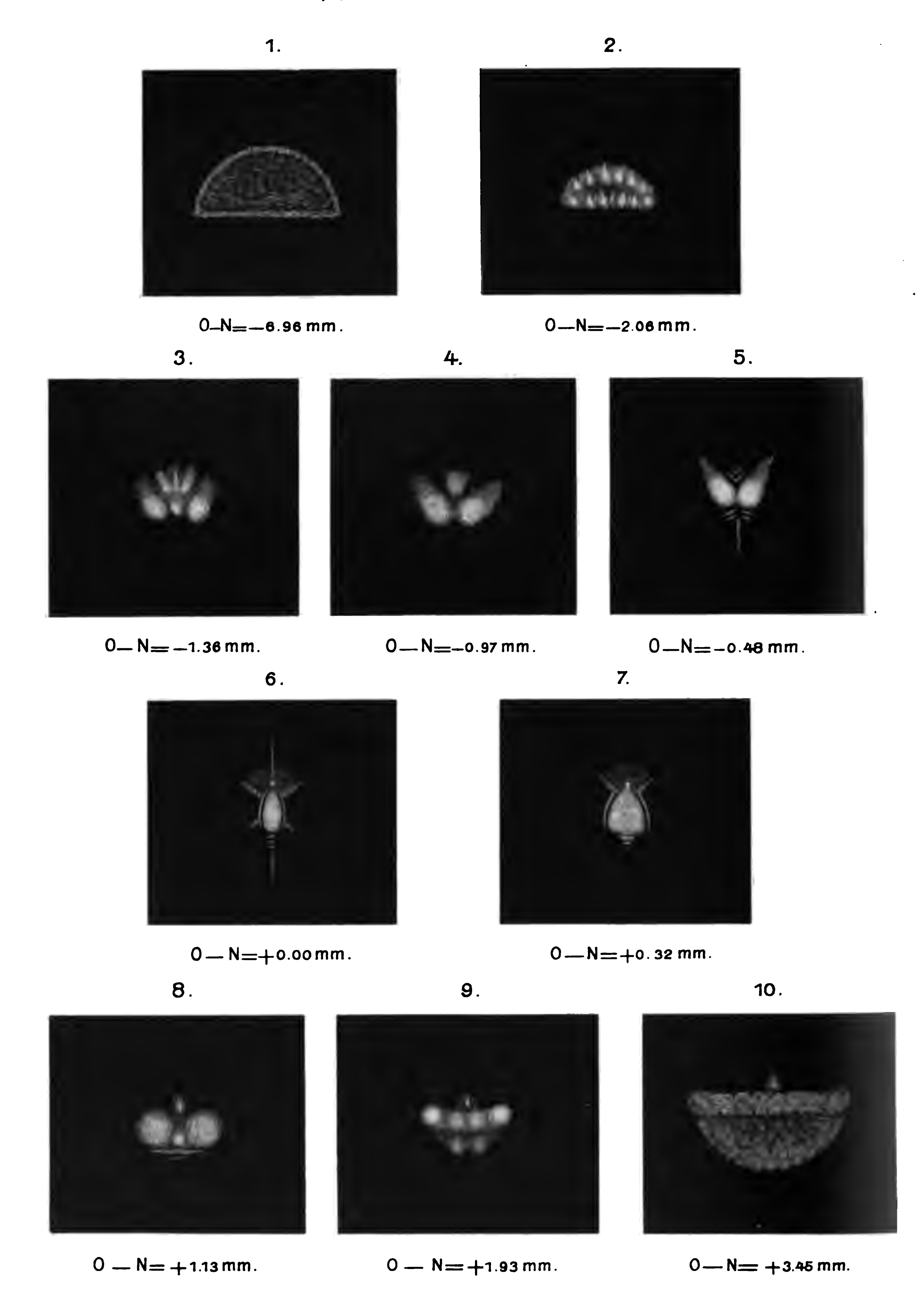
1893	Θ	B	T
April 7	$15^h 46^m$		+ 5°.9
	16 6	$760^{mm}.7$	
	16 39		+ 5.0
	17 6	760.8	
	17 23		+ 4.7
	18 7	761.1	
10	15 11		+ 4.1
	15 18	754.1	
	16 7		+ 3.2
	16 18	754.0	
	16 51		+ 3.0
	17 18	754.0	
Aug. 7	19 0		+ 15.0
	19 5	755.9	
	19 30		+ 14.8
	19 53		+ 14.0
8	18 6		+ 17.8
	18 9	756.9	
	18 43		+ 17.0
	19 9	757.0	
Sept. 13	19 32	752.5	
	19 44		+ 14.7
	20 25		+ 14.2
	20 32	752.3	
	21 9		+ 12.0
	21 32	752.2	
1894 Febr. 20	7 3		− 4.2
	7 4	763.8	
	7 33		− 5.0
	7 50		− 5.4
	8 4	763.6	
22	7 4		− 2.2
	7 12	757.4	
	7 58		− 4.0
	8 12	757.4	
23	7 16	751.1	
	7 21		+ 0.3
	8 3		− 1.0
	8 16	750.8	

Inhalt.

Berichtigungen.

S. 311 Z. 15 von oben lies 0ᴾ2621 statt 0ᴾ2611.

\- 311 - 19 - - - 0ᴾ2639 - 0ᴾ2621.



O—N=—6.96 mm.

O—N=—2.06 mm.

O—N=—1.36 mm.

O—N=—0.97 mm.

O—N=—0.48 mm.

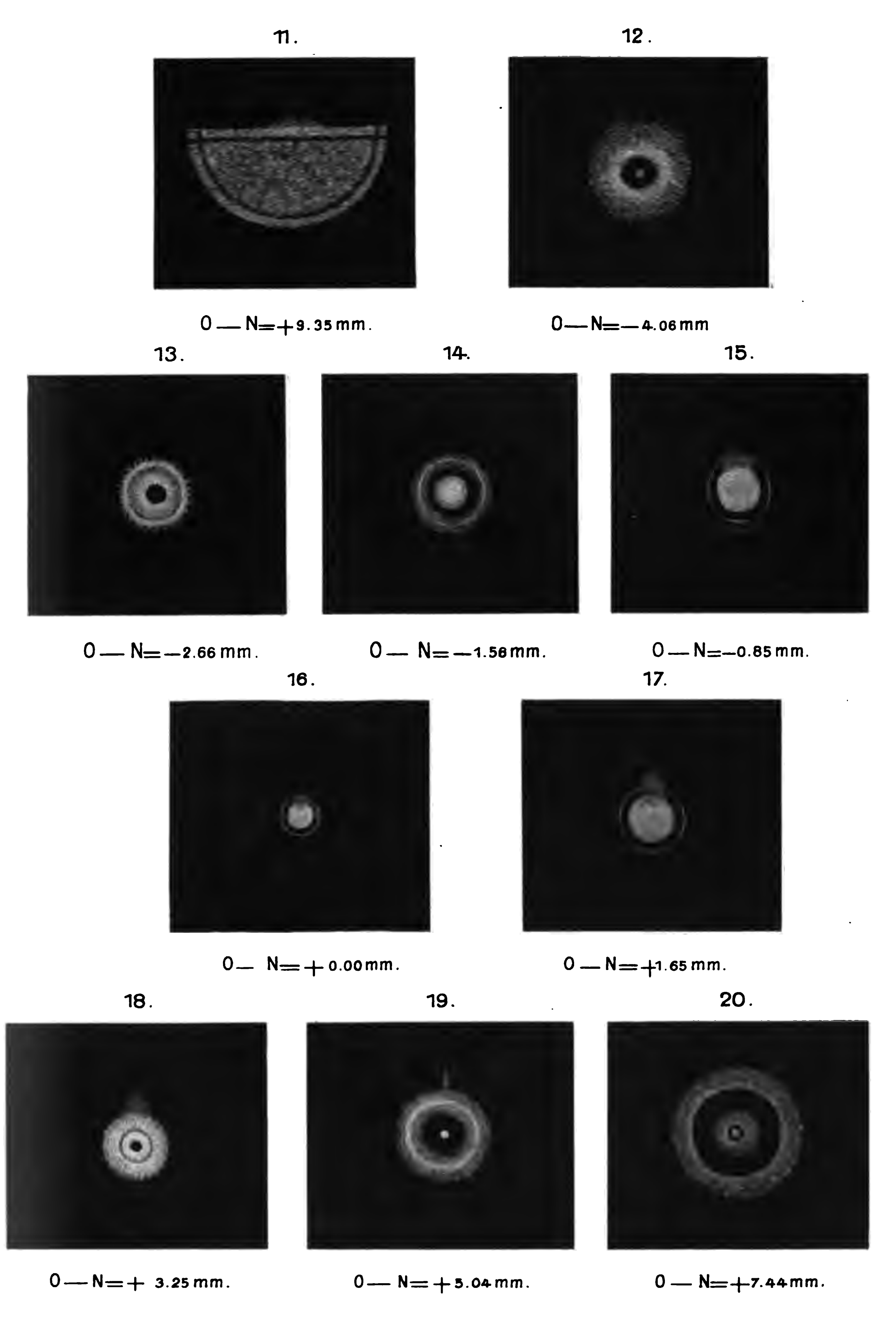
O—N=+0.00 mm.

O—N=+0.32 mm.

O—N=+1.13 mm.

O—N=+1.93 mm.

O—N=+3.45 mm.



Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.

ANATOMISCHE FORSCHUNGEN

ÜBER

JOHANN SEBASTIAN BACH'S GEBEINE UND ANTLITZ

NEBST

BEMERKUNGEN ÜBER DESSEN BILDER

VON

WILHELM HIS.

MIT FÜNFZEHN FIGUREN IM TEXT UND EINER TAFEL.



Einleitung.

Ueber die Aufsuchung von JOHANN SEBASTIAN BACH's Gebeinen habe ich dem Rath der Stadt Leipzig vor einigen Monaten im Auftrag einer Commission Bericht erstattet[1]), und ich habe mir damals vorbehalten, einige mehr fachwissenschaftliche Fragen noch besonders zu erörtern. Indem ich diese nachträglichen Erörterungen gebe, muss ich auch auf die Bilder von BACH zurückkommen, deren nochmalige Discussion aus verschiedenen Gründen erwünscht erscheint.

Ich fasse zunächst kurz den Gang der früheren Untersuchung zusammen: JOHANN SEBASTIAN BACH war im Juli 1750 auf dem Johanniskirchhof begraben, die Spur seines Grabes aber im Lauf der Jahre verloren worden. Nur eine unverbürgte mündliche Tradition gab an, dass er in der Nähe des Südportales der Kirche liege, und darauf sich stützend, hatte man vor 10 Jahren einen Denkstein an der entsprechenden Seite der Kirche anbringen lassen. Die Tradition war so unsicher, dass der beste Kenner älterer Leipziger Verhältnisse, Herr Archivdirector Dr. G. WUSTMANN, auf Grund besonders angestellter Archivforschungen die Wiederauffindung von BACH's Grabstätte für ein hoffnungsloses Unternehmen erklärt hatte. Gleichwohl hat der Vorsitzende des Kirchenvorstandes zu St. Johannis, Herr Pastor TRANZSCHEL, den Muth nicht verloren und bei Anlass des Umbaues der Johanniskirche Nachgrabungen veranstaltet, zu denen er mich als Sachverständigen hinzugezogen hat.

Dr. WUSTMANN's Forschungen hatten den einen wichtigen Punkt ergeben, dass BACH in einem eichenen Sarg beerdigt worden sei.

---

1) JOHANN SEBASTIAN BACH, Forschungen über dessen Grabstätte, Gebeine und Antlitz. Bericht an den Rath der Stadt Leipzig im Auftrag einer Commission erstattet von WILHELM HIS. 4⁰ mit 9 Tafeln. Leipzig, F. C. W. Vogel, 1895.

Da man überdies wusste, dass BACH zur Zeit seines Todes 65 Jahre alt war, so waren die drei Vorbedingungen erfolgreicher Forschung: die Auffindung eines eichenen Sarges mit den Resten eines älteren Mannes in dem von der Tradition bezeichneten Kirchhofgebiet. Ein solcher Sarg wurde nun in der That am 22. October v. J. aufgefunden, und die in demselben enthaltenen Gebeine wurden sorgfältig gesammelt.

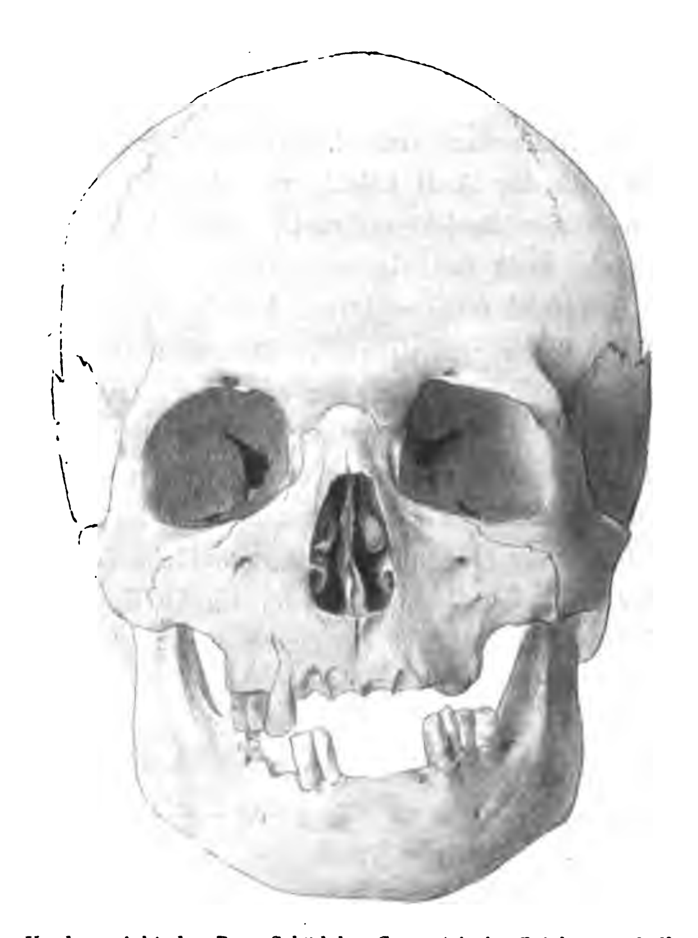


Fig. 1. Vorderansicht des BACH-Schädels. Geometrische Zeichnung, halbe Grösse.

Zu einer weiteren Prüfung der letzteren stand mir nun aber kein anderes Hilfsmittel zu Gebot, als die Vergleichung des Schädels mit den Bildern BACH's. Die vorgenommene Vergleichung hat die Möglichkeit ergeben, dass der Schädel ächt sein könne. Insbesondere fiel es auf, dass der Unterkiefer am Schädel gegen den Oberkiefer etwas hervortrat, eine Eigenthümlichkeit, die auch an den Bildern BACH's wiederkehrte. Andere gemeinsame Charaktere der

Bilder und des Schädels waren die niedrigen Augenhöhlen und die tief eingesetzte kräftige Nase.

Mehr als die Möglichkeit des Aechtseins der Gebeine war auf diesem Wege nicht zu erreichen, dagegen sagte ich mir, dass ein erfahrener Künstler die Angelegenheit um einen wesentlichen Schritt weiter führen könne. Wenn es nämlich gelingen sollte, unter Inne-



Fig. 2. Profil des BACH-Schädels. Geometrische Zeichnung, halbe Grösse.

haltung der nöthigen Vorsichtsmassregeln, über den Schädel oder über seinen Abguss eine ähnliche Porträtbüste von BACH zu formen, so war die Möglichkeit der Aechtheit in eine Wahrscheinlichkeit umgewandelt. Der Grad dieser Wahrscheinlichkeit musste wachsen mit der Genauigkeit, mit der sich die Nachbildung an ihre Vorlagen halten und zugleich den anatomischen Gesetzen der Gesichtsbildung gerecht werden konnte.

Der Bildhauer Herr C. SEFFNER, den ich gebeten habe, den Versuch der Reproduction von BACH's Zügen über dem Schädelabguss vorzunehmen, ist schon nach kurzer Zeit zu sehr ermuthigenden Ergebnissen gelangt. Um aber weiterhin möglichst sichere Unterlagen für die Entwerfung der Büste über dem Schädel zu gewinnen, habe ich im Laufe des Winters an 37 menschlichen Leichen

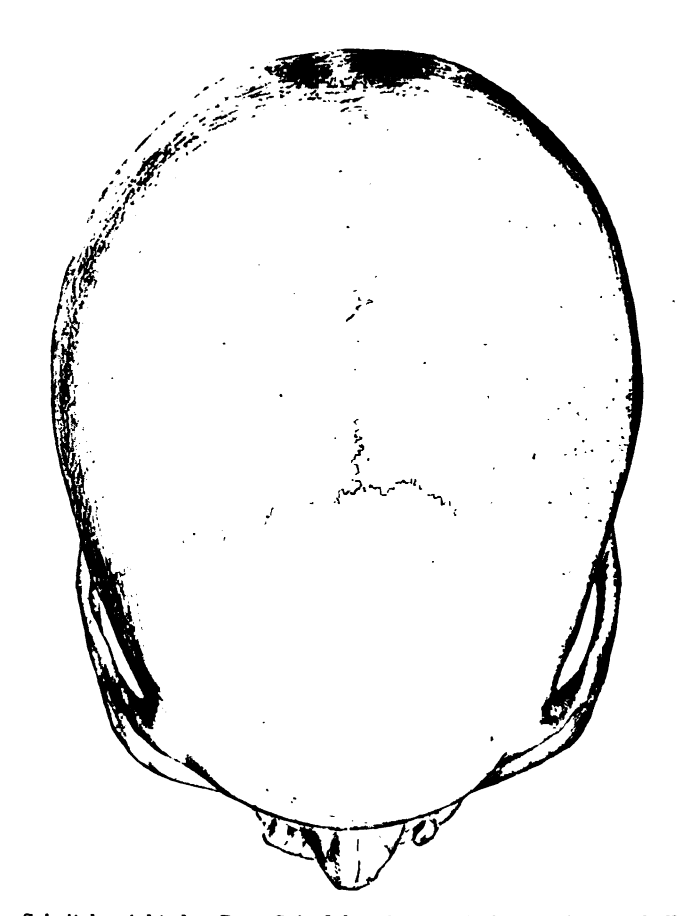


Fig. 3. Scheitelansicht des BACH-Schädels. Geometrische Zeichnung, halbe Grösse.

die Dicke der Weichtheile in den verschiedenen Bezirken des Gesichtes gemessen. Aus den bezüglichen Werthen wurden die bei 8 gesunden älteren Männern gefundenen ausgeschieden und deren Mittel berechnet. Diese berechneten Mittelmaasse habe ich Herrn SEFFNER mit der Vorschrift übergeben, bei Entwerfung der Büste an dieselben sich zu halten. Herr SEFFNER hat nun die dem Schädel aufgesetzte Thonmaske von vornherein so angelegt, dass ihre Dicke in den einzelnen Gesichts-

bezirken den vorgeschriebenen Maassen entsprach. Bei Innehaltung dieser Maasse hat er aber eine Büste zu schaffen vermocht, die die wesentlichen Eigenschaften der als Vorlage brauchbaren Bilder BACH's in sich vereinigt und die an Leben und charaktervollem Ausdruck jedes einzelne der Bilder übertroffen hat. Damit war mehr erreicht, als man je hatte hoffen dürfen, und die vom Rath der Stadt Leipzig

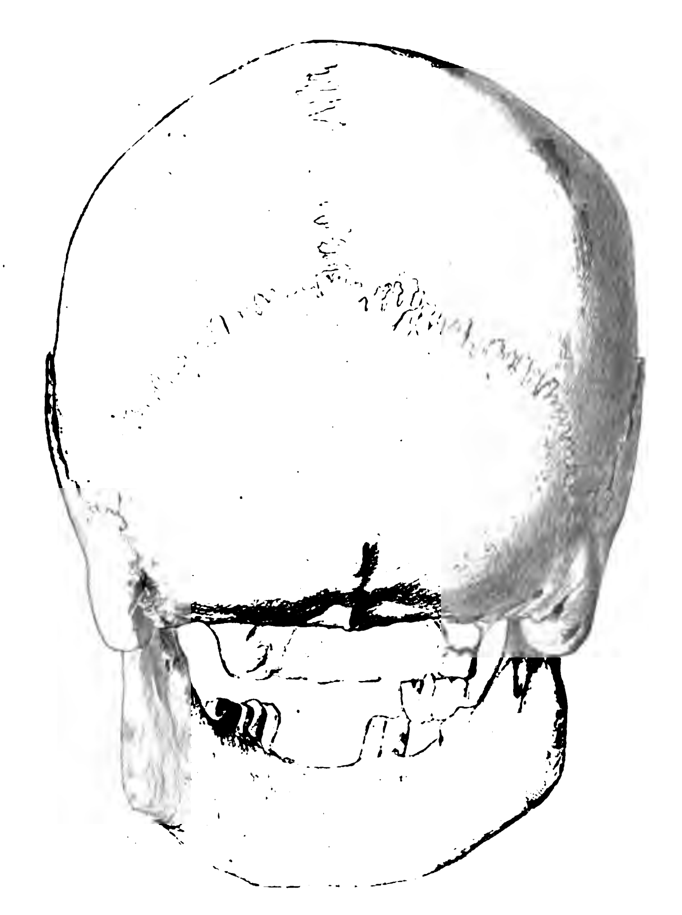


Fig. 4. Hintere Ansicht des BACH-Schädels. Geometrische Zeichnung, halbe Grösse.

zur Prüfung der Angelegenheit niedergesetzte Commission konnte mit gutem Gewissen ihr Urtheil dahin abgeben, dass die am 22. October 1894 im Johanniskirchhof aufgefundenen Gebeine eines älteren Mannes höchst wahrscheinlich die von JOHANN SEBASTIAN BACH seien. Nur ein Zufall recht unwahrscheinlicher Art hätte uns bei dieser einen Ausgrabung einen fremden Schädel von sehr ausgeprägten und keineswegs gewöhnlichen Formen in die Hände führen können, der den

in Bezug auf Aechtheit zu stellenden Bedingungen in eben dem Maasse entsprochen hätte, wie dies bei dem vorliegenden der Fall gewesen ist.

Schädel und sonstige körperliche Verhältnisse.

Dem gedruckten Berichte habe ich zwei Photogramme des aufgefundenen Schädels beigegeben. Anbei lasse ich die geometrischen Zeichnungen desselben in den üblichen vier Normen, auf die Hälfte reducirt, folgen. Fig. 1—4. Dazu wiederhole ich die wichtigsten der von Herrn Prof. EMIL SCHMIDT bestimmten Schädelmaasse und Indices[1]).

Gerade Länge (mit SPENGEL's Apparat gemessen)	190,5	mm
Grösste Länge	188	»
Grösste Breite (Stangenzirkel)	143	»
Projectionshöhe zwischen hinterem Rand des for. magn. und höchstem Punkte des Scheitels	144	»
Projectionshöhe zwischem vorderem Rand des for. magn. und höchstem Punkte des Scheitels (VIRCHOW'sche Projectionshöhe)	132	»
Länge der Schädelbasis	106	»
Breite der Schädelbasis	111	»
Horizontal-Umfang des Schädels	534	»
Sagittal-Umfang des Schädels	382	»
Verticaler Querumfang des Schädels	438	»
Kleinste Stirnbreite	93	»
Gesichtsbreite nach VIRCHOW	94	»
Jochbreite	134	»
Gesichtshöhe	119	»
Obergesichtshöhe	70	»
Nasenhöhe	23	»
Nasenbreite	53	»

1) Für die detaillirteren Maassangaben und Berichte von Prof. E. SCHMIDT über Schädel und Skelett und von Prof. F. HESSE über das Gebiss verweise ich auf die oben erwähnte Separatschrift S. 18 ff.

Grösste Breite des Augenhöhleneinganges. . .	44	mm
Grösste Höhe des Augenhöhleneinganges . . .	31	»
Verticalhöhe des Augenhöhleneinganges . . .	33	»
Gaumenlänge.	56	»
Gaumenmittelbreite (wegen des Alveolarschwundes unsicher)	45	»
Gaumenendbreite	40	»
Profillänge des Gesichtes	108,5	»
Profilwinkel	82°	

Längenbreiten-Index	76,06
Längenhöhen-Index.	68,08
Gesichts-Index nach VIRCHOW.	125,6
Obergesichts-Index nach VIRCHOW	74,47
Jochbreiten-Gesichtsindex	88,8
Jochbreiten-Obergesichtsindex	51,2
Augenhöhlen-Index	70,45
Nasen-Index	43,39
Gaumen-Index nach VIRCHOW	80,36

Die Capacität des Schädels bestimmte Prof. SCHMIDT zu 1479.5 ccm.
Die Körperhöhe berechnete er aus der Länge der Röhrenknochen zu 166.8 cm.
Beide Maasse entsprechen beinahe genau dem für Deutsche berechneten Mittel.

Die allgemeine Form des Schädels schliesst sich sehr nahe derjenigen an, die ich s. Z. dem »Siontypus« zugeschrieben habe, und ich kann aus einer vor 30 Jahren erschienenen Schrift die Beschreibung des Sionsgesichtes ohne Weiteres auf den vorliegenden Kopf übertragen[1]): »Mächtig entwickelt sind bei männlichen Schädeln die Superciliarbogen, und während die Nasenwurzel tief eingezogen ist, tritt der Nasenrücken in scharfem Winkel kühn hervor. Die Augenhöhlen sind klein, die Jochbogen meist stark entwickelt. Durch das Zusammentreffen dieser verschiedenen Charaktere erhält der Sionschädel in seinen wohl ausgebildeten Exemplaren einen ungemein

1) HIS und RÜTIMEYER, Crania Helvetica. Sammlung schweizerischer Schädelformen. Basel 1864, S. 13.



Fig. 5. BACH-Schädel im Medianschnitt linke Hälfte.

kräftigen Ausdruck.« Den mittleren Längenbreitenindex des Sionschädels hatte ich s. Z. zu 77.2 bestimmt, die grösste Länge zu 187.7, die grösste Breite zu 144.8 mm, lauter Maasse, die denen unseres Schädels sehr nahe kommen. Besondere Merkmale des vorliegenden Schädels sind die fliehende Stirn und das Hervortreten des Unterkiefers. Letztere Eigenthümlichkeit kann nicht als eine blosse Alterserscheinung aufgefasst werden, denn der horizontale Abschliff der Vorderzähne zeigt, wie dies auch Prof. HESSE ausdrücklich hervorhebt, dass diese bei Lebzeiten stets senkrecht über einander gestanden haben.

Von einer fliehenden Stirn sprechen wir dann, wenn die Stirn über den Augenbrauenbogen, anstatt steil sich zu erheben, schräg zurückweicht und in einem mehr oder minder langgezogenen Anstieg in den Scheitel übergeht. Offenbar kommen hierbei zwei Verhältnisse in Betracht: die Entwickelung der Stirnhöhlen und das Verhältniss des Stirnhirns zum Scheitelhirn. Je mehr die Augenbrauenbogen durch starke Entwickelung der Stirnhöhlen hervortreten, um so schräger neigt sich die Basis der Stirn. In unserem Fall



Fig. 6. BACH-Schädel im Medianschnitt rechte Hälfte.



Fig. 7. BACH-Schädel rechte Hälfte nebst Gipskern der linken Hälfte.

zeigt z. B. der halbirte Schädel, dass trotz der mässigen Entwickelung des Stirnhirns dessen vorderer Pol ziemlich steil abfällt. Wie ein rechtwinkliges Dreieck setzt sich am Profil das Gebiet der Stirnhöhle dem oberen Theil des Gesichtsschädels auf und vermittelt dessen Anschluss an den eigentlichen Gehirnschädel. Denkt man sich die Stirnhöhle wegfallend, und den Gesichtsschädel entsprechend rückwärts geschoben, so wird an unserem Kopf, trotz der mässigen Entwickelung des Stirnhirns, die Stirn doch steil abfallen. Fig. 5, 6, 7, siehe S. 389.

Wenn die Schrägstellung der Stirnbasis durch starke Entwickelung der Stirnhöhlen bedingt erscheint, so kommt weiterhin der Charakter der fliehenden Stirn noch wesentlich dadurch zu Stande, dass das Scheitelhirn erheblich höher ist als das Stirnhirn. Anstatt, wie dies die Regel ist, eine horizontale Hochebene zu bilden, steigt beim vorliegenden Schädel der Scheitel bis zu seinem hinteren Ende stetig an. Die von der Basis ab schräge Fläche der Stirn setzt sich somit ohne schärferen Absatz unmittelbar in den vorderen Theil des Scheitels fort und von da aus immer noch ansteigend bis dahin, wo der Scheitel ins Hinterhaupt abfällt.

Schläfenbeine.

Die Begabung eines grossen Componisten ohne Weiteres vom Bau seiner Schläfenbeine ableiten zu wollen, wäre ein eitles Unternehmen. Es ist klar, dass bei Entwickelung einer solchen Begabung eine Reihe von Momenten zusammenwirken müssen, und dass der Organisation des Gehirns dabei eine Hauptrolle zufällt. Immerhin darf man unbedenklich die Existenz eines feinen Ohres, d. h. eines gut organisirten Sinnesorganes, als unerlässliche Vorbedingung zur Entwickelung eines grossen Musikers, mag er Componist oder Virtuos werden, voraussetzen. Das Gehör kann, wie das berühmte Beispiel L. VAN BEETHOVEN's zeigt, mit der Zeit verloren gehen, das schöpferische Vermögen der Composition gleichwohl verbleiben. Der taub Gewordene hat eben die Fähigkeit beibehalten, in Tönen zu denken, wie der blind Gewordene noch in Bildern und Farben zu denken vermag. Unfassbar aber erscheint es, dass ein Taubstummer oder auch nur ein sogen. Unmusikalischer, d. h. ein mit unreinem Gehör Versehener,

fähig sein sollten zu componiren[1]). Einem solchen fehlt zunächst das Material von sinnlichen Vorstellungen. Er kann aber, wie dies nachher noch ausgeführt werden soll, überhaupt nicht die erforderliche Organisation des Gehirns besitzen.

Die weitere Frage ist die, ob uns die Anatomie und vollends die Osteologie Mittel an die Hand geben, Beziehungen zwischen dem Bau des Gehörorgans und seinen Leistungen aufzustellen. Was bis jetzt darüber veröffentlicht worden ist, beruht wohl durchweg auf unbegründeten Behauptungen. So liest man in einigen Compendien, dass die Stellung des Trommelfelles bei musikalischen Menschen eine steilere sei als bei unmusikalischen. Es zählt dieser Satz zu denen, die Einer dem Andern abschreibt, ohne sie auf ihre Begründung zu prüfen. Belege für die angegebene Behauptung sind niemals mitgetheilt worden, dagegen stellt eine unantastbare Autorität auf dem Gebiete, Herr Prof. A. POLITZER in Wien, nach seinen Erfahrungen die Thatsache unbedingt in Abrede[2]). Voraussichtlich wird es ziem-

1) Die Eigenschaften des unmusikalischen Ohres sind meines Wissens wissenschaftlich nicht genauer durchgeprüft. Wenn es wirklich Menschen giebt, für deren Ohr Musik »das unangenehmste der Geräusche« ist, so muss bei solchen ein Organisationsfehler vorliegen, welcher die harmonische Wahrnehmung von Klängen stört. Denkbar ist es dabei, dass schon innerhalb des Zuleitungsapparates die Schallschwingungen sich verwirren, etwa so, wie dies in einem unacustischen Local infolge falscher Reflexe geschieht. Solch ein unacustisch gebautes Gehörorgan ist etwa einem Auge vergleichbar, das infolge von Constructionsfehlern auf seiner Netzhaut nur Zerstreuungskreise zu liefern vermag.

2) In einem sehr inhaltsreichen Privatbriefe, den mir der hochverehrte Herr College auf meine Anfrage hin zu schreiben die Güte hatte. Demselben Briefe entnehme ich auch die nachfolgende Notiz über die Schläfenbeine L. VAN BEETHOVEN's. »Als man vor Jahren die Gebeine BEETHOVEN's exhumirte, um sie auf den Centralfriedhof überzuführen, wurde Prof. TOLDT mit der Schädelmessung betraut. Dabei fand man, dass beide Schläfenbeine herausgesägt waren und man erinnerte sich, dass unter Prof. MAYER (dem Vorgänger ROKITANSKY's) nach dem Tode B.'s die Schläfenbeine herausgesägt wurden und in Weingeist in's pathol.-anatom. Museum kamen. Von dort sind sie verschwunden und man vermuthet, dass der verstorbene Anatomiediener sie einem englischen Arzte verkauft hat.«

Obige Geschichte hat eine ganz bestimmte, wohl zu beherzigende Moral, über die ich mich etwas eingehender auslassen muss. Mit Recht verlangt H. WELKER (Schillerschädel, S. 122), dass bei der Bearbeitung wissenschaftlich bedeutender Reliquien, zu Gunsten freier Forschung, alle Vorurtheile oder falschen Pietätsrücksichten bei Seite gesetzt werden sollen. WELCKER verurtheilt daher streng die wissenschaftliche Unterlassungssünde der Untersucher des KANT-Schädels, welche

lich lange dauern, bis man ein genügendes Material zur Aufstellung und zur Beantwortung aller bezüglichen Fragen beisammen haben wird, und man darf sich daher das Sammeln nicht verdriessen lassen.



Fig. 8. Linkes Schläfenbein des BACH-Schädels mit Ansicht der vorderen Pyramidenfläche. Die Figur zeigt die Impressio Gyri fusiformis mit der Vorwölbung der Schnecke und dem weiten Hiatus Canalis facialis, sowie die Impressio Gyri temporalis tertii. Etwas unter Lebensgrösse ($^{87}/_{100}$).

»aus Rücksichten der Pietät« den Schädel nicht durchsägt und ausgegossen haben. Meinerseits habe ich beim Vertreter des Kirchenvorstandes zu St. Johannis, Herrn Pastor TRANZSCHEL, ein nicht genug anzuerkennendes Verständniss der Sachlage gefunden, denn er hat mir erlaubt, mit den Knochen vorzunehmen, was ich im wissenschaftlichen Interesse für erforderlich halten würde. Demgemäss habe ich den Schädel sehr sorgfältig halbiren und ausgiessen lassen. Auch habe ich das eine Schläfenbein herausnehmen, abgiessen und mittels einer feinen Laubsäge horizontal zerschneiden lassen. Es sind dies lauter Operationen, welche eine völlige Wiederherstellung des Schädels erlauben. Weitergehende Eingriffe habe ich für unzulässig gehalten, und ich habe nach vorheriger Tränkung mit Paraffin die getrennten Schädelstücke wieder sämmtlich zusammengekittet. Sie werden mit dem übrigen Skelett in der neuen Johanniskirche begraben werden. Nach meiner Meinung müssen die Schädel so berühmter Männer nicht nur als wissenschaftliche Urkunden, sondern auch als anvertrautes Gut betrachtet und so behandelt werden, dass unsere Nachkommen in späteren Jahrhunderten dieselben noch unverstümmelt einsehen können. Wenn wir heute noch einer festen Fragestellung entbehren, um die Form des Kopfes oder seiner Bestandtheile mit der Begabung eines Menschen in Beziehung zu setzen, so ist zu erwarten, dass spätere Zeiten darin Aenderung bringen werden, und wir dürfen uns dem Vorwurf nicht aussetzen, wichtiges Material eines augenblicklichen, unklaren Interesses halber nutzlos zerstört zu haben. Einen Ausguss des BEETHOVEN-Schädels kann man wegen des unglücklichen und völlig ergebnisslosen Wissenseifers des Prof. MAYER jetzt nicht mehr herstellen, und doch wäre solch ein Ausguss gerade jetzt zum Vergleich des BACH-Schädels von grossem Werthe.

In unserem Falle bin ich gleich nach Halbirung des Schädels auf Eigenthümlichkeiten der Schläfenbeine aufmerksam geworden, welche zu einer genaueren Besichtigung herausfordern mussten. Beide



Fig. 9. Linkes Schläfenbein mit der hinteren Pyramidenfläche. Die Figur zeigt das Knochengefüge der Pars mastoidea und den weiten Hiatus subarcuatus. (Verhältniss $^{91}/_{100}$.

Schläfenbeine verhielten sich übereinstimmend, und ich verweise auf die nach zwei Photogrammen reproducirten Figuren 8 und 9, welche das herausgenommene linke Schläfenbein darstellen.

Die Pars mastoidea und theilweise auch die Squama bestehen aus sehr hartem Material, der Porus acusticus externus ist verhältnissmässig eng, sein grösster (schräger) Durchmesser beträgt 8 mm. Die Felsenbeinpyramide ist niedrig und auffallend stark modellirt. Eine etwas über centimeterbreite, medianwärts von der Eminentia arcuata einsetzende Furche trennt das Spitzenstück der Pyramide von deren Basis. Die vordere Hälfte der Furche läuft gegen den Eingang des Canalis caroticus aus, die hintere Hälfte reicht bis zur Incisura jugularis. In jener fällt der Hiatus canalis facialis durch seine bedeutende Weite auf, in der letzteren die starke Venenöffnung der Fossa subarcuata. Der Porus acusticus internus ist von einem wulstigen Rande eingefasst, und er setzt sich medianwärts in eine längere Facialisrinne fort. Lateralwärts von der Oeffnung des Aquaeductus vestibuli und vom Venenloche der Fossa subarcuata wölbt sich das Gebiet des hinteren Bogenganges merklich über die übrige Fläche hervor.

Die Vergleichung mit dem Schädelausguss zeigt, dass der vordere

Theil der geschilderten Felsenbeingrube einen das vordere Ende des Gyrus fusiformis bildenden Gehirnwulst aufgenommen hat. Der Theil der Grube ist demnach als Impressio Gyri fusiformis zu benennen. In weniger ausgeprägter Form findet man denselben Eindruck an manchen Schläfenbeinen wieder. An seinem Boden zeichnet sich bei unserem Schädel der Ort der anliegenden ersten Schneckenwindung durch eine flache Erhebung aus. Lateralwärts von dem Eindruck liegt an der vorderen Pyramidenfläche ein zweiter, der 18—20 mm breit ist und bis in die Squama hinein reicht. Er dient zur Aufnahme der untersten Schläfenwindung. Die gegen den Schädelraum vorspringende Leiste, welche die beiden Eindrücke von einander scheidet, überdeckt, wie sich aus dem Schnitte ergiebt, mit ihrer unteren Hälfte den Canalis musculotubarius, die obere Hälfte der Leiste schliesst sich an das Tegmen tympani an und geht schliesslich in die Eminentia arcuata über.

In seinem Gesammtcharakter hat das Felsenbein manche Züge des kindlichen bewahrt. Die geringe Höhe desselben, die deutliche Ausprägung der Bogengänge, die wulstige Umrandung des Porus acusticus internus, die Weite des Hiatus canalis facialis und des Venenloches der Fossa subarcuata kehren wieder an Schläfenbeinen von jüngeren Kindern mit noch vorhandenem Milchgebiss. Weit abweichend vom kindlichen Schläfenbeincharakter ist dagegen die Härte der gesammten Knochensubstanz.

Auf den freundlichen Rath von Herrn Collegen POLITZER hin bin ich mit der Verarbeitung des Schläfenbeins noch etwas weiter gegangen und habe dasselbe durch einen feinen Laubsägenschnitt halbiren lassen, derart, dass die beiden Hälften wieder unversehrt durch Paraffin zu verkitten sind. Der Schnitt geht durch den inneren und den äusseren Gehörgang. Die Schnecke ist in ihrer ersten Windung oberhalb des Modiolus getroffen, das Vestibulum am Rande der Fenestra vestibuli und am Eingang der hinteren Ampulle, welch letztere eine Strecke weit vom Schnitt gestreift ist (Fig. 10 u. 11).

Die auffallendste Eigenthümlichkeit des also zersägten Knochens ist dessen steinharte Beschaffenheit. Sie kehrt in allen Theilen desselben, selbst in der Squama wieder. Der innere Gehörgang ist in seiner tieferen Hälfte 3 mm weit, bietet aber im Uebrigen nichts Bemerkenswerthes. Der äussere Gang gehört zu den engeren seiner

Art, im mittleren Theil misst sein grösster Durchmesser 6½ bis 7 mm, seine Länge beträgt, am Boden gemessen, 20 mm. Die Trommelfellfurche machte mir anfänglich den Eindruck stärkerer Neigung, aber Herr Prof. Politzer bestätigte dies nicht. Genauere Messungen der Neigung lassen sich nicht ausführen. Die Tiefe der oberen Wand des Gehörganges messe ich vorn zu 13, hinten zu 15 mm, im Mittel also 14 mm. Construirt man ein Viereck von 6½ mm Höhe, 20 mm Basis und 14 mm oberer Seite, so bildet die schräge Seite des Vierecks mit der Basis einen Winkel von ca. 42°. Allein das



Fig. 10—11. Schläfenbein, der Fläche nach halbirt, zeigt die beiden Meatus auditivi, sowie die eröffnete Trommelhöhle und das Labyrinth. (Verhältniss 90/100.)

giebt doch nur einen sehr ungenauen Anhaltspunkt, denn der Boden des äusseren Gehörganges ist gewölbt und zeigt eine ziemlich tiefe Einsenkung diesseits vom Trommelfellansatz. Dadurch wird der Winkel zwischen der Wand des Gehörgangs und dem Trommelfell sehr viel spitzer, als in obiger Construction. In Betreff der Trommelhöhle, des Antrum tympanicum und des Tubenmuskelkanales habe ich etwas Besonderes nicht hervorzuheben, es sei denn, dass der letztere verhältnissmässig weit und kurz (kaum mehr als 10 mm lang) erscheint. Der Boden der Trommelhöhle ist nach der Fossa

jugularis hin dünn und durchscheinend, weiter nach vorn hat er einige tiefe Cellulae tympanicae.

An dem in die harte Knochenmasse eingelassenen Labyrinth sind, soweit sich von Auge beurtheilen lässt, die Dimensionen die normalen, dagegen ist die beträchtliche Weite der Fenestra cochleae ($2\frac{1}{2}$ mm) hervorzuheben. Die Bogengänge und den Schneckenkanal habe ich durch Borsten auf ihre Durchgängigkeit geprüft. Die knöcherne Schnecke liegt relativ frei. Nach vorn stösst sie unmittelbar an die früher erwähnte, den Gyrus fusiformis aufnehmende Grube der vorderen Schläfenbeinfläche. Nach abwärts liegt die erste Schneckenwindung dem Carotiskanal so dicht an, dass das Licht durch die Wand durchschimmert.

Es musste dringend erwünscht sein, über das so bedeutsame Präparat noch das Urtheil eines wohlerfahrenen Kenners einzuholen. Ich habe daher Herrn Prof. Dr. POLITZER in Wien gebeten, das Schläfenbein auch seinerseits prüfen zu wollen, und er ist meinem Wunsch mit dankenswerthester Bereitwilligkeit nachgekommen. Unter Weglassung einiger unwesentlicher Sätze gebe ich im Nachfolgenden seinen Bericht:

> »Ich habe, um genau zu sein, noch 8 Schläfenbeindurchschnitte gemacht und die Details mit dem mir übersandten Temporale des BACH'schen Schädels verglichen. Weder der Raum der Schneckenwindungen noch die Stärke des Modiolus scheinen mir von den sonstigen Schläfenbeinen abzuweichen[1]). Was aber am meisten auffällt, ist die von Ihnen hervorgehobene Grösse der Fenestra rotunda. Ich kann mich nicht erinnern, ein Präparat mit so grosser Fenestra rotunda gesehen zu haben. Dies würde auf eine entsprechend grosse Weite der unteren Schneckenwindung hindeuten, wovon man sich, da die Spirallamelle grossentheils verwittert ist, in der That durch einen Einblick vom Vesti-

1) Nach Empfang obigen Briefes habe ich, um noch etwas genauere Daten über die Dimensionen der Schnecke zu gewinnen, das Präparat bei 7facher Vergrösserung mit dem Embryographen gezeichnet und die Zeichnung durchgemessen. Die Höhe der ersten Schneckenwindung beträgt, an der Schnittfläche gemessen, 2 mm, der Durchmesser der Basis Modioli in der Scala tympani 2,7, in der Scala vestibuli 2,5 mm. In der zweiten Windung ist der Modiolus etwas verwittert, sein Durchmesser beträgt in der Scala vestibuli 1,1 mm (in der Scala tympani vermag ich nicht zu messen). Diese Maasse stimmen mit denen von anderen wohlentwickelten Schnecken überein.

bulum aus überzeugen kann. Auch liegt das runde Fenster (dessen Falz) viel sagittaler, als an den anderen Schläfenbeinen, so dass man beim Einblick vom äusseren Gehörgang aus nach Wegnahme des Trommelfells, bei sonst erhaltenen Weichtheilen, die Membrana fenestrae rotundae hätte sehen müssen. Das ist ein sehr seltenes Vorkommniss. Auch finde ich die der ersten Windung entsprechende Promontoriumswand sehr dünn und durchscheinend.

Die Lage des Sulcus tympanicus ist die gewöhnliche. Der Processus mastoideus ist nicht compact, sondern pneumatisch, die zahlreichen pneumatischen Zellen im oberen Abschnitt des Proc. mastoideus erstrecken sich ziemlich hoch herauf über die Ebene der oberen Gehörgangwand, und es ist anzunehmen, dass auch der untere nicht eröffnete Theil pneumatisch ist. Die Corticalis des Proc. mastoideus ist sehr fest und dicker als gewöhnlich. Der ganze Warzenfortsatz ist sehr dick und stark entwickelt, die Incisura mastoidea sehr breit.

Sonst wäre noch äusserlich am Schläfenbein zu bemerken: 1) der tiefe und lange Einschnitt oberhalb der Spina supra meatum, wodurch der obere Rand des äusseren Gehörganges schärfer markirt ist, als bei anderen Schläfenbeinen; 2) der von Ihnen erwähnte stärker vorspringende obere Bogengang; 3) der von Ihnen mit Recht als seltenes Vorkommniss hervorgehobene Hiatus subarcuatus. An den Aquäducten ist nichts abnormes.

Der Gesammteindruck des Schläfenbeines und der grosse Dickendurchmesser des hintersten Abschnittes des Knochens in der Gegend des Sinus lateralis spricht für einen stark entwickelten Schädel mit festem compactem Knochengerüst.

Ich glaube annehmen zu können, dass die am Schläfenbein vorgefundenen, vom Gewöhnlichen abweichenden Details im Zusammenhalt mit den Ergebnissen der nach allen Richtungen sorgfältig durchgeführten Untersuchung, die Annahme, dass man es mit dem BACH'schen Schädel zu thun habe, unterstützen.«

Die Untersuchung des Schläfenbeines hat, wie man sieht, eine reichere Ausbeute gewährt, als man sie hätte erwarten dürfen.

Spätere Sectionsbefunde des Gehörorganes von hervorragenden Musikern müssen zeigen, welche von den oben aufgezählten Eigenthümlichkeiten sich durch öftere Wiederkehr als bedeutsam erweisen.

Schädelausguss.

Die Furchen und Wülste des Gehirns zeichnen sich am Schädelausguss grossentheils sehr deutlich ab, am ausgeprägtesten in dessen vorderem und unterem Abschnitt (Fig. 12 u. 13). Hier erkennt man, dass die Hirnwindungen schmal und stark gewunden waren, dass daher die Hemisphären zu den windungsreichen gehört haben. Am G. frontalis inferior misst die Breite der Windungen nicht über 8 mm, die mittleren Gyri orbitales gehen sogar bis auf 6 mm herunter.



Fig. 12. Rechte Seite des Schädelausgusses.

Ich habe versucht in das Profil Fig. 14 unter Benutzung der am Schädelausguss erkennbaren Furchen, annähernd die Gehirneintheilung einzuzeichnen. Sehr scharf zeichnen sich die Windungen am Pol des Stirnlappens, besonders die untere Stirnwindung und die Gyri orbitales. Die Centralfurche tritt nur in ihrem unteren Abschnitte deutlicher hervor, die obere Hälfte ist verwaschen. Auch die präcentrale und rectrocentrale Furche sind nur undeutlich gezeichnet, von der interparietalen erkennt man einzelne Strecken. Die Fissura occipitalis transversa erscheint als flache, dreieckige Einsenkung. Sehr kräftig gegliedert ist der Schläfenlappen, sowohl an seiner lateralen, als an seiner basalen Fläche.

In relativer Entwickelung tritt das Stirnhirn nicht unerheblich zurück gegenüber der hinteren Gehirnhälfte. Dies zeigt sich schon an der Profilansicht des Ausgusses. Die Höhe des Ausgusses beträgt:

unmittelbar vor der Fossa Sylvii	68 mm
am hinteren Rand des Schläfenlappens, über dem Einschnitte des Felsenbeines.	102 »
von der Basis des Cerebellum zur Scheitelhöhe .	135 »

Dies Verhalten stimmt zusammen mit dem oben besprochenen langgestreckten Ansteigen des Scheitels. Auffallend stark entwickelt



Fig. 13. Linke Seite des Schädelausgusses.

erscheinen der Schläfenlappen und der gesammte Scheitellappen. Der Schläfenlappen misst:

	r.	l.
an Länge, vom Pol bis zum hinteren Ende der Fossa Sylvii	77 mm	81 mm
an Höhe	41 »	38 »

Besonders mächtig treibt sich, als fingerdicker Wulst, die mittlere Schläfenwindung hervor, derart, dass die obere stellenweise in eine grubenförmige Vertiefung zu liegen kommt. Hinter dem Ende der Fossa Sylvii bildet der Gyrus supramarginalis einen breiten gebogenen Vorsprung, und auch das Gebiet des G. angularis ist wohl ausge-

bildet. Auffallend ist ferner die halbkuglige Vortreibung des Hinterhauptslappens hinter der Fiss. occipitalis transversa.

Eine eingehendere physiologische Interpretation dieser Verhältnisse zu geben ist kaum an der Zeit. Eine solche dürfte auch nur dann einen strenger wissenschaftlichen Werth beanspruchen, wenn sie an der Hand eines breiten Vergleichsmateriales durchgeführt werden könnte. Folgende Punkte sind indessen schon jetzt in's Auge zu fassen:

Nach den Entdeckungen Flechsig's ist die obere Schläfenwindung der Sitz des primären Acusticuscentrums, wogegen die tactilen Cen-

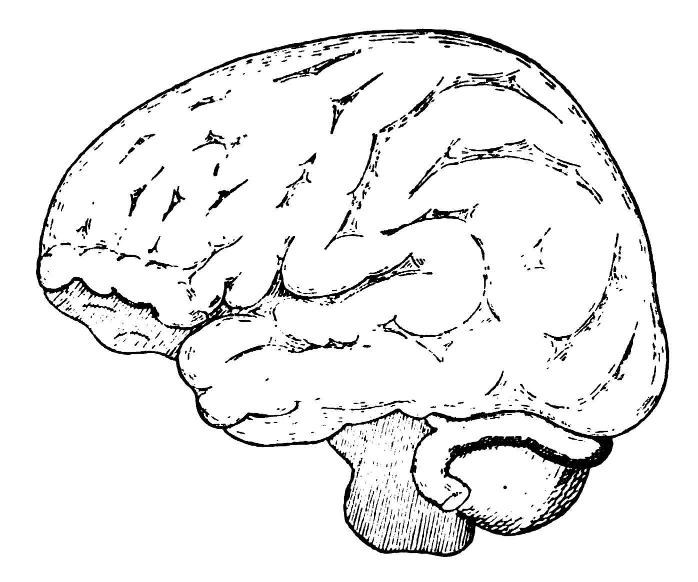


Fig. 14. Schädelausguss mit eingezeichneter Gehirneintheilung.

tren im oberen Theil des Stirn- und vorderen des Scheitellappens liegen. Das Opticuscentrum liegt, wie man schon seit längerer Zeit weiss, im Hinterhauptslappen, in der Umgebung der Fissura calcarina. An unserem Gehirn sind nun offenbar diejenigen Gebiete besonders wohl ausgebildet gewesen, welche zwischen die genannten Sinnescentren eingeschoben oder ihnen beigeordnet sind, und welche deren Leistungen mit einander zu vermitteln vermögen.

Im Anschluss an die zuletzt gemachte Bemerkung darf ich hier auch die wichtige Frage nach der genetischen Beziehung der centralen zu den peripherischen Sinnesorganen berühren. Bis vor wenigen Jahren sind wir dieser Frage völlig rathlos gegenüber gestanden,

denn es hätte den Anschein, als entwickelten sich das Gehirn und die Sinnesorgane ziemlich unabhängig von einander, und als gehöre ein besonders glückliches Zusammentreffen dazu, damit die Organe von Centrum und Peripherie gut auf einander abgestimmt seien. Nun sind wir aber doch im Begriff, dem Verständniss dieser Beziehungen um einen guten Schritt näher zu kommen. Wir wissen jetzt, dass die sämmtlichen Sinnesnerven von der Peripherie her dem Centrum zu wachsen[1]). Dies gilt nicht nur von den Empfindungsnerven, sondern auch von den Nn. olfactorius, opticus und acusticus. Der Ausgangspunkt des N. cochleae liegt im Schneckenganglion. Die von diesem aus centralwärts wachsenden Fasern finden, wie uns FLECHSIG und HELD gelehrt haben, ihre ersten Endausbreitungen noch in den Acusticuskernen des verlängerten Markes, von da aus kommen sie durch Trapezkörper und untere Schleife zum unteren Vierhügel. Allein von diesen tieferen Centren ausgehend, entwickeln sich Leitungsbahnen nach der Grosshirnrinde, und zwar liegt deren Sammelpunkt im oberen Theil des Schläfenlappens. FLECHSIG's glänzende Befunde[2]) zeigen, dass die Sinnescentren der Grosshirnrinde beim Menschen kurz nach der Geburt eine Zeit lang scharf ausgeprägt und durch breite Zwischenfelder von einander getrennt sind. Dann wachsen von ihnen aus Fasern in die Zwischengebiete ein. Letztere sind nach FLECHSIG's überzeugender Darstellung die eigentlichen geistigen Associationscentren.

Aus diesem Entwickelungsgang erfahren wir, dass die Ausbildung der Centralapparate derjenigen der peripherischen Sinnesnerven nicht allein zeitlich nachfolgt, sondern dass sie in directer Abhängigkeit von dieser vor sich geht. Ohne Schneckenganglion ist kein Gehörcentrum im Gehirn denkbar, denn letzteres entsteht ja erst dadurch, dass von aussen her Schneckenfasern in das Gehirn hereinwachsen. Wenn dem so ist, so wird auch eine graduelle Abhängigkeit zwischen der Entwickelung des peripherischen und der des centralen Sinnesapparates wahrscheinlich. Ist das Schneckenganglion von vornherein besonders wohl ausgestattet, sei es durch grossen

---

1) HIS, Histogonese und Zusammenhang der Nervenelemente. Archiv für Anat. u. Physiol., anatom. Abth. Supplementband 1890. S. 108 ff.

2) FLECHSIG, Gehirn und Seele. Rectoratsrede. Leipzig 1894. S. 17.

Reichthum an Zellen oder durch Zellen von grosser Vegetationskraft, so liegt darin ein Moment, das unmittelbar auch zu einer ausgiebigeren Entwickelung des cerebralen Sinnesapparates führen kann. Von dieser Seite her betrachtet gewinnt die Bemerkung von Herrn Prof. POLITZER über die starke Entwickelung der ersten Schneckenwindung des BACH-Schädels ein unbestreitbares Interesse, denn sie lässt der Möglichkeit einer besonders ausgiebigen Entwickelung des Schneckenganglions, und im Anschluss daran einer entsprechenden Ausbildung der höher gelegenen Sinnescentren Raum. — Noch sehen wir erst durch schmale Ritzen in neu eröffnete Gebiete hinein, aber wir gewinnen doch etwas bestimmtere Anhaltspunkte zur Stellung von klaren Fragen.

Ueber Dickenmessungen der Weichtheile des Gesichtes.

In seinem Artikel über die Auffindung der Gebeine JOHANN SEBASTIAN BACH's[1]) schreibt G. WUSTMANN mir das Verdienst zu, zuerst die Frage nach der gesetzmässigen Dicke der Weichtheile in den einzelnen Bezirken des Gesichtes aufgestellt und beantwortet zu haben. Dies beruht auf einem Missverständniss, das ich vorerst beseitigen muss.

Insoweit ich bei der Untersuchung über die Gebeine BACH's eine Priorität beanspruchen darf, so liegt sie in dem Versuch, eine auf rein anatomischem Wege nicht lösbare Frage durch Zuziehung eines erfahrenen Bildhauers zum Abschluss zu bringen und somit das feine Auge und die Hand des Künstlers als methodische Hilfsmittel einer morphologischen Untersuchung zu verwerthen. Nachdem einmal Herr SEFFNER unternommen hatte, über den aufgefundenen Schädel eine Büste zu formen, ergab sich die Nothwendigkeit von selber, für die verschiedenen Gesichtsbezirke die Normaldicken der Weichtheile zu bestimmen. Solche Bestimmungen wurden vollends für uns dringlich, als uns zugemuthet wurde, über unsern Schädel andere

---

1) Grenzboten vom 30. Mai 1895, Nr. 22, S. 423. Meinerseits hatte ich in dem gedruckten Bericht S. 13 und 14 die grundlegende Arbeit von WELCKER über den SCHILLER-Schädel ausdrücklich als Muster methodischer Behandlung hervorgehoben und mir vorbehalten, sie in einer Fachzeitschrift zugleich mit meinen eigenen Untersuchungen nochmals zu besprechen.

Gesichtsmasken, als die von BACH, oder BACH's Gesicht über einen andern Schädel zu formen. Diesen Zumuthungen nachzukommen, war nur unter der Voraussetzung voller Gesetzlosigkeit betreffs der Dicke der Weichtheile möglich. Also gefertigte Büsten sind, um den treffenden Ausdruck Dr. WUSTMANN's zu gebrauchen, »anatomische Lügen«. Die Gesetze, nach denen im Gesicht die Dicke der Weichtheile wechselt, waren auf dem Wege der Messung festzustellen.

Schon vor uns hatte indessen auch H. WELCKER Dickenmessungen von Gesichtsweichtheilen vorgenommen, da er bei seinen Arbeiten über den SCHILLER-Schädel und die SCHILLER-Maske auf die Frage geführt worden war: »Welchen Gang macht am Kopfprofil die Hautlinie gegenüber von der Knochenlinie?« Mit Hilfe seiner Messungen hat WELCKER das Mittel gefunden, einem Schädelprofil ein correctes Profil der Weichtheile überzuzeichnen, und er hat von dieser seiner Profilmethode bei der Vergleichung von SCHILLER's Todtenmaske mit dessen angeblichem Schädel entscheidenden Gebrauch gemacht. Später hat er dieselbe Methode auch zur Prüfung des von KUPFFER ausgegrabenen KANT-Schädels, sowie des RAPHAEL-Schädels verwerthet[1]).

Die Profilmethode WELCKER's ist da verwendbar, wo eine Todtenmaske des Originales vorliegt, oder allenfalls noch, wo gute, nach den Lebenden aufgenommene Profilbilder zur Vergleichung dienen können. In unserem Fall hatten wir keinen dieser Vortheile, und wenn wir, auf Grund von Messungen, über unserem Schädel ein Gesichtsprofil construirt hätten, so hätte uns das nicht viel geholfen, denn wir hätten daraus allein die Aehnlichkeit mit den BACH-Bildern

---

1) Herr College WELCKER giebt mir folgende Zusammenstellung seiner auf diese Fragen bezüglichen Publicationen:

1. SCHILLER's Schädel und Todtenmaske nebst Mittheilungen über Schädel und Todtenmaske KANT's. Braunschweig, 1883.
2. Zur Methode der wissenschaftlichen Beweisführung. Aus Anlass der Frage nach den SCHILLER-Gebeinen. Gegenwart Nr. 46—47. 1883.
4. Der Schädel RAPHAEL's und die RAPHAEL-Gebeine. Archiv für Anthropol., Bd. XV, Heft 4. 1884.
5. Construction des Skeletts des MARINELLI nach dem Profilumriss der Haut. Leipzig, Illustr. Zeitung, 1886, Nr. 2287.
6. Zur Kritik des SCHILLER-Schädels. Archiv für Anthropol., Bd. XVII, S. 17 ff.
7. Die RAPHAEL-Portraits. Zeitschrift für bildende Kunst. Leipzig, 1887.

nicht erschliessen können. Erst die Schaffung der Gesammtbüste über den gegebenen Schädel konnte uns unserem Ziel näher führen, unter der doppelten Voraussetzung, dass die Büste den Bildern ähnlich war, und dass die Thonlage der Büste allenthalben die den Weichtheilen entsprechenden Dickenmaasse inne hielt. Unser nach den gemessenen Dickenwerthen dem Schädel aufconstruirtes Profil wurde eben nur dadurch als BACH-Profil wahrscheinlich, dass es sich einer Büste einfügte, die mit den vorhandenen en face-Bildern BACH's in Uebereinstimmung stand.

Meine eigenen Messungen der Gesichtsweichtheile sind an 37 Leichen von Erwachsenen vorgenommen worden, von denen 4 weibliche waren.

Der angewandte Messapparat war sehr einfacher Art, er bestand aus einer dünnen, in einem Halter befestigten Nähnadel, über welche ein kleines Gummiplättchen gestreift war. Die Nadel wurde etwas eingeölt und durch die Haut eingestochen, bis sie auf den Knochen aufstiess. Dabei war zu vermeiden, dass die Haut an der Einstichsstelle trichterförmig sich einsenkte. Das Gummiplättchen wurde nun bis zur Berührung mit der Hautoberfläche vorgeschoben und, nach Herausziehen der Nadel, sein Abstand von der Spitze an einem Millimetermaassstabe abgelesen. Das Einstechen der Nadel geschah im Allgemeinen senkrecht zur Hautoberfläche.

Die genommenen Maasse sind folgende:

Profil.

St. 1. Dicke der Weichtheile am oberen Stirnrand, an der Grenze des behaarten Scheitels,
St. 2 » am unteren Theil der Stirn im Bereich der Glabella.
Nw. » an der Nasenwurzel, im einspringenden Winkel.
Nr. » am knöchernen Nasenrücken.
Ol. 1. » an der Wurzel der Oberlippe, dicht unter der Nasenscheidewand.
Ol. 2. » in Grübchen der Oberlippe.
K_1. » in der Kinnlippenfurche.
K_2. » in der Höhe des Kinnwulstes.
K_3. » unter dem Kinn, kürzester Abstand des Unterkiefers.

NI. Nasenlänge, von der Wurzel zur Spitze.
Nt. Nasentiefe, von der der Lippenwurzel zur Nasenspitze.
OL. Höhe der Oberlippe.
UL. Abstand der Mundspalte vom unteren Rande des Kinnes.

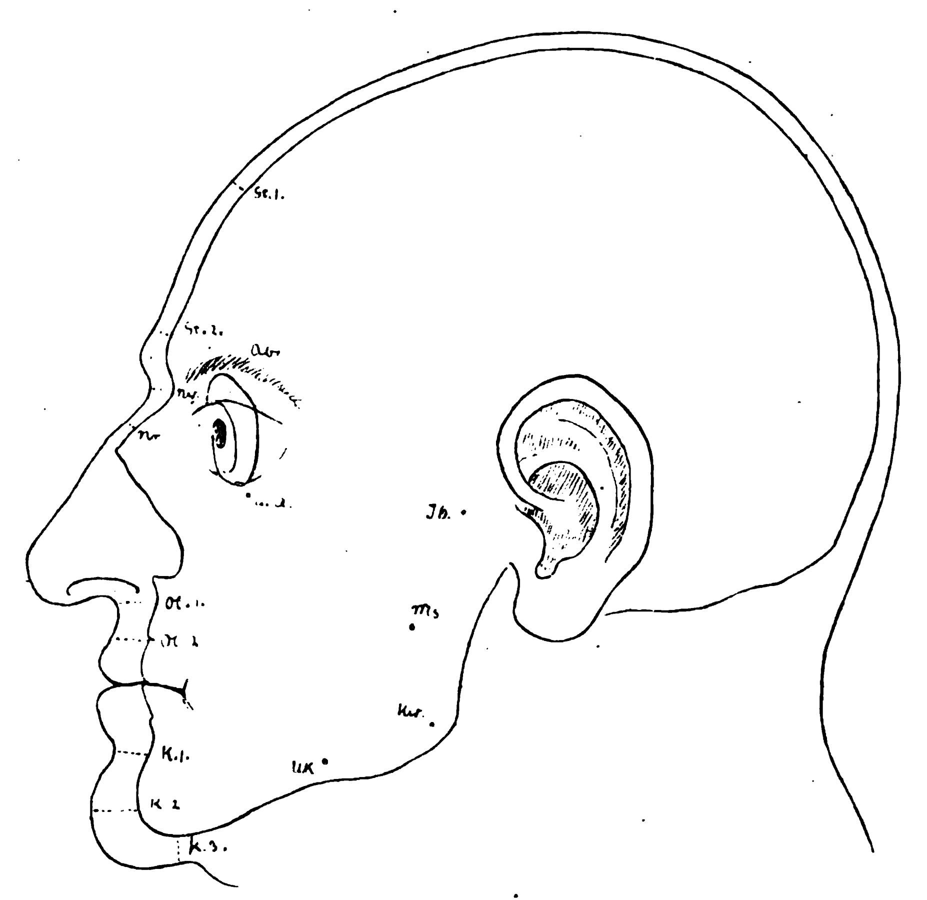


Fig. 15. Schädel und Gesichtsprofil mit Bezeichnung der Constructionspunkte.

Seitlich gelegene Weichtheile.

Abr. Dicke der Weichtheile in der Mitte der Augenbraunen.
uA. » » » Mitte des unteren Augenhöhlenrandes.
Uk. » » » über dem Unterkieferrand vor dem M. masseter.

Jb. Dicke der Weichtheile vor dem Ohr, über dem Jochbogen.
Ms. » » » in der halben Höhe des M. masseter, am Aste des Unterkiefers.
Kw. » » » am Kieferwinkel.

Die Längenmaasse für Nase und Lippen habe ich, wenigstens bei einem Theil der Leichen, mit aufgenommen, um über die Breite des Spielraums und den mittleren Werth dieser Maasse ein Urtheil zu bekommen. Was die Dickenmaasse betrifft, so sind diese nicht alle mit gleicher Schärfe bestimmbar. Am sichersten bestimmen sich diejenigen des Profils, wogegen die Maasse am Kinnwinkel und durch den M. masseter hindurch nur Annäherungswerthe sind, indem ein leichter Wechsel der Einstichsstelle gleich eine Differenz von 2—3 mm ergeben kann. Dickenmaasse der Weichtheile über der Aussenfläche des Oberkiefers, etwa in der Mitte der Wange, habe ich unterlassen zu nehmen, da hier die unruhige Gestaltung der Unterlage zu wenig feste Anhaltspunkte gewährt.

Ich theile zunächst in einer Tabelle die bestimmten Mittelwerthe mit und zwar in zwei Hauptgruppen, von denen die erstere (A) die Mittelwerthe von den an 9 Zuchthausleichen vorgenommenen Messungen enthält, die zweite Gruppe (B) diejenigen von 28 gesunden Selbstmörderleichen. Die Zuchthausleichen waren durchweg sehr abgemagert und stammten von Männern, die an Phtisis zu Grunde gegangen waren. Die Gruppe B habe ich wieder in drei Unterabtheilungen gebracht: B_1 Männer von 17—40 J., B_2 Männer von 50—72 J., B_3 Weiber von 18—52 J. Zur richtigen Beurtheilung der Ziffern ist es nothwendig, auch die Grenzwerthe in Betracht zu ziehen, die, wie man sehen wird, im Allgemeinen innerhalb enger Breiten sich bewegen. Endlich darf die Vergleichung der individuellen Maasse deshalb nicht ausser Acht gelassen werden, weil daraus zu entnehmen ist, dass die Werthe in gleichem Sinne auf- und abzuschwanken pflegen, so dass nicht etwa Minima einer Reihe mit Maxima einer anderen beim gleichen Individuum zusammentreffen. Fettarme und dünnhäutige Leichen zeigen durchweg schwächere, fettreiche und dickhäutige durchweg stärkere Maasse.

Vergleicht man zunächst die Columnen A und B, so treten, wie dies zu erwarten stand, überall die Ziffern von A hinter denen von B erheblich zurück. Da, wo Fett und Muskeln die Dicke der Weichtheile vorzugsweise bestimmen, kann der Unterschied der Mittelwerthe 4—5 mm betragen, allein auch da, wo dies nicht der Fall ist, betragen die Differenzen noch 1—2 mm. Noch auffälligere Unterschiede erzielt die Vergleichung der Minimalwerthe: die Hautdicke

t h e

	B3 4 weibliche Selbstmörderleichen 48—52 J.
4	4.5
4	5.5
4.5	5.5
2.5	3.5
8	11
6	10
7.5	11
9	13
6	7
5	7
4	6
7	8.5
6	8
14	19
11	12

ıs
e,
ır

m
er
:o
ı,
:-
ıt
e
ı-

	Dickenmaasse der Gesichtsweichtheile in mm	Mittelwerthe A 9 Männer nach erschöpfenden Krankheiten	Mittelwerthe B 28 gesunde Selbstmörderleichen 17—72 J.	Mittelwerthe B₁ (davon:) 16 Männer zwischen 17—40 J.	Mittelwerthe B₂ (davon:) 8 Männer von 50—72 J.	Mittelwerthe B₃ (davon:) 4 Weiber von 18—52 J.	Grenzwerthe A 9 Männer nach erschöpfenden Krankheiten		Grenzwerthe B₁ + B₂ 24 männliche Selbstmörderleichen 17—72 J.		Grenzwerthe B₃ 4 weibliche Selbstmörderleichen 18—52 J.	
	Profil											
St. 1	am oberen Stirnrand	**3.4**	**4.08**	4.03	4.1	4.16	2.5	4	3	5	4	4.5
St. 2	am unteren Stirnrand	**3.9**	**5.17**	4.91	5.3	4.75	3	4.5	4	6	4	5.5
Nw.	an der Nasenwurzel	**4.8**	**5.45**	5.50	5.6	5.0	3	5.5	4.5	7	4.5	5.5
Nr.	am knöchernen Nasenrücken . .	**3.0**	**3.29**	3.25	3.5	3.0	2	3.5	3	3.5	2.5	3.5
Ol. 1	an der Wurzel der Oberlippe . .	**10.8**	**11.25**	11.38	11.6	9.75	8	13	9	14	8	11
Ol. 2	im Lippengrübchen	**8.16**	**9.37**	9.53	9.5	8.26	6.5	9	8	12	6	10
K_1	in der Kinnlippenfurche . . .	**8.5**	**10.—**	9.62	10.9	9.75	7	10	8	14	7.5	11
K_2	am Kinnwulst. .	**8.5**	**11.05**	10.66	12.2	10.75	8	10.5	8	15	9	13
K_3	unter dem Kinn .	**4.1**	**6.16**	5.97	6.4	6.5	2.5	5.5	4	8	6	7
	Seitliche Bezirke.											
Abr.	Mitte der Augenbrauen . . .	**4.6**	**5.80**	5.69	6.1	5.5	4	6	4	8	5	7
u. A.	Mitte des unteren Augenhöhlenrandes . . .	**3.75**	**4.90**	4.56	5.6	5.25	4	6.5	3.5	6	4	6
Uk.	vor dem M. masseter	**4.75**	**8.37**	7.90	9.4	8.1	3.5	7	6	12	7	8.5
Jb.	Wurzel des Jochbogens . . .	**3.8**	**6.05**	5.75	6.4	6.75	2.5	4.5	4	9	6	8
Ms.	Mitte d. M. masseter	**13.0**	**17.55**	18.0	18.1	17.0	10	16	11	22	14	19
Kw.	Am Kieferwinkel .	**8.0**	**12.08**	12.12	12.3	11.5	5.5	11	9	16	11	12

an der Stirn und unter dem Kinn kann bis auf 2.5 mm, die des Nasenrückens sogar auf 2 mm zurückgehen. Es sind dies Werthe, die bei Gesunden niemals vorkommen, und die um 50 und mehr Procent unter dem Mittelwerthe für Gesunde stehen.

Für die Beurtheilung von Todtenmasken sind diese Dinge von Bedeutung, denn wenn der Abguss der Gesichtszüge Verstorbener nach vorangegangener längerer Krankheit vorgenommen wird, so giebt er nur ein sehr verzogenes Bild der ursprünglichen Formen, und der Künstler, dem solch eine Todtenmaske als Hauptunterlage zu einer Reproduction übergeben wird, wird nur allzu leicht irre geführt. Der nackte Schädel würde in solchen Fällen oft eine bessere Unterlage für dessen Arbeit sein, als die Maske. Bei un-

sorgfältiger Abnahme der letzteren kommen auch störende Verschiebungen, besonders in Betreff der knorpligen Nase vor, ein Punkt, den H. Welcker schon hervorgehoben hat. Es fragt sich, ob der Künstler in solchen Fällen nicht besser thäte, aus der Maske den Schädel zu reconstruiren und diesem die Weichtheile in angemessener Dicke aufzulegen[1].

Sehr befriedigend erscheint die Vergleichung der Columne B mit den Untercolumnen B_1, B_2 und B_3. Die Mittelwerthe der vier Columnen stehen sich sehr nahe, und sie weichen von einander vielfach nur um Bruchtheile von Millimetern ab. Die Ziffern der weiblichen Columnen sind überall etwas geringer, als die der männlichen, ein Verhalten, das durch die dünnere Haut des Weibes bedingt erscheint. Die Columne der älteren Männer ergiebt im Allgemeinen etwas höhere Werthe, als die der jüngeren, und auch dies stimmt mit der Erfahrung des täglichen Lebens. Besonders aber äussert sich der für ältere wohlgenährte Leute wohlbekannte Charakter hängender Gesichtszüge in den grösseren Mittelwerthen der unteren Gesichtshälfte (der Werthe K_1, K_2 und K_3).

Alle diese Unterschiede sind aber feiner, als man vielleicht a priori erwartet hätte, und es bestätigt sich darin wiederum die Thatsache, dass unser Auge auch feinere Differenzen der Form mit grosser Schärfe auffasst.

Die Vergleichung von Welcker's Profilmaassen mit den meinigen ergiebt im Ganzen sehr befriedigende Uebereinstimmung, besonders wenn man in Betracht zieht, dass unsere beiderseitigen Reihen von Messpunkten sich nicht ohne Weiteres decken. So hat Welcker in der Mitte der Stirn gemessen, ich oben und unten; Welcker giebt zwei Maasse des Nasenrückens, eins der Oberlippe und eins des Kinnes, ich dagegen nur eins vom Nasenrücken, zwei von der Oberlippe und zwei vom Kinn. Der leichteren Uebersicht halber stelle ich unsere Mittelwerthe des Profils in einer kleinen Tabelle zusammen:

1) In der Revue scientifique vom 18. Mai 1895 vergleicht Dr Housset die ihm vom Minister Duruy im Jahre 1865 anvertraute Todtenmaske Richelieu's mit dessen en face-Bildern.

Welcker			His	
Stirn	(Mitte)	4.3	4.08 5.17	St. 1 St. 2
Nasenwurzel		5.9	5.45	Nw.
Knöcherner Nasenrücken	(Mitte) (unten)	3.3 2.2	3.29	Nr.
Oberlippe		11.0	11.25 9.37	Ol. 1 Ol. 2
Unterlippe	(Mitte)	10.6	10.—	K_1
Kinn	(Spitze)	8.5	11.05 6.16	K_2 K_3

Die erheblichste Differenz der beiden Columnen bezieht sich auf das Kinn. An diesem hat WELCKER auf die Spitze eingestochen, ich dagegen in der Mitte des Kinnwulstes und unter dem Kinn. Der von WELCKER gewählte Punkt hat auffallend schwankende Ergebnisse geliefert, zweimal 5, einmal 15 mm und fünfmal zwischen 9 und 11 mm. Diese Ungleichmässigkeit der Ergebnisse zeigt, dass der Messpunkt ungünstig gewählt war, da er bei geringer Verschiebung nach oben oder nach abwärts gleich sehr abweichende Zahlen ergeben musste. WELCKER's Maximum von 15 mm kommt dem Maximum meines Punktes K_2 gleich, sein Minimum von 5 mm steht noch mehr als 1 mm unter dem Mittel meines Punktes K_3.

Vielleicht noch wichtiger ist die Differenz in unseren Maassangaben über den knöchernen Nasenrücken. Ich habe für diesen eine gleichmässige Dicke angenommen, wogegen WELCKER am unteren Rande des Nasenbeines eine geringere Dicke bestimmt, als in der Mitte. Auffallend ist mir ferner, dass, während bei mir die Ziffern für den Nasenrücken bei den männlichen gesunden Leichen nur zwischen 3 und 3.5 mm schwanken, WELCKER Schwankungen von 2.5—4.5, beziehentlich von 1.4—3 mm verzeichnet. Auf die Abnahme der Hautdicke von oben nach abwärts am knöchernen Nasenrücken, welche bei allen 13 Bestimmungen WELCKER's wiederkehrt, hatte ich bis jetzt nicht geachtet. Wenn sie sich bestätigt, so ist sie für die Profilzeichnung durchaus nicht als unwesentlich anzusehen, denn gerade am Rande der knöchernen Nase

macht 1 mm für die constructive Bestimmung der Nasenform sehr viel aus.

Der Umstand, dass bei Welcker am Nasenrücken soviel grössere Schwankungen der Werthe aufgetreten sind, als bei mir, macht den Verdacht rege, dass die Methode der Messung dabei im Spiele sei. Welcker bestimmte seine Dickenwerthe dadurch, dass er ein schmales, am Ende rechtwinkelig abgeschliffenes Messer auf den Knochen einstiess und darnach den hervorragenden Theil des Messers mit dem Zirkel abmaass. Ueber die Vorzüge oder Nachtheile der Welcker-schen Methode gegenüber von der meinigen würden nur besondere Nachprüfungen zu entscheiden im Stande sein.

Ich schliesse noch die Tabelle der Mittelwerthe für die Längenmaasse des Profils an, die ich für die männlichen und die weiblichen Leichen getrennt berechnet habe.

Mittelwerth in mm		männl. Leichen	weibl. Leichen	Grenzwerthe	
Nl.	Nasenlänge	52.36	49.0	44	58
Nt.	Nasentiefe	22.63	21.5	18	27
OL.	Höhe der Oberlippe	22.12	21.0	15	26
UL.	Mundspalte bis Kinn	49.12	43.25	40	57

Ueber Bilder J. S. Bach's.

Der schwierigste Punkt unserer Arbeit war von Anfang ab die Kritik der Bach'schen Bilder. Ich habe um so mehr Grund, darauf zurückzukommen, als sich seit Herausgabe des gedruckten Berichtes noch allerlei Ergänzungen des früher Gesagten nothwendig gemacht haben.

Oelbilder. Man weiss, wie dies im Bericht mitgetheilt ist, von vier Oelbildern Bach's, von denen zwei in Leipzig vorhanden sind, eins in Berlin, wogegen das vierte sich zu Beginn des Jahrhunderts in Erfurt, im Besitz des Organisten Kittel, befunden hat. Die beiden in Leipzig vorhandenen Oelbilder, deren eines der Musik-

bibliothek Peters, das andere der Thomasschule gehört, sind neben zwei Kupferstichen, dem Kütner'schen und dem von Sichling, die Vorlagen der Seffner'schen Büste gewesen.

Das Berliner Bild ist erst 1772, somit 22 Jahre nach Bach's Tod vom Maler C. F. R. v. Liszewski gemalt worden, wir hatten es auf das Urtheil Solcher, die es kannten, für unwichtig gehalten. Seitdem ich mir das Bild selber angesehen habe, möchte ich dasselbe doch nicht für bedeutungslos erklären. Jedenfalls liegt ein Portrait vor, dessen Original weder das Thomasschulbild, noch das der Bibliothek Peters gewesen sein kann. Bach sitzt in einem pelzverbrämten Hausrock, mit kurzer Perrücke und mit rother Halsbinde an seinem Schreibtisch und hat den bekannten sechsstimmigen Canon in der Hand. Die Gesichtszüge sind energisch, der Ausdruck etwas fragend. Sehr auffällig sind auch hier das Hervortreten der unteren Gesichtsabschnitte über die oberen, die kräftige Nase und die tief eingesetzte Nasenwurzel. Hoffentlich wird man bald einmal Gelegenheit haben, dieses Bild in einer mustergültigen Reproduction mit den anderen Bildern des Meisters vergleichen zu können.

Grosse Erwartungen hatten wir auf die Wiederauffindung des Erfurter Bildes gesetzt. Es ist indessen, wie sich jetzt herausstellt, ziemlich hoffnungslos verloren. Herr Dr. Wustmann hatte schon früher auf gemachte Anfragen aus Erfurt negativen Bescheid bekommen, dann aber schien sich im Mai des Jahres eine Spur aufzuthun, indem ihm von auswärts die Mittheilung zu Theil wurde, das Bild, das s. Z. Kittel gehört habe, befinde sich in Erfurt im Privatbesitz. Herr Seffner und ich reisten zur Verfolgung der Sache hin. Die an Herrn Dr. Wustmann gemachte Mittheilung erwies sich als irrthümlich, dagegen wurden wir von dem betreffenden Privathause aus an Herrn August Zink, Cantor an der Predigerkirche, gewiesen, und hier haben wir einen, wie wir annehmen dürfen, abschliessenden Bescheid über das verlorene Bild bekommen. Dasselbe hat nach Kittel's Tod noch eine Zeit lang an der Orgel in der Kirche gehangen. Als dann aber während der napoleonischen Kriegszeit die Kirche zum Lazareth umgewandelt wurde, ist das Bild mit mehreren anderen werthvollen Bildern abhanden gekommen[1]).

1) Kittel, geb. 1732, gest. 1809, war selber noch Schüler von Bach. Seine Nachfolger in ununterbrochener Reihenfolge sind laut der gütigen Mittheilung von

Kupferstiche. Herr Wustmann legt in seinem Aufsatze keinen Werth auf die vorhandenen Kupferstiche[1]. Er drückt sich darüber folgendermassen aus: »Wie der Philolog bei der Gestaltung eines Textes abweichende Lesarten unberücksichtigt lässt, wenn sie sich in späteren Handschriften finden, die nachweislich auf vorhandene ältere Handschriften zurückgehen, wie der Philologe solche Abweichungen einfach als Lese- oder Schreibfehler betrachtet, so wird sich auch der Kunstgelehrte bei der Beurtheilung eines Portraits nicht um abweichende Gesichtszüge kümmern, die sich auf späteren Stichen finden, wenn er die Originale in Händen hat, auf die die Stiche zurückgehen.« Ich bin zwar nicht Philolog, glaube aber selbst bei den Fachleuten Recht zu bekommen, wenn ich obigen Satz wesentlich einschränke. Sofern sich eine alte Handschrift beschädigt erweist, so können vorhandene, aus der Zeit vor der Beschädigung stammende Copien derselben einen originellen Werth beanspruchen, und sie haben für die betreffenden Stellen jedenfalls mehr Bedeutung, als die allfälligen in die Originalhandschrift eingetragenen Flickereien. Dieses Beispiel passt für das Oelbild der Thomasschule, welches nachweislich stark beschädigt und darnach wieder reparirt worden ist. Beim Peters'schen Bilde liefert der alte Kupferstich geradezu die wichtigste Gewähr für dessen Aechtheit.

Ich erörtere die beiden Bilder gesondert. Das Bild der Musikbibliothek Peters ist erst seit dem Jahre 1828 bekannt, in welchem Jahre es der Leipziger Flötist Karl Greuter von einer »Enkelin Bach's« gekauft haben soll. Man vermuthet, dass dies das Bild sei, das, gleichfalls von Hausmann's Hand stammend, im Besitz von J. S. Bach's Sohn, Philipp Emanuel, sich befunden hat. Das 1790 in Hamburg gedruckte Verzeichniss von dessen Nachlass zählt nämlich u. a. auf[2]):

Herrn A. Zink gewesen: Fischer, Gebhardi († 1863) und G. Ed. Zink († 1894). Fischer, einer der besten Schüler Kittel's, war mit Mendelssohn-Bartholdy befreundet, Gebhardi war Schüler Hummel's. G. Ed. Zink, der Bruder des jetzigen Herrn Cantors, hatte noch aus dem Munde von Fischer öfters die Bemerkung gehört, dass Bach's Bild über dem Spiegel der Orgel gehangen habe.

1) Grenzboten l. c. S. 421.

2) Verzeichniss des musikalischen Nachlasses des verstorbenen Capellmeisters Carl Philipp Emanuel Bach. — Liebhaber, welche von diesem Nachlass etwas zu kaufen wünschen, können sich an die verwittwete Frau Capellmeisterin Bach in Hamburg wenden. Hamburg, Gedruckt bei G. F. Schniebes. 1790. S. 95.

»BACH (JOHANN SEBASTIAN), Kapellmeister und Musikdirector in Leipzig. In Oel gemahlt von HAUSMANN. 2 Fuss 8 Zoll hoch, 2 Fuss 2 Zoll breit. In goldenem Rahmen.«

Für die Identität des also verbürgten Bildes mit dem der Musikbibliothek PETERS ist die Uebereinstimmung mit den angegebenen Maassen anzuführen. Man muss also, wenn man Vermuthungen über die weitere Geschichte des alten Bildes aufstellen will, annehmen, das 1790 zum Verkauf ausgebotene Bild sei damals unverkauft geblieben, an PHILIPP EMANUEL's Tochter[1]) übergegangen, und von dieser erst 1828 aus den Händen gegeben worden. Dabei bleibt aber noch Manches räthselhaft, vor Allem die Unvollkommenheit der Ausführung des PETERS'schen Bildes, und die Schwierigkeit, anzunehmen, dass dieses und das Thomasschulbild vom gleichen Maler stammen sollen. Dazu kommen seine eigenthümlichen Beziehungen zum KÜTNER'schen Kupferstich. Dieser Stich ist im Jahre 1774 entstanden, in einer Zeit, in der noch viele Leute lebten, die BACH gekannt hatten. Die Gesammtanlage des PETERS'schen Bildes ist dieselbe, wie die des KÜTNER'schen Stiches, und die Uebereinstimmung beider Bilder erstreckt sich auch auf unwesentliche Einzelheiten, auf den Bau der Perrücke, auf die Kleidung u. a. m. Das

1) PHILIPP EMANUEL BACH hatte zwei Söhne und eine Tochter. »CARL BURNEY'S der Musik Doctors Tagebuch einer musikalischen Reise, übersetzt von EBELING. Hamburg, 1772, S. 203.« — Nach den Specialforschungen von Herrn Dr. E. VOGEL, dem ich auch vorstehende Notizen verdanke, hiess die Tochter von PH. E. BACH ANNA CHRISTINA PHILIPPINA. Sie ist nach dem Tode ihrer beiden Brüder und ihrer Mutter im Jahre 1795 die einzige Erbin des Nachlasses gewesen und hat bei Anlass von der Anzeige des Todes ihrer Mutter auch öffentlich mitgetheilt, dass sie fortfahren werde, die von ihrem Vater hinterlassenen Musikalien zu verkaufen. Laut einer Notiz GERBER's war die Sammlung der Musikerportraits, welche Ph. E. BACH besessen hatte, bis zum Jahre 1797 noch unverkauft beisammen. An der Wende des Jahrhunderts war A. C. PHILIPPINA BACH die einzige Enkelin von JOH. SEBASTIAN. Dagegen war noch dessen Tochter REGINA SUSANNA am Leben. Diese lebte in Leipzig in sehr bedürftigen Umständen, so dass ROCHLITZ und sogar L. v. BEETHOVEN sich um eine Unterstützung für sie bemüht haben. Ueber die ferneren Schicksale der Enkelin A. C. PHILIPPINA und insbesondere über ihre von Herrn Dr. E. VOGEL für wahrscheinlich gehaltene Uebersiedelung nach Leipzig liegen zur Zeit keine Nachrichten vor. In den Begräbnissbüchern Leipzigs kommt ihr Name nicht vor, allein wir wissen auch nicht, ob sie unverheirathet gestorben ist. Wenn sie 1828 noch am Leben war, so muss sie zu der Zeit etwa 65 Jahr alt gewesen sein.

PETERS'sche Bild und der KÜTNER'sche Stich stellen nicht nur denselben Mann dar, sondern sie sind auch auf ein und dieselbe Quelle zurückzubeziehen. Entweder ist der KÜTNER'sche Stich eine Copie des PETERS'schen Bildes, oder beide sind Copien eines für uns verlorenen Originales. Man würde ja ohne Weiteres die erstere Annahme zu machen haben, wenn nicht in der Zeichnung und dem Gesichtsausdruck der beiden Bilder auffällige Unterschiede vorhanden wären. Diese im gedruckten Bericht besprochenen Unterschiede bezieht Dr. WUSTMANN kurzweg auf Ungeschicklichkeit des Kupferstechers, und er nennt den Stich »beinahe eine Karikatur des Originales«. Der Vorwurf der Ungeschicklichkeit scheint mir ungerecht zu sein. Jedenfalls hat der Kupferstecher viel mehr Sinn für plastische Gestaltung seines Bildes besessen, als der Maler des PETERS'schen Portraits. Letzteres ist unrichtig modellirt und in der Stellung der Augen und des Mundes stark verzeichnet. Die Unterschiede in der Zeichnung von Stich und von Oelbild sind schwer als blosse Copirfehler zu deuten. Anstatt des milde blickenden, etwas müden Auges im Oelbild zeigt der KÜTNER-Stich einen äusserst strengen, energischen Ausdruck. Der Stich kommt in Form und Stellung der Augen und des Mundes dem Thomasschulbild, beziehentlich dem darnach gemachten SICHLING'schen Stich viel näher, als das PETERS'sche Oelbild. Mir persönlich schwebt die Möglichkeit immer noch vor, dass das PETERS-sche Bild entweder durch Uebermalung verdorben, oder, dass es vielleicht nur eine Copie des HAUSMANN'schen Originales sein könne. Allein ich muss ausdrücklich betonen, dass eine entscheidende Stimme in solchen Fragen nicht einem Laien in der Malertechnik zusteht. Eine von Kennern durchgeführte sorgfältige Vergleichung von HAUSMANN-schen Bildern mit dem PETERS'schen wird zunächst einmal festzustellen haben, ob das letztere ein HAUSMANN'sches Original sei, oder nicht[1]).

---

1) Der KÜTNER'sche Stich ist, wie ich dies schon im Bericht (S. 12) nachgewiesen habe, die Quelle verschiedener anderer Bilder gewesen, zunächst des Stiches von NETTLING (1802 erschienen) und durch dessen Vermittelung des Stiches, der im Anfang des Jahrhunderts bei ARTARIA herausgegeben wurde. Neuerdings hat die Bibliothek PETERS noch einen Steindruck vom Jahre 1816 erworben, von H. E. v. WINTTER gezeichnet, m. E. gleichfalls eine vergrösserte Copie des NETTLING-Stiches. NETTLING hat, wie sich durch Nachmessen zeigen lässt, ohne Weiteres den KÜTNER'schen Stich durchgepaust, und sich dabei durch Weglassen der Hem-

Das Oelbild der Thomasschule erscheint als ein wohlverbürgtes Bildniss BACH's, und die von WUSTMANN aufgedeckten Unklarheiten in dessen älterer Geschichte, insbesondere auch die Frage, ob es 1735 oder 1747 gemalt worden sei, vermögen, wie mir scheint, dessen Würdigung nicht zu beeinträchtigen. Das Bild ist, wie WUSTMANN berichtet, 1809 vom ehemaligen Cantor MÜLLER der Thomasschule geschenkt worden. Leider ist es nicht immer mit der gebührenden Achtung behandelt worden. Es hat noch in der Zeit gegenwärtigen Menschengedenkens in einer der Schulclassen gehangen und hier gelegentlich den Wurfgeschossen der muthwilligen Jugend als Zielscheibe gedient. Der Vorwurf der Barbarei trifft wohl weniger die ihrem unreifen Alter gemäss handelnden Buben, als ihre Rectoren, welche den anvertrauten Schatz solchem Unfug ausgesetzt haben. Das Bild ist dann wiederholt restaurirt worden, zuletzt im verflossenen Winter. Dass es dabei an originalem Werth nicht verloren habe, ist eine Auffassung sehr optimistischer Art. Das abgewaschene Bild, wie wir es vor der letzten Ausbesserung haben sehen können, war trotz aller Beschädigungen entschieden ausdrucksvoller und detailreicher, als es zuvor gewesen war und als es jetzt ist.

Unter diesen Umständen ist es besonders wichtig, dass wir etwas ältere Copien des Bildes besitzen. Dieselben reichen allerdings nicht, wie der KÜTNER'sche Stich, in das vorige Jahrhundert, ja nicht einmal in den Anfang des jetzigen zurück. Die eine, eine Lithographie von SCHLICK, stammt aus dem Jahre 1840, die andere, ein Kupfer-

---

denkrause die Arbeit etwas vereinfacht. ARTARIA und WINTTER haben die vereinfachte Darstellung von NETTLING übernommen und beide ihr Original vergrössert und vergröbert. WINTTER hat sich auch die Mühe erspart, das Bild auf dem Stein umzukehren, sein Druck ist somit das Spiegelbild des Originales. Endlich findet sich eine verkleinerte Copie der WINTTER'schen Lithographie in einem kleinen Büchlein »Denkmäler verdienter Deutscher, Leipzig 1829«, auf das mich Herr Bibliothekar Dr. ABENDROTH aufmerksam gemacht hat. Es ist hier einer von C. F. BECKER geschriebenen Biographie J. S. BACH's beigegeben. Dies Bild ist in der Linie WINTTER, NETTLING, KÜTNER das vierte Glied, oder verwandtschaftlich gesprochen, ein Urenkel des KÜTNER-Stiches. Von einer Aehnlichkeit mit letzterem ist allerdings nicht mehr viel übrig geblieben. Auffallend ist es, dass alle älteren Bilder: KÜTNER, NETTLING, ARTARIA und WINTTER zur Familie des PETERS'schen Oelbildes gehören, während die neueren Darstellungen sich fast durchweg an das Thomasschulbild, beziehentlich an SICHLING's Stich derselben gehalten haben. Vom Berliner Bild kenne ich bis jetzt keine Reproduction.

stich von SICHLING, ist 1850 entstanden. Aber SCHLICK sowohl, als SICHLING haben das HAUSMANN'sche Bild BACH's unzweifelhaft in minder verändertem Zustand vor Augen gehabt, als wir, und insofern können deren Copien, insbesondere da, wo sie unter einander übereinstimmen, zur Kritik des jetzigen Bildes verwendet werden.

Der SICHLING'sche Stich hält sich auch in Nebenpunkten strenger an sein Original, als die SCHLICK'sche Lithographie. In letzterer ist z. B. neben anderen unwesentlichen Abweichungen die Stellung der Arme vertauscht. Herr SEFFNER und ich haben die SCHLICK'sche Lithographie erst nach Druck des Berichtes und nach Vollendung der Büste kennen gelernt. Herr Dr. E. VOGEL, der Bibliothekar der Musikbibliothek PETERS, dem wir auch sonst für so manche Auskunft und Litteraturnachweise Dank schulden, hat uns zuerst das antiquarisch erworbene Blatt vorgelegt, und wir sind sehr erfreut gewesen zu finden, dass es in seinem gesammten Charakter der SEFFNER'schen Büste sehr nahe kam. Auch macht das Gesicht einen bedeutenden Eindruck, bedeutender, als das jetzige Oelbild[1]).

Die Stellen, die am Oelbilde am meisten beschädigt worden waren, sind die Stirn, die Nasenspitze und die rechte Ober- und Unterlippe. Die Stirn des jetzigen Oelbildes ist durch aufgesetzte Lichter breiter als die der Copien, und sie hat in ihrem unteren Theil eine sanduhrförmige Einziehung, welche der Natur nicht entsprechen kann. Der Rücken der Nase zeigt jetzt im Oelbild der Thomasschule eine schon von oben her beginnende concave Einziehung des Profiles, und die Nasenspitze trennt sich als ein kugliger Vorsprung selbständig davon ab. Der Stich von SICHLING und die SCHLICK'sche Lithographie zeigen dagegen einen convexen Nasenrücken, von dem sich die Nasenspitze nur durch eine leichte Einsenkung abhebt. Aehnlich zeichnet KÜTNER die Nase seines Stiches, wogegen am PETERS'schen Oelbilde der Rücken und die Spitze der langgestreckten Nase in fast gerader Flucht in einander übergehen. An diesem Bilde steht überdies die Form der rechten Nasenhälfte

1) Der Stein der SCHLICK'schen Lithographie befindet sich, wie sich nachträglich herausgestellt hat, im Besitz der Kunsthandlung H. VOGEL in Leipzig (Goethestr.), von der Abdrücke um ein Billiges zu beziehen sind. Der Stein scheint aber überarbeitet worden zu sein. Die neueren Abdrücke zeigen die Jahreszahl 1840 nicht mehr, die am antiquarisch erworbenen vorhanden ist.

nicht in Uebereinstimmung mit der linken, rechts fehlt die schärfere Andeutung eines Nasenflügels. Man darf ohne Bedenken, wie dies auch Herr Seffner gethan hat, annehmen, dass die unter sich übereinstimmenden Nasenformen des Kütner'schen und des Sichling'schen Stiches, sowie der Schlick'schen Lithographie die richtigen, und dass die beiden unter sich so verschiedenen Nasenformen der zwei Oelbilder Entstellungen des Originales sind.

Das Thomasschulbild, die beiden Kupferstiche und die Schlick-sche Lithographie zeigen einen ziemlich breiten, in den Winkeln kräftig sich abgrenzenden Mund. Der Mund des Peters'schen Bildes ist schmaler und nach den Winkeln hin etwas weicher abgesetzt. Am Thomasschulbild zeigt jetzt die rechte Oberlippe eine fast formlose convexe Wölbung, als ob sie von einem Insectenstiche angeschwollen wäre, und eine ähnliche, etwas schwächere Schwellung zeigt auch das Gebiet unterhalb des rechten Mundwinkels. Dem gegenüber ist am Stich von Sichling und am Bild von Schlick die Oberlippe durch eine quere Einziehung bestimmt modellirt, und auch das untere Mundgebiet ist feiner durchgeführt, so dass der Mund als Ganzes einen sehr viel geistigeren Ausdruck hat, als am Oelbild. Gerade die Uebereinstimmung in den beiden Blättern von Sichling und von Schlick in wesentlichen Punkten der Modellirung, in denen sie beide vom jetzigen Thomasschulbild abweichen, spricht dafür, dass die genannten Künstler noch aus einer frischeren Quelle geschöpft haben, als sie uns nun noch übrig ist. Dr. Wustmann nimmt an, dass die sorgfältigere elegantere Modellirung bei Sichling nur auf Rechnung der Stechertechnik und auf das Bestreben zu setzen sei, ein »schönes Blatt« zu liefern, während Kütner grobe Verzeichnungen gemacht habe. Diese Annahmen sind meines Erachtens mit dem Verhalten dieser Bilder zu einander und zu anderen Bildern nicht in Uebereinstimmung zu bringen.

Unbeglaubigte und unächte Bilder Bach's. Die Musikbibliothek Peters bewahrt in ihrer Portraitsammlung zwei Handzeichnungen, die Bach darstellen sollen. Die Möglichkeit, dass sie ächt und nach dem Leben gezeichnet seien, ist nicht auszuschliessen, aber beim Mangel an jeglicher Beglaubigung haben wir sie nicht weiter berücksichtigt. Die eine Zeichnung ist klein, nur 6½ zu 5 cm und bei diesem geringen Maasstabe auch wenig charakteristisch.

Die andere, etwas grössere, ist dagegen nicht uninteressant, insofern sie einen Kopf von auffallend kräftig markirten Zügen und von ernstem imponirendem Ausdruck wiedergiebt. Niedrige Augen, grosse Nase, breiten Mund und schräge Richtung der gesammten Gesichtsfläche hat dieser Kopf mit beglaubigten Bachbildern gemein. Die Zeichnung ist übrigens von einer Dilettantenhand und dabei sehr verblasst.

Seit Herausgabe unseres Berichtes sind bis jetzt noch vier angebliche BACH-Bilder, drei Oelbilder und eine getönte Zeichnung auf Pergament aufgetaucht. Ein auf Carton in Oel gemaltes Bild eines jüngeren, etwa 30—40jährigen Mannes mit Chorkragen und Bäffchen hat mir Herr LOUIS STOLPE in Leipzig vorgelegt, nachdem er es auch Herrn Dr. WUSTMANN, sowie den Herrn Prof. SCHREIBER und Dr. JUL. VOGEL gezeigt hatte. Die Beglaubigung des Bildes ist sehr schwach: auf dem Rahmen, der modernen Ursprungs ist, steht mit Bleistift geschrieben »J. S. Bach 1685—1750«. Das Bild ist vor etwa 40 Jahren mit zahlreichen anderen Bildern auf dem Boden eines Hauses der inneren Stadt (in Koch's Hof) aufgefunden worden. Wodurch es zur Bezeichnung eines BACH-Bildes gekommen ist, wurde mir aus den Aussagen der jetzigen Eigenthümer nicht klar. Ein Hauptgewicht scheinen dieselben auf das angebliche Cantorcostüm zu legen.

Ein zweites für BACH geltendes Oelbild hat mir Herr Hauptmann RAUCHFUSS aus Altona zur Ansicht zu senden die Güte gehabt. Das Bild ist auf Papier gemalt und auf Leinwand aufgeklebt, hat aber einen anderen Gesichtsschnitt als die BACH'schen Bilder und ist mit diesen kaum in Uebereinstimmung zu bringen. Ueber die Beglaubigung theilte mir Herr Hauptmann RAUCHFUSS nur mit, dass das Bild bisher in seiner Familie für ein Portrait BACH's gehalten worden sei.

Das Photogramm eines dritten, in London befindlichen Oelbildes ist mir während des Druckes dieser Abhandlung durch Herrn GEORGE v. PIRCH geschickt worden. Das Original hat in dessen Familie seit Langem für ein Portrait von J. S. BACH gegolten. Es stellt einen Mann dar in mittleren Jahren mit vornehmer Haltung, zurückweichender niedriger Stirn und ungewöhnlich hoher Adlernase. Das Kinn scheint, soweit ich aus dem Photogramm erschliessen kann, etwas zurückzutreten. Die Augen liegen ziemlich flach und sehen den Beschauer offen an. Der Herr Besitzer und seine Freunde glauben

eine Aehnlichkeit des Bildes mit Copien des Thomasschulbildes gefunden zu haben, ich vermag eine solche nicht zu erkennen. Jedenfalls sind die relativen Höhen der einzelnen Gesichtsabschnitte verschieden. Beim v. PIRCH'schen Bild nimmt die Stirn 32,3%, die Nase 35,3% der gesammten Gesichtshöhe ein, beim Thomasschulbild sind diese Zahlen: 38,1% für die Stirn, 30% für die Nase.

Endlich hat im Verlaufe dieses Sommers Herr EDWIN BORMANN die Copie einer Zeichnung publicirt, welche in seiner Familie für ein BACH-Bild gegolten hat. Die Zeichnung ist weiterhin auch in der Illustrirten Zeitung wiedergegeben und in zahlreichen anderen Blättern besprochen worden. Die Beglaubigung auch dieses Bildes ist im Grund recht ungenügend, denn wir erfahren nur, dass es der Grossmutter des Herrn BORMANN gehört habe und zum mindesten seit Beginn des Jahrhunderts im Besitz der Familie gewesen sei. Herr BORMANN erweist mir die Ehre, mich neben anderen Herren als Gewährsmann für die Aechtheit seiner Zeichnung aufzuführen. Meinerseits muss ich indessen diese Ehre ablehnen. Herr BORMANN ist zwar so freundlich gewesen, mir das Bild vor der Publication vorzulegen, aber ein entscheidendes Urtheil darüber habe ich nicht abgegeben und auch nicht abgeben können. Das Bild kann möglicherweise BACH vorstellen und von irgend einem ungeübten Zeichner, sei es nach der Natur, sei es nach irgend einem anderen Bild angefertigt worden sein. Beweise für eine dieser Möglichkeiten fehlen aber durchaus. Das schwammig aufgetriebene, geistlose und selbstgefällige Gesicht des BORMANN'schen Bildes mit seinen flachliegenden Augen ist jedenfalls nicht dasjenige eines Mannes von der gewaltigen Kraft und Tiefe J. S. BACH's, und wenn der Zeichner wirklich die Absicht gehabt hat, den grossen Meister darzustellen, so ist er hinter seiner Aufgabe weit zurückgeblieben.

Obige erneute Erörterung der BACH-Bilder führt mich, und ich bin darin in Uebereinstimmung mit Herrn SEFFNER, zum Schlussergebniss, dass die zur Reconstruction von BACH's Zügen brauchbaren Vorlagen die beiden Leipziger Oelbilder sind, sowie die Kupferstiche von SICHLING und von KÜTNER. Zu diesen kommen jetzt noch ergänzend und bestätigend hinzu die Lithographie von SCHLICK und das Oelbild von LISZEWKI. Die Wiederherstellung des Kopfes war aber nur

dadurch möglich, dass ein scharf beobachtender Künstler das Gemeinsame und Wesentliche der verschiedenen Vorlagen zusammenfasste und in schöpferischer Weise zu einem geschlossenen Ganzen verband.

Zur Skeletttafel.

Die Knochen des Skelettes habe ich in angemessener Ordnung auf einem Brett festheften und mit Paraffin verbinden lassen. In dieser Form kann das Skelett wieder beerdigt werden. Die Stellung der einzelnen Stücke ist natürlich nur annähernd, soweit es die Umstände erlaubten, der Natur nachgeahmt, und deren Abstände von einander sind theilweise willkürlich. Das also aufgestellte Skelett habe ich bei 3facher und bei etwa 6facher Verkleinerung photographirt, Fig. 16 giebt den Lichtdruck der kleineren Aufnahme. Der beigesetzte Massstab erlaubt die Messung der einzelnen Stücke.

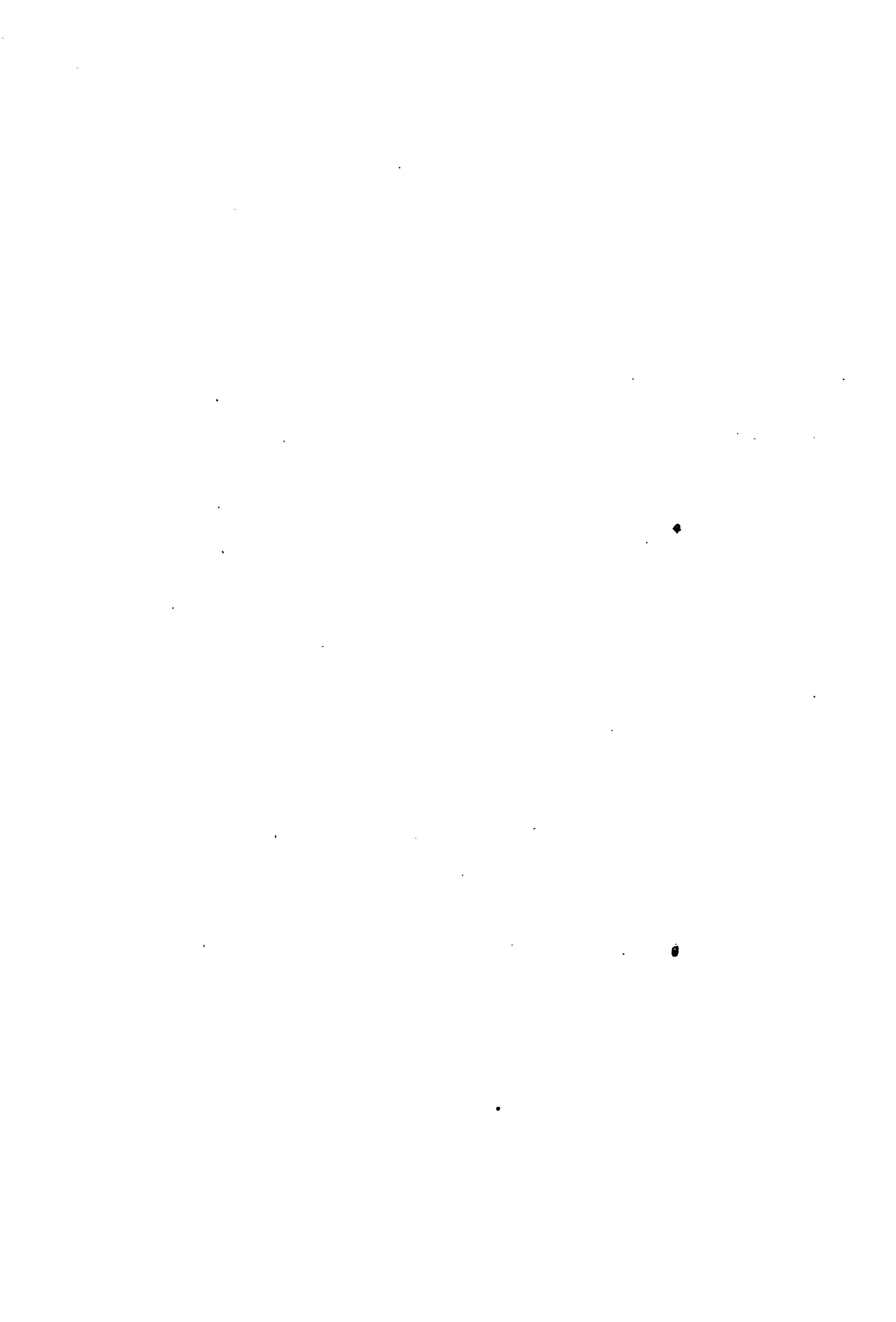
Nachträgliche Bemerkung zu Fig. 1 bis 4 (S. 4 bis 7).

Die Angabe »geometrische Zeichnung, halbe Grösse« stimmt nicht mit den (S. 8) mitgetheilten Maassen des Schädels. Wie sich erst zu spät herausgestellt hat, so sind die Originalzeichnungen durchweg in etwas mehr als halber Grösse reproducirt worden.

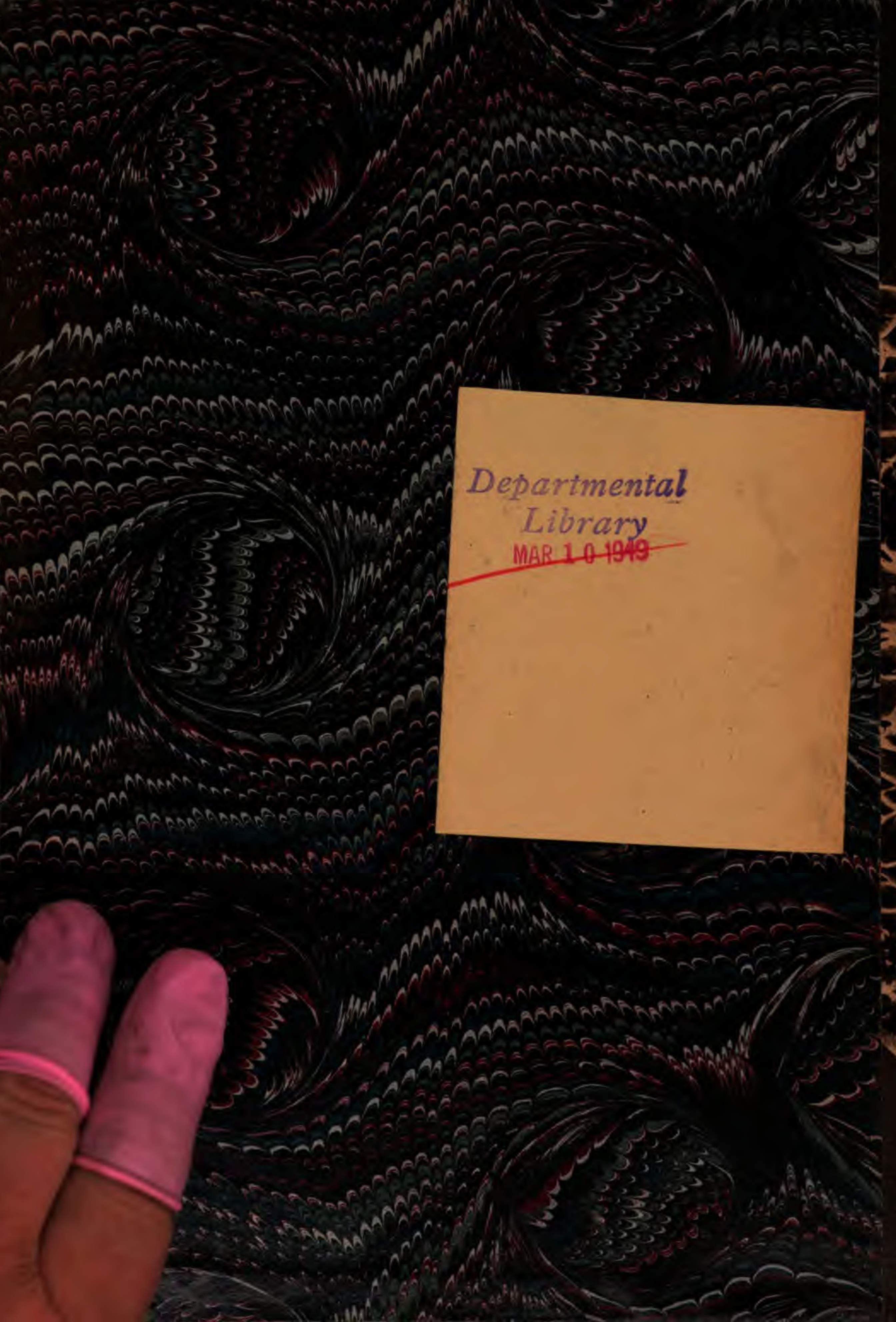
Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.










Departmental
Library
MAR 10 1949


Widener Library
3 2044 092 883 172